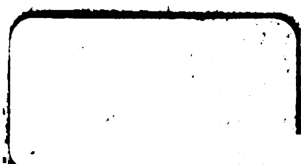








Nuovo

IL NUOVO CIMENTO

ANNO XXIX.



IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XIV.

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

1883

STUDI SULLA RIFLESSIONE CRISTALLINA[1]

ERRATA CORRIGE all'articolo: *Sulle figure elettrochimiche alla superficie di un cilindro*; del Dott. V. VOLTERRA, inserito nel fascicolo di Marzo-Aprile.

	ERRORI	CORREZIONI
Pag. 127, lin. 16	$\psi(-x)=\psi(x), \psi(-y)=-\psi(y)$	$\psi(-x,y)=\psi(x,y), \psi(x,-y)=-\psi(x,y)$
» 139, for. (4)	$\frac{4\,DR}{\mu}(\varepsilon-k'^2K)$	$\frac{4\,DR}{\mu}(E-k'^2K)$
» » lin. 14	$\varepsilon =$	$E =$
» 123, » 12	$-\varepsilon$	$-\varepsilon_1$
» 136, » 14	$Re^{i(\pi-\alpha)}, Re^{i(\pi-\alpha)}$	$Re^{i(\pi-\alpha)}, Re^{i(\pi+\alpha)}$
» » » 19	E'	ε'
» » » 21	E'	ε'

Sia SO (fig. 2) (2) il raggio incidente ed O il punto d'incidenza. Sia OX la traccia del piano d'incidenza sulla faccia riflettente ed OA la direzione dell'asse ottico. Questa giace nella faccia riflettente e fa colla OX un angolo $AOX = \omega$. Siano infine OZ normale alla faccia ed OY perpendicolare a OZ ed a OX.

(1) *Continuazione e fine.* Vedi pag. 89 del volume precedente.

(2) Vedi Tav. 3. fascicolo di Marzo-Aprile.

STUDI SULLA RIFLESSIONE CRISTALLINA;
PER GIUSEPPE BASSO [1].

PARAGRAFO QUARTO

Verificazioni.

Una teoria sulla luce riflessa dai mezzi birifrangenti sarebbe immediatamente da rigettarsi, quando introdotte nelle formole a cui essa conduce le condizioni che riducono il mezzo birifrangente a mezzo isotropo, si ottenessero risultati discordi da quelli di Fresnel, i quali hanno ricevuta in molte guise la sanzione sperimentale. Perciò gioverà applicare, a modo di verificazione, le formole dei paragrafi precedenti ad alcuni casi particolari, e precisamente a quelli che si possono far rientrare nella teoria della riflessione sui mezzi isotropi.

Superficie riflettente parallela all'asse ottico; casi di rifrazione uniradiale.

Sia SO (fig. 2) [2] il raggio incidente ed O il punto d'incidenza. Sia OX la traccia del piano d'incidenza sulla faccia riflettente ed OA la direzione dell'asse ottico. Questa giace nella faccia riflettente e fa colla OX un angolo $AOX = \omega$. Siano infine OZ normale alla faccia ed OY perpendicolare a OZ ed a OX.

(1) *Continuazione e fine.* Vedi pag. 89 del volume precedente.

(2) Vedi Tav. 3, fascicolo di Marzo-Aprile.

E siccome l'equazione del piano si può pur mettere sotto la forma:

$$x \cos\alpha + y \cos\beta + z \cos\gamma = 0$$

in cui α, β, γ sono gli angoli che la sua normale fa cogli assi coordinati, sarà nel caso nostro:

$$\cos\alpha = \alpha_1 \quad , \quad \cos\beta = \beta_1 \ .$$

Tenendo conto della relazione $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos\gamma = 1$, si ricava subito:

$$\alpha_1 = \frac{\cos r \operatorname{sen} \omega}{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 r \cos^2 \omega}} \ ,$$

$$\beta_1 = \frac{\cos r \cos \omega}{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 r \cos^2 \omega}} \ .$$

In quanto al raggio straordinario che è polarizzato normalmente alla sezione principale, la sua linea di vibrazione si trova ad un tempo nel piano dell'onda elementare che gli corrisponde e nel piano determinato dal raggio stesso e dall'asse ottico. Ricorrendo alle espressioni delle coordinate del punto M (fig. 2) precedentemente trovate, si possono subito scrivere le equazioni dei due piani e quindi dedurne i coseni α_2, β_2 degli angoli che la loro linea d'intersezione fa rispettivamente cogli assi OX, OY. Così si troverà:

$$\alpha_2 = \frac{\cos \omega}{\sqrt{(1 + t^2)(1 + t^2 \operatorname{sen}^2 \omega)}} \ ,$$

$$\beta_2 = \frac{\operatorname{sen} \omega \sqrt{1 + t^2}}{\sqrt{1 + t^2 \operatorname{sen}^2 \omega}}$$

avendo posto $t^2 = \dfrac{a^2 \operatorname{sen}^2 i}{1 - P' \operatorname{sen}^2 i}$, e ricordando che:

$$P' = a^2 \operatorname{sen}^2 \omega + b^2 \cos^2 \omega \ .$$

Basterebbe ora fare le debite sostituzioni nelle espressioni generali (10), (11) e se ne dedurrebbero l'intensità del raggio riflesso e l'azimut del suo piano di polarizzazione.

Se vuolsi discendere immediatamente al fenomeno particolare della rifrazione uniradiale, si noti che, per lamine parallele

all'asse, esso si presenta quando l'asse ottico essendo parallelo o normale al piano d'incidenza, il piano di polarizzazione della luce incidente è parallelo o normale allo stesso piano d'incidenza. Si hanno perciò quattro casi distinti, cioè:

1° Caso: $\omega = 0\,, \quad \theta = 0\,.$

Si trova subito:

$$\varphi' = 0; \quad \varphi = 0; \quad \alpha_1 = 0; \quad \beta_1 = 1; \quad \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}; \quad \beta_2 = 0.$$

Quindi si ha dalle (8):

$$H = 0\,, \qquad K = 1\,,$$

e dalle (10), (11):

$$v = \frac{2\,H\,K}{M} = 0; \qquad v' = \frac{-M+1}{M+1}$$

E siccome si ha

$$M = \frac{\cos r}{b \cos i} \qquad \text{e} \qquad \frac{1}{b} = \frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r}\,,$$

sarà

$$I = v'^2 = \frac{\operatorname{sen}^2 (i-r)}{\operatorname{sen}^2 (i+r)}\,, \qquad \psi = 0\,.$$

Cioè il raggio riflesso è polarizzato nel piano d'incidenza ed ha la stessa intensità che avrebbe secondo la teoria Fresnel, se la superficie riflettente appartenesse ad un mezzo isotropo d'indice $\frac{1}{b}$.

2° Caso: $\omega = 0, \quad \theta = \frac{\pi}{2}\,.$

Si ottiene:

$$\varphi' = 0; \quad \varphi = \frac{\pi}{2}; \quad \alpha_1 = 0; \quad \beta_1 = 1; \quad \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{1+t_2}}; \quad \beta_2 = 0.$$

Dalle (8) si ricava:

$$K = 0\,;$$

e per essere

$$\sqrt{1+t^2} = \frac{\sqrt{1+(a^2-b^2)\,\mathrm{sen}^2 i}}{\sqrt{1-b^2\,\mathrm{sen}^2 i}} = \frac{\sqrt{1+(a^2-b^2)\,\mathrm{sen}^2 i}}{\cos r}$$

si ha

$$\mathrm{H} = \frac{1}{\cos i\sqrt{1+t^2}} = \frac{\cos r}{\cos i\sqrt{1+(a^2-b^2)\,\mathrm{sen}^2 i}}$$

Quindi la (10) darà

$$v = \frac{-\mathrm{N}+\mathrm{H}^2}{\mathrm{N}+\mathrm{H}^2},$$

e la (11) $v' = 0$.

L'espressione generale di N data dalla seconda delle equazioni (5) nel nostro caso diventa:

$$\mathrm{N} = \frac{\cos r\,[1+(a^2-b^2)\,\mathrm{sen}^2 i]}{a\cos i},$$

perchè si ha qui:

$$\mathrm{L}\cos\rho = a\sqrt{1-b^2\mathrm{sen}^2 i} = a\cos r\,; \quad \text{e} \quad \frac{1}{\mathrm{U}^2} = \frac{1+(a^2-b^2)\,\mathrm{sen}^2 i}{a^2}.$$

Perciò se, per brevità, scriviamo

$$\mathrm{T} = 1+(a^2-b^2)\,\mathrm{sen}^2 i\,,$$

sarà

$$\mathrm{H} = \frac{\cos r}{\cos i\sqrt{\mathrm{T}}}, \qquad \mathrm{N} = \frac{\mathrm{T}\cos r}{a\cos i}.$$

Sostituendo nella espressione particolare, ora trovata, di v, sarà:

$$v = \frac{a\cos r - \mathrm{T}^2\cos i}{a\cos r + \mathrm{T}^2\cos i}.$$

Infine l'intensità della luce riflessa è:

$$\mathrm{I} = v^2 = \left(\frac{a\cos r - \mathrm{T}^2\cos i}{a\cos r + \mathrm{T}^2\cos i}\right)^2.$$

Essendo in generale $\tan\psi = \frac{v}{v^1}$, si trova nel caso nostro $\psi = \frac{\pi}{2}$,

cioè la luce riflessa è polarizzata perpendicolarmente al piano d' incidenza.

Se il mezzo che si considera, invece d' essere cristallino, fosse isotropo, si avrebbe $a = b$, e per conseguenza,

$$T = 1\,, \qquad I = \left(\frac{a\cos r - \cos i}{a\cos r + \cos i}\right)^2 .$$

Ma in tal caso si avrebbe: $a = \frac{\operatorname{sen} r}{\operatorname{sen} i}$; epperciò:

$$I = \left(\frac{\operatorname{sen} 2r - \operatorname{sen} 2i}{\operatorname{sen} 2r + \operatorname{sen} 2i}\right)^2 = \frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)} .$$

Quest' ultima è appunto l' espressione trovata da Fresnel per la riflessione sopra un mezzo isotropo della luce polarizzata perpendicolarmente al piano d' incidenza.

3.° Caso:

$$\omega = \frac{\pi}{2}\,, \qquad \theta = 0 .$$

Si trova subito:

$$\varphi = \frac{\pi}{2}\,; \quad \alpha_1 = \cos r\,; \quad \beta_1 = 0\,; \quad \alpha_2 = 0\,; \quad \beta_2 = 1 .$$

Per conseguenza si ha dalle (8):

$$H = 0\,, \qquad K = 1\,,$$

dalla (10):

$$v = 0\,,$$

e dalla (11):

$$v' = \frac{1 - N}{1 + N}\,,$$

essendo anche qui, come nel caso precedente:

$$N = \frac{T\cos r}{a\cos i} .$$

si ottiene subito:

$$v' = \frac{a\cos i - T\cos r}{a\cos i + T\cos r} .$$

Quindi:

$$I = v'^2 = \left(\frac{a\cos i - T\cos r}{a\cos i + T\cos r}\right)^2 \quad \text{ed inoltre} \quad \psi = 0 .$$

Nell'ipotesi che il mezzo riflettente sia isotropo, essendo $a = b$, e perciò $T = 1$, si ha $I = \frac{\text{sen}^2 (i-r)}{\text{sen}^2 (i+r)}$, formola data da Fresnel.

4.° Caso :

$$\omega = \frac{\pi}{2}, \qquad \theta = \frac{\pi}{2}.$$

Sarà :

$$\varphi = 0\,; \quad \alpha_1 = \cos r\,; \quad \beta_1 = 0\,; \quad \alpha_2 = 0\,; \quad \beta_2 = 1\,.$$

Facendo la sostituzione come nei casi precedenti, si trova che la luce riflessa è polarizzata perpendicolarmente al piano d'incidenza e che la sua intensità vale :

$$\frac{\text{tang}^2 (i-r)}{\text{tang}^2 (i+r)}$$

il che significa che in questo caso, come già vedemmo avvenire nel primo, il mezzo riflettente si comporta per la riflessione come se fosse isotropo.

Superficie riflettente normale all' asse ottico.

La sezione principale coincide sempre col piano d'incidenza ed in questo piano giacciono pur sempre entrambi i raggi rifratti. Prendasi il piano d'incidenza come piano di figura (fig. 3); sia IX la traccia della superficie riflettente, IY la sua normale nell' interno del cristallo, I il punto d'incidenza. L'elissoide di Huyghens col centro in I avrà per raggio equatoriale $IA = a$ e per semi-asse polare $IN = b$, che sarà pure raggio dell'onda sferica ordinaria. Preso sopra IX, a partire da I, $IT = \frac{1}{\text{sen}\, i}$, e condotta la TM tangente in M all'elissi di semi-assi IA, IN si sa che IM è la direzione del raggio straordinario, YIM l'angolo ρ di rifrazione straordinaria e la lunghezza IM rappresenta la quantità L che figura nelle nostre equazioni generali.

Si trova facilmente che le coordinate del punto M sono:

$$x = a^2 \,\text{sen}\, i\,, \qquad y = b \sqrt{1 - a^2 \,\text{sen}^2 i}\,,$$

e che si ha pure :

$$L \cos \rho = b \sqrt{1 - a^2 \,\text{sen}^2 i}\,.$$

In quanto all'angolo Ω che la normale all'elemento d'onda straordinaria in M fa coll'asse ottico, esso nel nostro caso è uguale all'angolo ITM. Perciò si avrà:

$$\tan g\Omega = \frac{y}{\frac{1}{\operatorname{sen} i} - x} = \frac{b \operatorname{sen} i}{\sqrt{1 - a^2 \operatorname{sen}^2 i}}; \quad \text{quindi} \quad \cos^2 \Omega = \frac{1 - a^2 \operatorname{sen}^2 i}{1 - (a^2 - b^2) \operatorname{sen}^2 i}$$

La formola generale:

$$U^2 = a^2 - (a^2 - b^2) \cos^2 \Omega$$

diventa nel nostro caso

$$U^2 = \frac{b^2}{1 - (a^2 - b^2) \operatorname{sen}^2 i}.$$

Perciò le due equazioni (5) qui si possono scrivere così:

$$M = \frac{\cos r}{b \cos i}, \quad N = \frac{\sqrt{1 - a^2 \operatorname{sen}^2 i}}{b \cos i} [1 - (a^2 - b^2) \operatorname{sen}^2 i].$$

Venendo alle direzioni delle linee di vibrazione nei moti rifratti, si vede che il piano di polarizzazione del raggio ordinario è lo stesso piano d'incidenza; perciò si avrà:

$$\alpha_1 = 0 \quad , \quad \beta_1 = 1.$$

Nel raggio straordinario le linee di vibrazione hanno la direzione della retta TM (fig. 3) che è intersezione del piano d'onda straordinaria e della sezione principale, perciò sarà:

$$\alpha_2 = \cos \Omega = \frac{\sqrt{1 - a^2 \operatorname{sen}^2 i}}{\sqrt{1 - (a^2 - b^2) \operatorname{sen}^2 i}}, \qquad \beta_2 = 0.$$

Si noti ancora che si ha

$$\phi = \theta.$$

Le equazioni generali (8) diventano:

$$H = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos i} \sqrt{\frac{1 - a^2 \operatorname{sen}^2 i}{1 - (a^2 - b^2) \operatorname{sen}^2 i}}, \qquad K = \cos \theta.$$

Per procedere alle sostituzioni nelle espressioni generali (10), (11) converrà, per semplicità di scrittura, porre:

$$\cos\mu = \sqrt{1 - a^2 \operatorname{sen}^2 i}\ ,$$

$$\cos\nu = \sqrt{1 - (a^2 - b^2) \operatorname{sen}^2 i}\ ,$$

cosicchè μ e ν sono gli angoli di rifrazione che corrisponderebbero all'angolo i d'incidenza per due mezzi isotropi, rispettivamente d'indice $\frac{1}{a}$ e $\frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}}$.

Mediante semplici calcoli materiali si ottiene:

$$M \cos^2\varphi + N \operatorname{sen}^2\varphi = \frac{\cos^2\theta \cos r + \operatorname{sen}^2\theta \cos\mu \cos^2\nu}{b \cos i}\ ,$$

$$H^2 + K^2 = \frac{\cos^2\theta \cos^2 i \cos^2\nu + \operatorname{sen}^2\theta \cos^2\mu}{\cos^2 i \cos^2\nu}\ ,$$

$$K^2 - H^2 = \frac{\cos^2\theta \cos^2 i \cos^2\nu - \operatorname{sen}^2\theta \cos^2\mu}{\cos^2 i \cos^2\nu}\ ,$$

$$2HK = \frac{2\cos\mu \operatorname{sen}\theta \cos\theta}{\cos i \cos\nu}\ .$$

Nello eseguire le sostituzioni si possono dare alle espressioni di v e di v' forme relativamente semplici ed abbastanza comode per applicazioni a calcoli numerici.

Essendo noti gli angoli r, μ, ν perchè essi si deducono subito dai valori dati di i, a e b, possiamo valercene per determinare cinque quantità α, β, γ, δ, ε, tali da soddisfare le relazioni:

$$\alpha = \cos\mu \cos^2\nu - \cos r$$

$$\beta = \cos\mu - \cos\nu \cos i$$

$$\gamma = \cos\mu + \cos\nu \cos i$$

$$\delta = \cos r + b \cos i$$

$$\varepsilon = \cos r - b \cos i\ .$$

Si possono in seguito calcolare le nove quantità determinate dalle relazioni seguenti:

$$p = \delta \cos^2 \nu \cos i - 2b \cos \mu \cos \nu \cos i$$

$$p' = \varepsilon \cos^2 \nu \cos i$$

$$m = \alpha \cos^2 \nu \cos i - b \beta^2$$

$$m' = \alpha \cos^2 \nu \cos i + b \beta^2$$

$$n = \alpha \cos^2 \nu \cos i + b \beta \gamma$$

$$s = \delta \cos^2 \nu \cos i$$

$$q = m + p$$

$$q' = m' + p'$$

$$t = n + s \, .$$

Ciò fatto, le espressioni cercate di v e di v' si possono presentare sotto la forma:

$$v = - \operatorname{sen} \theta \frac{p \cos^2 \theta + q \operatorname{sen}^2 \theta}{s \cos^2 \theta + t \operatorname{sen}^2 \theta} ,$$

$$v' = - \cos \theta \frac{p' \cos^2 \theta + q' \operatorname{sen}^2 \theta}{s \cos^2 \theta + t \operatorname{sen}^2 \theta} .$$

L'intensità della luce riflessa in rapporto a quella della luce incidente è:

$$(12) \quad \mathrm{I} = \frac{\operatorname{sen}^2 \theta (p + m \operatorname{sen}^2 \theta)^2 + \cos^2 \theta \, (p' + m' \operatorname{sen}^2 \theta)^2}{(s + n \operatorname{sen}^2 \theta)^2}$$

L'angolo ψ che il piano di polarizzazione del raggio riflesso fa col piano d'incidenza è dato nel modo seguente:

$$\operatorname{tang} \psi = \operatorname{tang} \theta \frac{p \cos^2 \theta + q \operatorname{sen}^2 \theta}{p' \cos^2 \theta + p' \operatorname{sen}^2 \theta} = \operatorname{tang} \theta \frac{p + m \operatorname{sen}^2 \theta}{p' + m' \operatorname{sen}^2 \theta}$$

Consideriamo le conseguenze più semplici che scaturiscono dalle formole ora trovate.

1°. Se supponiamo $\theta = 0$, si ha $v = 0$, $v' = - \frac{\operatorname{sen}(i - r)}{\operatorname{sen}(i + r)}$ e $\psi = 0$. Cioè la riflessione ha luogo secondo la legge di Fresnel e come se la superficie riflettente appartenesse ad un mezzo isotropo.

2°. Per $\theta = \frac{\pi}{2}$ si ha $v' = 0$, $v = -\frac{\cos i \cos^4 \nu - b \cos \mu}{\cos i \cos^4 \nu + b \cos \mu}$, $\psi = \pi$.
Cioè pel raggio incidente polarizzato normalmente al piano d'incidenza l'intensità della luce riflessa non è più quella che sarebbe ove il mezzo fosse isotropo; diventerebbe però tale quando si facesse $a = b$, perchè allora si avrebbe $\cos \mu = \cos r$, $\cos \nu = 1$ e $v = -\frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)}$ concordemente alla teoria di Fresnel.

3°. Si può avere estinzione totale di luce riflessa. Ciò succede quando, essendo $\theta = \frac{\pi}{2}$, l'angolo d'incidenza è tale da soddisfare alla relazione

$$\cos i \cos^4 \nu = b \cos \mu \ .$$

In nessun altro caso l'intensità della luce riflessa può ridursi a zero.

4°. Se si pone nelle formole $i = 0$, cioè si considera l'incidenza normale, si trova:

$$v = -\operatorname{sen}\theta = \frac{1-b}{1+b}, \quad v' = -\cos\theta \, \frac{1-b}{1+b}, \quad \psi = 0, \quad \mathrm{I} = \left(\frac{1-b}{1+b}\right)^2$$

risultati che si potevano prevedere e che si accordano con quelli di Fresnel.

5°. Per l'incidenza radente, cioè per $i = \frac{\pi}{2}$, si ottiene $\mathrm{I} = 1$, come debb'essere.

Una verificazione, quantunque alquanto grossolana, delle formole precedentemente ottenute si può eseguire partendo dalla considerazione, che la birefrangenza nei cristalli, compresa pure la calcite, è sempre assai debole, cioè che per tutti i cristalli naturali il rapporto di $a - b$ ad a è una frazione molto piccola. Da ciò consegue che i risultati numerici, i quali scaturiscono dalle formole applicate ad un caso particolare qualunque di riflessione cristallina, non debbono mai essere molto diversi dai risultati corrispondenti che si otterrebbero, quando al mezzo cristallino si sostituisse un mezzo isotropo. Così, si consideri come riflettente la faccia normale all'asse ottico di un cristallo di cal-

cite: noi possiamo alla medesima applicare le formole dianzi trovate, che determinano l'intensità I della luce riflessa per ogni angolo di incidenza e per ogni azimut del piano di polarizzazione della luce incidente. Per altra parte possiamo istituire calcoli analoghi per un mezzo isotropo ideale, a cui si attribuisca un indice di rifrazione eguale all'indice di rifrazione ordinaria della calcite; ciò si farà ricorrendo alle formole di Fresnel, sull'esattezza delle quali non si può sollevare ragionevole dubbio.

Or bene, se le formole da noi trovate rappresentano, almeno in modo verosimile, i fenomeni reali, si dovranno trovare per ogni angolo d'incidenza e per ogni azimut di polarizzazione, risultati poco differenti in entrambi i casi ora detti.

Tale confronto tra i fenomeni di riflessione presentati da un mezzo birifrangente e quelli dati da un mezzo monorifrangente di egual indice di rifrazione ordinaria, quando si estenda fino ai valori numerici relativi ai singoli casi particolari, riesce anche utile nell'apprezzamento delle verificazioni sperimentali dirette, delle quali qualche saggio ho pur cercato di ottenere, come dirò fra poco. Mosso specialmente da questa ragione, ed aiutato da giovani studiosi, mi decisi a calcolare, mediante le formole ottenute dianzi, molti valori di I per una superficie normale all'asse di un cristallo di calcite, sapendo che per tale sostanza le migliori determinazioni sperimentali danno

$$a = 0{,}6742, \qquad b = 0{,}6045 \ .$$

Ho fatto questo calcolo per valori dell'angolo i d'incidenza che variano di quindici in quindici gradi da 0° fino a 90°. Per ciascuno di tali valori applicai la formola (12) e ne ricavai le intensità della luce riflessa corrispondenti a valori di θ varianti pure di quindici in quindici gradi da 0° a 90°.

Riguardo al mezzo isotropo ideale, che immagino abbia per indice di rifrazione $\frac{1}{0{,}6045}$, ricorsi alla formola di Fresnel che dà l'intensità I_1 della luce riflessa da tale mezzo, quando la luce incidente è polarizzata in un piano di azimut θ qualunque. Si sa che tale formola si può scrivere:

$$I_1 = A \cos^2 \theta + B \,\text{sen}^2 \theta \ ,$$

essendo:

$$A = \frac{\text{sen}^2 (i - r)}{\text{sen}^2 (i + r)}, \qquad B = \frac{\text{tang}^2 (i - r)}{\text{tang}^2 (i + r)}.$$

I calcoli numerici furono anche qui istituiti per i valori di i compresi fra 0° e 90° e varianti di quindici in quindici gradi, e per valori varianti allo stesso modo dell'angolo θ.

I risultati di tali calcoli si trovano raccolti nella tavola seguente:

		$\theta=0°$	$\theta=15°$	$\theta=30°$	$\theta=45°$	$\theta=60°$	$\theta=75°$	$\theta=90°$
$i=0°$	$\frac{I}{I_1}$	0,0608 0,0608	0,0608 0,0608	0,0608 0,0608	0,0608 0,0608	0,0608 0,0608	0,0608 0,0608	0,0608 0,0608
$i=15°$	$\frac{I}{I_1}$	0,0660 0,0660	0,0652 0,0654	0,0629 0,0635	0,0598 0,0609	0,0567 0,0583	0,0545 0,0564	0,0537 0,0557
$i=30°$	$\frac{I}{I_1}$	0,0868 0,0868	0,0810 0,0848	0,0711 0,0764	0,0582 0,0650	0,0459 0,0536	0,0374 0,0453	0,0343 0,0422
$i=45°$	$\frac{I}{I_1}$	0,1282 0,1282	0,1182 0,1207	0,0926 0,1003	0,0611 6,0723	0,0334 0,0444	0,0155 0,0239	0,0094 0,0164
$i=60°$	$\frac{I}{I_1}$	0,2267 0,2267	0,2037 0,2117	0,1592 0,1702	0,0853 0,1135	0,0377 0,0569	0,0111 0,0154	0,0029 0,0022
$i=75°$	$\frac{I}{I_1}$	0,4582 0,4582	0,4068 0,4339	0,2989 0,3676	0,2060 0,2770	0,1535 0,1863	0,1322 0,1199	0,1272 0,0957
$i=90°$	$\frac{I}{I_1}$	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1

Ricerche sperimentali.

Il controllo sperimentale delle formole stabilite precedentemente per la riflessione cristallina e particolarmente per le leggi relative alla intensità della luce riflessa offre difficoltà assai gravi. Di queste alcune sono inerenti all'argomento speciale di

cui si tratta; altre sono comuni a tutti i procedimenti che esigono misure fotometriche. Tuttavia ho tentato alcune ricerche a questo riguardo e, quantunque i risultati ottenuti non siano appieno soddisfacenti, essi non infirmano però la giustezza delle formole, anzi dimostrano che il carattere generale dei fenomeni va d'accordo colle deduzioni teoriche.

Mi sono preoccupato innanzi tutto della condizione di nettezza e di levigatezza in cui devesi, nelle sperienze, trovare la faccia destinata a riflettere la luce. Preziose indicazioni a questo riguardo vengono fornite da parecchi fisici, che prima d'ora si occuparono di riflessione sopra facce cristalline. Così, Seebeck notò che, quando si sperimenta su cristalli di calcite, la pulitura delle facce, segnatamente di quelle inclinate all'asse ottico, non devesi operare, come spesso si usa, mediante polvere di *colcotar*; poichè questa sostanza, contenendo quasi sempre traccie di solfato di ferro, ha per effetto di convertire superficialmente il carbonato calcico in solfato calcico, assai meno birefrangente della calcite. Seebeck tentò l'uso dell'acido tannico, il quale diede pure risultati poco soddisfacenti e si decise ad adoperare semplice creta polverulenta. Anche Brewster avvertì l'influenza grande della pulitezza per la faccia riflettente e riconobbe che quest'influenza è diversa, secondochè si tratta di facce di sfaldatura o di facce artificialmente tagliate. Mac-Cullagh, nella sua grande Memoria citata al principio di questo lavoro, nota che la pulitura di facce artificiali può generare su queste delle piccolissime scaglie romboedriche, le quali alterano l'indole dei fenomeni che si vogliono studiare.

Nei saggi sperimentali, a cui finora ho dato opera, io non potei adoperare se non facce di calcite normali all'asse ottico, e trovai sufficiente uno strofinamento preliminare operato con pelle di camoscio e susseguito da un prolungato sfregamento contro un foglio ben disteso e ben liscio di carta bibula.

In quanto alla disposizione ottica, dopo parecchi tentativi, adottai quello che è rappresentato prospetticamente nella figura 4ª ed in sezione orizzontale schematica nella figura 5ª. Un eliostato invia nell'interno d'una camera buia, attraverso ad un foro circolare del diametro di due millimetri, un fascio di raggi solari, la cui direzione $s\,a$ è orizzontale e si mantiene in-

variabile. Il fascio penetra in un tubo *a b* seguendone l' asse ed attraversa un prisma di Nicol *c* (fig. 5ª), il quale è fermato in un secondo tubo imboccante nel primo. Il Nicol ha una sezione abbastanza considerevole, cioè assai più grande della sezione del fascio luminoso. Il tubo *c d* in cui il Nicol è infisso può girare intorno al suo asse d' un angolo qualsivoglia, misurabile per mezzo di una graduazione portata dall'orlo del tubo stesso; a questo modo, conoscendo la posizione della sezione principale del Nicol, si può far variare e misurare l' angolo che il piano di polarizzazione del fascio luminoso escente fa col piano orizzontale. Quando il fascio esce dal tubo, attraversa una lente *d* a lungo foco, la quale ha per ufficio di renderlo alquanto convergente. Lo stesso fascio, là dove la sua sezione è minima o press' a poco, incontra in *i* la superficie della laminetta cristallizzata che si vuole sottoporre all' esperienza.

Questa laminetta trovasi appiccicata con un po' di cera al suo contorno sopra una piccola tavola *m* tinta in nero e non lucida, per modo che estingua l' azione riflettente della faccia posteriore del cristallo. Questa tavola nera è, alla sua volta, fermata con morsette sul piano di un anello *p*, a cui dalla parte posteriore è infisso un piccolo tubo *n n* (fig. 5ª) imboccante in un tubo maggiore *q q*. Quest' ultimo è sostenuto da due braccia A A (fig 4ª) che si attaccano a due punti diametralmente opposti di un anello *g g* e quest' anello è infilato ad un' estremità di un nuovo tubo. Le braccia A A che sorreggono l' anello *p*, facendo a questo da pernio, permettono al suo piano di girare intorno ad un suo diametro ed un cerchietto graduato M può in ogni caso dare la misura dell'angolo di cui l'anello si fa ruotare.

Così s'intende come alla lamina riflettente siano consentite quattro sorta di movimenti distinti, cioè:

1° Il suo piano può trasportarsi parallelamente a se stesso; perciò è facile disporlo in modo che, qualunque sia l' ampiezza della lamina cristallina, il fascetto luminoso *s a* uscendo dal Nicol polarizzatore e reso alquanto convergente colpisca la lamina nella sua regione centrale od in quell' altra per cui la pulitura apparisce meglio riuscita;

2° La stessa lamina può girare giacendo sempre nello stesso

piano e si può, quando occorra, misurarne lo spostamento angolare provvedendo di graduazione il lembo dell'anello p;

3° Il piano della lamina può girare intorno a quel diametro dell'anello p la cui direzione passa pel centro del cerchio graduato M; così si può variare a piacimento l'angolo d'incidenza e misurarne il valore;

4° Il piano in cui giacciono le braccia A A può girare intorno all'asse del tubo $g h$; la graduazione dell'anello g ne misurerà lo spostamento angolare, ed in tal modo si potrà spostare il piano d'incidenza e determinarne in ogni caso la posizione.

Nelle esperienze finora da me eseguite il piano d'incidenza si conservò sempre orizzontale.

Il fascetto di luce, polarizzato in un piano arbitrario e conosciuto, dopo aver subita in i la riflessione sulla faccia cristallina, entra nel tubo $g h$ e poi nel tubo $h r$ che lo imbocca; la sua direzione si può far coincidere esattamente coll'asse comune a questi tubi col mezzo della vite che, incastrando nel settore dentato l, permette di modificare la direzione di tale asse. Il fascetto, prima di escire dal tubo $h r$ trova presso l'estremità e ed attraversa una lastra a facce piane di vetro colorato di una tinta arancio-gialla, il cui ufficio sarà presto indicato. Esso cade infine sulla faccia s d'un foglio bianco $s s'$, producendovi una chiazza luminosa di tinta giallognola, di forma circolare ed avente il diametro di circa quattro centimetri.

Il foglio $s s'$ fa l'ufficio di fotometro Bunsen; esso a tal fine è incollato al suo contorno sopra un telaio N (fig. 5ª) disposto nel piano normale alla direzione della luce che lo colpisce ed al suo centro porta una macchia d'olio di forma circolare e del diametro di quasi due centimetri. Gli sta vicino un sistema di due specchi H H verticali, la cui linea d'intersezione giace nel piano del foglio fotometrico. Dando all'angolo di questi due specchi un valore conveniente, l'osservatore situato in O davanti ai medesimi, così che il piano del foglio passi press'a poco pel suo occhio, vede ad un tempo, per riflessione, le due facce del foglio stesso e può esaminare sull'una e sull'altra la macchia traslucida d'olio. Quest'ultima apparisce distinta finchè le due facce sono disegualmente illuminate e sparisce quando su di esse l'intensità luminosa diventa eguale.

Se si procede oltre, nella direzione in cui la luce cammina, trovasi un nuovo tubo $t\,t'$ orizzontale, il cui asse passa per il centro del foglio fotometrico. La bocca anteriore t di questo tubo è aperta, mentre la posteriore t' è chiusa da un dischetto di vetro smerigliato. Allo stesso tubo è fissato un ampio schermo QQ' col suo piano perpendicolare all' asse.

Il disco t' di vetro smerigliato fa nelle mie sperienze l' ufficio di luminare a potere illuminante variabile. Ecco in qual modo. La fiamma F di una lampada a petrolio ed a lucignolo piatto, posta ad una distanza variabile $F\,t'=d$ dal piano del disco t', produce su quest' ultimo un' intensità luminosa, che si può rappresentare con $\frac{1}{d^2}$, prendendo come unità l' intensità che la fiamma è capace di produrre su di un elemento normale al raggio che lo colpisce ed all' unità di distanza. Si deve avvertire che, affinchè ciò sia ammessibile, è necessario che la linea congiungente un punto qualunque del disco t ed un punto qualunque della fiamma si possa ritenere come normale al piano del disco. Lo stesso disco, alla sua volta, invia raggi luminosi che percorrono l' interno del tubo t' verso t ed escono dalla bocca t formando un fascio conoideo di piccola apertura; questo incontra la faccia posteriore s' del foglio fotometrico e vi produce una chiazza illuminata circolare avente il diametro di circa quattro centimetri.

È facile ora il vedere come si possa in ogni esperienza far variare in un rapporto noto l' intensità j sulla faccia s' della luce inviata dal disco smerigliato t'. Lasciando per tutta una serie di sperienze allo stesso posto il tubo $t\,t'$ ed il fotometro, l' intensità j della luce su quest' ultimo è evidentemente proporzionale al potere illuminante w del disco t', ed a questo potere si possono attribuire valori variabili mediante spostamenti della lampada lungo la normale al piano del foglio. Per una distanza qualunque $F\,t'=d$ si può ammettere che si abbia:

$$j = \frac{w}{d^2}\,.$$

Perciò, finchè la fiamma F conserva inalterato il suo splendore intrinseco e rimane costante la distanza $t\,s'$, la quantità w si mantiene pure costante.

Le faccie s, s' opposte del foglio fotometrico essendo, in una qualunque delle sperienze, illuminate rispettivamente colle intensità I e j, bisognerà far variare d in modo da rendere $j = I$; di questo lo sperimentatore s'accorge quando non distingue più su ambe le faccie del foglio, la macchia oleosa.

Abbastanza preciso era, nelle prove da me fatte, quest'atto della sparizione della macchia, ed appunto perciò ottenere si 'adoperava il vetro giallo che dava alla luce solare proiettata in s una tinta somigliante a quella della fiamma a petrolio.

Ho tentato dapprima di determinare il rapporto fra l'intensità della luce incidente e l'intensità della luce riflessa sulla calcite normale all'asse ottico, per un dato valore dell'angolo i d'incidenza e quando θ era nullo, cioè il piano di polarizzazione era orizzontale. Però, i miei tentativi non ebbero esito soddisfacente. La difficoltà di mantenere costante, per un tempo alquanto lungo, lo splendore intrinseco della fiamma, l'alterazione di dimensioni e di forma geometrica che facilmente subisce il fascetto di raggi solari soggetto alla riflessione, la necessità di dilatare, coll'artifizio di una lente, il fascio incidente per renderne la intensità facilmente comparabile a quella della luce proveniente dal disco smerigliato, ed altre circostanze facili a concepirsi, resero inattuabile la determinazione che dapprima mi proponevo.

L'inconveniente potè tuttavia rimediarsi in parte per la seguente ragione. Si è visto che, quando si ha $\theta = 0$, le formole che si tratta di verificare coincidono, come debb'essere, con quelle di Fresnel che si ammettono da tutti come rispondenti al vero. Si possono quindi ritenere come esatti, senza bisogno di ulteriore conferma sperimentale, i valori di I consegnati nella tavola numerica di pag. 18 per i singoli valori di i, e corrispondenti a θ nullo. Servendoci di essi si potrà calcolare per ciascun angolo d'incidenza il valore di w mediante la formola $j = \frac{w}{d^2}$, essendo d fornito dell'esperienza e corrispondendo in ogni caso alla condizione, $j = I$.

Ciascuna serie di esperienze si può così eseguire per un solo e immutabile valore di i; le varie parti dell'apparato, una volta ben centrate, non debbono più essere spostate durante tutta la serie. Basta, per ogni sperienza, far rotare il tubo d che

porta il Nicol c polarizzatore, così che varii di una quantità nota l'angolo θ; allora si fa scorrere lungo un solco X X apposito il sostegno della lampada F, cioè si fa variare la d fino a rendere egualmente illuminate le due facce del foglio fotometrico.

Procedendo per questa via, le più gravi cause d'errore vengono in gran parte eliminate. Potendosi effettuare in poco tempo tutte le esperienze per le quali si fa variare il θ, ma si mantiene i costante, non si corre grave rischio d'incontrare mutamenti notevoli nell'intensità della luce solare ed in quella della fiamma. Inoltre, il fascetto luminoso incidente ed il corrispondente riflesso conservano in tutte le sperienze della serie le stesse posizioni, grandezze e forme geometriche e la regione in cui la lamina cristallina è colpita dalla luce si conserva sempre la stessa. Non sono tuttavia schivati altri inconvenienti, la cui gravità può essere scemata solo dall'accuratezza con cui si fanno e si ripetono più volte le operazioni. Tali sono: i difetti di purezza del Nicol polarizzatore, la non precisa lettura degli angoli, la lieve diversità di tinta che persiste nelle luci che illuminano le due facce opposte della carta fotometrica, la non esatta applicabilità della legge dell'inverso quadrato della distanza alla intensità luminosa del disco di vetro smerigliato, la limitata sensibilità dell'occhio, per cui la distanza d può subire variazioni di qualche millimetro, senza che gli effetti ottici appaiono modificati. Tutte queste circostanze sfavorevoli nuocono alla precisione dei risultati sperimentali; gli è perciò che per ora mi limito a citarne pochi fra quelli che ho già ottenuti, avvertendo che, nel loro complesso, se essi non costituiscono una verificazione completa e rigorosa delle formole teoriche, confermano tuttavia l'ammissibilità dei principii da cui queste scaturiscono.

Non provai a sperimentare per angoli d'incidenza minori di 45° perchè al disotto di questo valore le variazioni dell'intensità I sulla faccia anteriore del foglio fotometrico, le quali si osservano mentre si fa girare il Nicol polarizzatore, sono ben piccole; ciò del resto debb'essere e risulta anche dalla tavola numerica della pagina 18.

Disposto l'apparecchio in modo da farlo servire per l'angolo d'incidenza di 45°, ed assicuratomi della fissità di luce della lampada, trovai che, quando θ era nullo, per rendere j eguale a

I, dovevo spostare la lampada tanto da fare $d = 132$ mm. La tavola numerica della pag. 18 dà, per questo caso, $I = 0,1282$. Perciò, dalla formoletta $w = I\,d^2$ ricavasi $w = 2234$, e si può ammettere che questo valore si mantenga inalterato anche nelle esperienze successive. Poscia, essendosi, mediante la rotazione del Nicol, dati a θ successivamente i valori 30°, 45°, 75°, 90°, si trovò che per rendere $j = I$ dovevasi fare d rispettivamente eguale a millimetri 159, 196, 438, 444. Ora la relazione $I = \frac{2234}{d^2}$ dà per valori di I corrispondenti a questi trovati di d, numeri che non sono molto diversi da quelli teorici contenuti nella tavola a pag. 18, e che sono inscritti nella prima delle tre tabelle seguenti. Tali tabelle riassumono i risultati delle principali misure che ho potuto eseguire per angoli d'incidenze eguali a 45°, 60°, e 75° e per varii valori di azimut θ di polarizzazione.

1° Per $i = 45°$ si ha $w = 2234$

θ	0°	30°	45°	75°	90°
d^{mm}	132	159	196	438	444
I	0,1282	0,0883	0,0581	0.0116	0,0113

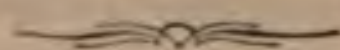
2° Per $i = 60°$ ottenni $w = 1796$

θ	0°	30°	45°	60°	90°
d^{mm}	89	108	150	214	355
I	0,2267	0,1540	0,0798	0,0392	0,0142

3° Per $i = 75°$ trovai $w = 1819$

θ	0°	45°	60°	90°
d^{mm}	63	93	111	117
I	0,4582	0,2103	0,1476	0,1329

Giova ricordare che i valori di I corrispondenti a θ nullo, e scritti nelle precedente tabelle. si ritengono eguali a quelli forniti dalle formole teoriche e che sono già consegnati nella tavola di pag. 18.



SULLE APPARENZE ELETTROCHIMICHE ALLA SUPERFICIE DI UN CILINDRO; RICERCHE SPERIMENTALI DEL DOTT. LUIGI PASQUALINI.

1. A. Tribe (1) osservò che, se s'immerge una lastrina d'argento nel solfato di rame attraversato dalla corrente, i due ioni che si depositano sono separati da un intervallo scoperto, e che il deposito rosso di rame dalla parte per cui la corrente entra, è meno esteso del deposito bruno che si forma dall' altra. Il Prof. Roiti (2), ripetendo l'esperienze di Tribe in condizioni diverse, cioè con dischi di ottone, di rame e di platino nel solfato di zinco e nel solfato di rame, trovò verificata l'osservazione fatta da Tribe, eccetto per una lastrina di rame nel solfato di rame, per la quale trovò il metallo più esteso del perossido; e da alcune nuove apparenze che ottenne, potè anche dedurre che lo spazio scoperto dipende da una corrente di polarizzazione che si sviluppa fra i due ioni, e che si oppone sulla superficie della lastrina alla corrente principale.

Egli mi consigliò di continuare queste ricerche collo scopo di vedere se il fenomeno corrisponda esattamente alla teoria della distribuzione delle correnti.

Perciò bisognava indagare come l'intervallo lasciato libero fra i due depositi elettrolitici dipendesse dall'intensità della corrente, dalla natura del corpo immerso, dalla qualità dell'elettrolita e, per uno stesso elettrolita, dalla sua concentrazione.

(1) *Philosophical Magazine*, ser. 5, vol. XI, p. 44.
(2) *N. Cimento*, ser. 3, vol. X, 1881, p. 97.

2. Nel circuito di una pila Bunsen P (fig. 1), che variò da tre a sedici elementi, era introdotta una vaschetta di vetro V

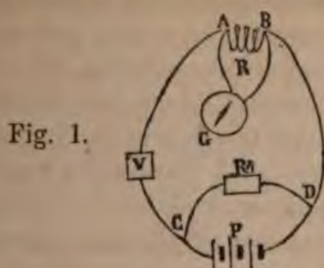


Fig. 1.

perfettamente cubica di 103 mm. di lato destinata a ricevere l'elettrolita. Essa era portata da un sostegno munito di tre viti calanti, che permettevano di metterne il fondo orizzontale. In un circuito derivato A G B era introdotto un galvanometro a riflessione e le varie resistenze erano scelte in modo che le deviazioni si potessero ritenere sempre proporzionali alla intensità della corrente che passava per la vaschetta. Sostituendo alla vaschetta un voltametro ad argento ed assumendo per equivalente elettrochimico dell'argento 1, 1363 (1), trovai che ad una parte grande della scala (1c) corrispondevano 0, 0467 ampère nel circuito principale. Faceva variare l'intensità della corrente o variando il numero degli elementi della pila o servendomi del ramo derivato C R' D, che conteneva un reostata a solfato di zinco.

Perchè i dati d'esperienza fossero confrontabili colla teoria era necessario scegliere un caso particolare accessibile alla analisi matematica e però, per consiglio del Prof. Roiti, sostituii alle lastrine un cilindro metallico di 28, 5 mm. di diametro che veniva immerso nell'elettrolita con l'asse verticale.

Il fenomeno si presenta in un modo analogo a quello osservato da Tribe; dalla parte del cilindro per cui entra la corrente si deposita l'elemento elettropositivo dell'elettrolita e dall'altra parte l'elemento elettronegativo. Questi depositi avvengono per tutta l'altezza del liquido e terminano lateralmente con due ge-

(1) Questo numero è dato da Kohlrausch (*Ann. der Physik und Chemie*, vol. CXLIX, pag. 170). Da più recenti esperienze di Mascart (*J. de Physique*, 2. série, t. I, 1882, pag. 109) risultò invece 1,1241.

neratrici del cilindro, e sono sempre fra di loro separati da due porzioni che appariscono scoperte.

Per lo studio che mi proponevo era necessario determinare l'estensione di questi intervalli. Le misure però dovevano esser fatte senza levare il cilindro dall'elettrolita, per non andare incontro a cause d'errori provenienti dalla dissipazione dei depositi, accennata dal Prof. Roiti, pel velo liquido che rimane aderente (1). A tal fine sulla circonferenza del cilindro era tracciata una divisione in 100 parti eguali per modo che le determinazioni potevano esser fatte direttamente sul cilindro attraverso le pareti della vaschetta, finchè circolava ancora la corrente.

L'elettrolita, che mi parve più opportuno per uno studio sistematico, fu il solfato di zinco, perchè la sua soluzione è trasparente e perchè dà per deposito lo zinco che riesce facile a staccare dal cilindro. Era però necessario del solfato di zinco il più possibilmente puro e neutro; perciò presi di quello del commercio, lo feci bollire a lungo con zinco metallico e lo assoggettai tre volte alla cristallizzazione.

Gli elettrodi erano costituiti da due lastre di zinco bene amalgamate, che coprivano intieramente due facce opposte della vaschetta e che erano verniciate sulla faccia posteriore.

Il cilindro che adoperai da principio era di ottone; ma poi, temendo che nelle parti dove si deposita il gruppo SO_4 si impoverisse di zinco e quindi cambiasse natura, gliene sostituii uno di rame.

3. Se si osserva il cilindro attraverso le pareti della vaschetta dalla parte su cui si deve depositare lo zinco, quando si chiude il circuito si vede comparire il metallo sotto forma di un velo che col tempo va ingrossandosi ed acquista un contorno sempre più marcato; ma non muta di estensione finchè rimane costante la intensità della corrente.

Se si fa variare l'intensità della corrente, ad ogni accrescimento di questa si vede che corrisponde un aumento nell'estensione del deposito. Questo aumento però, molto grande finchè lo zinco è poco esteso, va diventando sempre minore, e, quando lo zinco ha raggiunto un'estensione di circa 90°, occorrono degli

(1) *N. Cimento*, serie 3. vol. X, p. 97, § 9.

aumenti fortissimi d'intensità per produrre delle variazioni appena visibili nel deposito. Dall'altra parte succede la stessa cosa. È più difficile seguire l'andamento del fenomeno poichè, fintanto che l'intensità della corrente non ha un certo valore non si riesce ad osservare il deposito bruno di perossido e si vede soltanto che il cilindro è corroso, perchè perde il suo splendore speculare; ma, in qualunque momento si levi il cilindro e si legga sulla scala l'estensione della parte attaccata, questa si trova esattamente eguale a quella che aveva lo zinco, finchè il cilindro era ancora immerso. Facendo le letture in questo modo, in più di duecento determinazioni eseguite col cilindro di rame nel solfato di zinco, ho sempre trovato *i depositi eguali*.

Li trovai eguali anche adoperando un cilindro di ottone nel solfato di zinco, un cilindro di rame nell'acetato di piombo, un crogiuolo d'argento nel solfato di rame e nel solfato di zinco, una lastrina di rame nel solfato di zinco e una lastrina d'argento nel solfato di rame. Ciò sarebbe in contraddizione coll'osservazione di Tribe, confermata in parte dal Prof. Roiti; se non che l'eguaglianza, come indicherò poi, cessa quando la densità della corrente nell'elettrolita superi un certo limite, e quindi bisogna dire che quei due sperimentatori abbiano adoperato correnti molto forti.

4. Era evidente a priori che l'intensità doveva influire sull'estensione dei depositi, solamente in quanto dipendeva da essa la densità della corrente in seno all'elettrolita.

Per assicurarmene con una verificazione sperimentale feci variare la sezione s del liquido e, scegliendo volta per volta una intensità I, tale che rimanesse costante la densità $D = I : s$, determinai la corrispondente estensione d dei depositi.

Mi fu facile avere delle sezioni del liquido che stessero fra loro come 1 : 2 : 3 prendendo da una medesima soluzione di solfato di zinco dei volumi che stessero negli stessi rapporti.

Ecco i risultati dell'esperienza:

Peso specifico della soluzione 1,180. Temp. 22,5°

s	I *Ampere*	d
$31^{c^2},93$	0,546	86°,4
63 ,86	1,092	86°,0
95 ,79	1,538	86°,4 ,

Dai quali risulta, come era da prevedere, che la forma dei depositi rimane la stessa comunque varii l'intensità della corrente purchè rimanga costante la sua densità in seno al liquido.

In questa, come in tutte le altre serie, dopo ogni determinazione, il cilindro veniva messo nell'acqua acidulata per istaccare lo zinco, e poi pulito con tripolo e sfregato con pelle di camoscio.

5. Stabilito esservi una relazione fra l'arco che apparisce scoperto e la densità della corrente, bisognava vedere di qual forma fosse, ossia in altre parole, come l'arco che misurava la distanza fra i due depositi dipendesse dalla densità della corrente.

Perciò, tenendo costante il peso specifico del solfato di zinco, feci una lunga serie di determinazioni dell'arco scoperto corrispondente a varie intensità, dalla quale potei dedurre:

che *la densità* D $\left(\frac{ampère}{cent.^2}\right)$ *della corrente è inversamente proporzionale al prodotto* α sen α, *essendo* α (fig. 2) *la distanza angolare fra i due depositi*, ciò che si può esprimere con:

$$D \alpha \text{ sen } \alpha = N.$$

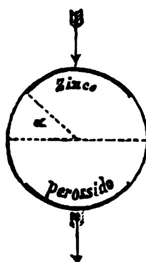


Fig. 2.

Ecco due serie fatte con densità molto differenti fra di loro:

1ª Peso specifico della soluzione 1,060. Temp. 22°,5

D	α	sen α	D α sen α
0,0113	43°,2	0,684	0,333
0,0121	42,3	0,673	0,344
0,0140	38,7	0,625	0,339
0,0160	36,0	0,588	0,338
0,0185	33,3	0,549	0,338
0,0243	28,8	0,482	0,337
		Media	0,338

2ª Peso specifico della soluzione 1,417. Temp. 22°,0

D	α	sen α	D α sen α
0,0144	57°,6	0,844	0,554
0,0147	52,2	0,790	0,605
0,0178	45,0	0,707	0,566
0,0198	43,2	0,685	0,585
0.0241	38,7	0,625	0,583
0,0274	35,1	0,675	0,553
0,0322	32,4	0,536	0,559
		Media	0,572

I vari valori della costante si allontanano dal valor medio non più di 5,5 per cento.

Dovendosi far le letture finchè il cilindro è ancora immerso ed essendo una particella lunga soltanto $0^{mm},88$, l'errore che si commette nella lettura oscilla fra mezza divisione in più e mezza divisione in meno.

A una mezza particella corrisponde una variazione nel valore della costante di 10% per gli archi minori e di 8% in media, per cui le differenze nel valore di N possono derivare da errore di osservazione.

Ad ogni determinazione veniva cambiato il liquido perchè i prodotti dell'elettrolisi, che succedeva intorno al cilindro, non ne cambiassero la natura.

6. Per vedere l'influenza della conducibilità μ dell'elettrolita determinai per varie concentrazioni del solfato di zinco il valore della costante N e la conducibilità specifica.

Peso specifico	N	$c\,\mu$	$\frac{N}{c\,\mu}$
1,060	0,338	1,00	0,34
1,120	0,488	1,60	0,31
1,180	0,573	1,95	0,29
1,240	0,618	2,11	0.29
1,300	0,627	2,11	0,29
1,360	0,624	2,06	0,30
1,417	0,572	1,82	0,31
1,448	0,524	1,66	0,32

i numeri della seconda colonna sono risultati come medie da serie analoghe a quelle riportate superiormente.

I numeri della colonna segnata $c\,\mu$ sono semplicemente proporzionali alla conducibilità specifica μ corrispondente ai vari pesi specifici della soluzione di solfato di zinco indicati nella prima colonna. Per determinarli mi sono servito del metodo già usato da Kohlrausch [1], cioè del ponte di Wheatstone con correnti alternate e sostituendo al galvanometro il telefono. Sarebbe stato superfluo spingere le determinazioni oltre i centesimi, essendo già approssimata la seconda cifra significativa del valore di N.

Il rapporto $\frac{N}{c\mu}$ si mantiene pressochè costante e però, ricordando che si è chiamato N il prodotto D x sen α, si vede che il fenomeno è rappresentato approssimativamente dalla formula:

$$\frac{D\,\alpha \operatorname{sen} \alpha}{\mu} = \text{cost.}$$

7. Ero giunto a questi risultati sperimentali, quando il Dott. Vito Volterra, che si occupava del problema dal lato teorico, partendo dall'idea che l'intervallo che apparisce scoperto fra i due ioni fosse dovuto alla forza elettromotrice di polarizzazione, stabiliva che i due depositi dovevano essere eguali e che doveva sussistere la relazione seguente fra la densità D della corrente, il raggio R del cilindro, le forze elettromotrici ε_1 ed ε_2 che si sviluppano nei punti dove avviene il deposito continuo dei due ioni e l'angolo α;

(1) $$\varepsilon = \frac{4\,DR}{\mu}\,[E - k_1{}^2 K]\,.$$

dove K ed E indicano i noti integrali ellittici completi, cioè:

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \operatorname{sen}^2\varphi}}\,, \qquad E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-k^2\operatorname{sen}^2\varphi}\, d\varphi\,,$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2\,, \qquad k = \operatorname{sen}\alpha\,, \qquad k_1 = \cos\alpha\,.$$

(1) *Ann. der Physik und Chemie*, nuova serie, vol. XI, 1880, p. 653.

Essendo nelle ricerche sopra descritte rimaste costanti le quantità ε ed R, la formula teorica differiva da quella dedotta dall'esperienza per contenere il fattore $E - k_1^2 K$ in luogo del prodotto α sen α, ma nei limiti fra cui si può sperimentare (cioè fra 20° e 60°) il valore della quantità $E - k_1^2 K$ coincide a meno di $\frac{1}{100}$ col valore di $\frac{3}{4} \alpha$ sen α come resulta dalla seguente tabella (1)

α	$E - k_1^2 K$	$\frac{3}{4} \alpha$ sen α	*Differenza*
10°	0,0240	0,0227	+ 0,0073
20°	0,0930	0,0895	+ 0,0035
30°	0,2022	0,1962	+ 0,0060
40°	0,3446	1,3366	+ 0,0080
50°	0,5094	0,5013	+ 0,0081
60°	0,6719	0,6801	— 0,0082
70°	0,8254	0,8610	— 0,0356
80°	0,9450	1,0318	— 0,0850.

E siccome si è visto che gli errori di osservazione possono portare una differenza perfino di 8%, così i risultati sperimentali erano pienamente confermati dalla formula teorica, e questa alla sua volta era in parte verificata dall'esperienza. Però volli fare una verificazione più completa.

8. Il modo più diretto sarebbe stato di misurare tutte le quantità che entrano nella formula e vedere se questa si riduceva ad una identità: ma mi parve più comodo e meno soggetto ad errori il metodo seguente.

Essendo $D = \frac{I}{s}$, dove I è l'intensità della corrente ed s la sezione del liquido, la formula (1) diventa:

$$\frac{\varepsilon \mu s}{I} = 4 R [E - k_1^2 K]. \tag{2}$$

ε è la somma delle forze elettromotrici di polarizzazione massima, che si sviluppano sul cilindro immerso nell'elettrolita, ed

(1) Per calcolare i vari valori $E - k_1^2 K$ mi sono servito delle tavole che trovansi nel *Traité de Calcul différentiel et de Calcul intégral* del Bertrand.

è la stessa che si sviluppa in un voltametro con lo stesso elettrolita, e con elettrodi della stessa natura del cilindro.

Supponiamo che tale voltametro sia costituito da una cassetta esattamente parallelepipeda di cui gli elettrodi occupino intieramente due facce opposte. Sia l la sua lunghezza ed s la superficie utile degli elettrodi. Se si indica con i l'intensità della corrente secondaria che si ottiene chiudendo il circuito con un conduttore di piccolissima resistenza, dopo aver fatto passare una corrente per un tempo bastante perchè la polarizzazione abbia raggiunto il massimo, sarà:

$$i = \frac{\varepsilon}{R},$$

ed essendo la resistenza opposta dal liquido

$$R = \frac{l}{s\mu},$$

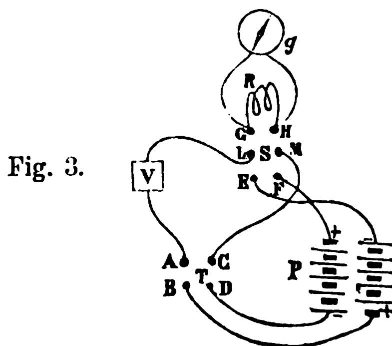
ove μ indica la conducibilità specifica dell'elettrolita, la (2) si cambia nella:

$$\frac{i}{I} = \frac{4R}{l}[E - k_1{}^2 K].$$

La quale dà modo di calcolare mediante l'angolo α il valore del rapporto delle due intensità i ed I che può essere determinato coll'esperienza.

9. Ecco la disposizione che mi parve più opportuna per fare l'esperienza in maniera che le misure di i ed I potessero succedersi rapidamente. V (fig. 3) è la vaschetta che serviva anche

Fig. 3.



da voltametro; T è un commutatore che permette di mettere in comunicazione A con B e C con D, oppure A con C e B con D;

in S un pachitropo permette di porre in comunicazione i due pozzetti L, M o con E, F o con G, H.

P è una pila di dieci elementi Daniell, disposti in due serie. Due reofori andavano in D e B e due in E e F. Nel circuito derivato G *g* H di circa 300 ohm di resistenza, eravi un galvanometro a riflessione *g;* R era un filo di rame di piccolissima resistenza.

La verificazione fu fatta col cilindro di rame nel solfato di zinco.

Nella prima parte dell'esperienza, che dovea servire a misurare l'arco libero e l'intensità corrispondente, messo nella vaschetta il cilindro, si portava il liquido fino ad una certa altezza segnata da una vite la cui chiocciola era infissa in un'asta che si appoggiava all'orlo della vaschetta, e si metteva in comunicazione metallica AB, CD, EF, HM e GL.

La corrente allora andava per BAVL, passava per la resistenza R e pel galvanometro *g*, e ritornava per HMCDFE.

La deviazione *d* che si otteneva al galvanometro misurava l'intensità I.

Nella seconda parte della esperienza, che serviva a misurare la corrente di polarizzazione, tolto il cilindro e sostituiti agli elettrodi, che nella prima esperienza erano di zinco amalgamato, altri due di rame come il cilindro, si riconduceva il liquido ad affiorare la punta della vite e si stabilivano invece le comunicazioni metalliche fra AC, BD LE ed MF abbassando la leva in modo da escludere il galvanometro. La corrente allora per FMCA entrava a polarizzare il voltametro e per LEBD ritornava.

Rialzando la leva S, si interrompevano le comunicazioni LE, MF e si stabilivano le altre LG, MH, così da escludere la pila e da introdurre il galvanometro insieme colla piccolissima resistenza R. La deviazione d_1 che si otteneva misurava la corrente di polarizzazione: ed il rapporto delle due deviazioni, ottenute nella seconda e nella prima parte, dava il rapporto $\frac{i}{I}$ voluto dalla formula.

La resistenza esterna al voltametro, quando si misurava i, cioè VACMH e la resistenza R, era appena di mezzo ohm, e quindi trascurabile in confronto di quelle dell'elettrolita.

Gli elettrodi, che venivano sostituiti a quelli di zinco nella seconda parte dell'esperienza, ed il cilindro furono in alcune prove coperti di un grosso strato di rame elettrolitico affinchè si potessero ritenere della stessa natura.

Ecco i risultati dell'esperienza:

Distanza degli elettrodi	10c,10
Raggio del cilindro	1c,42

d	d_1	α
92,5	16,0	41°,4
88,0	23,0	45,0
90,0	19,0	41,4
139,0	23,0	36,0

$\frac{i}{I}$ osservato	$\frac{i}{I}$ calcolato	Δ	
0,173	0,209	—0,036	Elettrodi e cilindro di rame del commercio.
0,261	0,239	+0,022	
0,211	0,209	+0,002	Elettrodi e cilindro di rame ramato elettroliticamente.
0,165	0,159	+0,006	

Si noti che ad un errore di mezzo centesimo della circonferenza nella determinazione di α corrisponde una variazione nel valore di $\frac{i}{I}$ in media di 6 a 7 per cento.

10. Quindi mi pare che la formula teorica riesca verificata dall'esperienza e si possa concludere che *le apparenze degli ioni, che si depositano su di un conduttore immerso in un liquido attraversato dalla corrente, sono conformi alla teoria della distribuzione delle correnti.*

11. Il Prof. Roiti, come si è detto, ha osservato che i depositi elettrolitici subiscono una dissipazione se restano immersi nel liquido che servì da elettrolita.

Accennerò qui ad alcune esperienze da me fatte per vedere se ciò potesse contribuire a fare apparire diversa la loro estensione.

Se si lascia il cilindro immerso e si apre il circuito, lo zinco si ristringe rapidamente e dall'altra parte si forma un deposito bruno di rame metallico.

Evidentemente le cose avvengono così.

Durante il passaggio della corrente principale il solfato di zinco vien decomposto. Il gruppo SO_4 che si porta sulla porzione del cilindro rivolta all'elettrodo negativo, attacca il rame e forma del solfato di rame. Ne risulta un vero elemento Daniell che continua ad agire quando il circuito viene aperto, distruggendo lo zinco e depositando del rame. È la stessa cosa che succede in un voltametro a solfato di zinco e elettrodi di rame che venga rinchiuso sopra se stesso dopo il passaggio della corrente polarizzante, lo zinco deposto sull'elettrodo negativo si dissipa, mentre sull'elettrodo positivo si rideposita il rame disciolto. Il deposito di rame sul cilindro avviene in tutti quei punti dove ci fu una formazione continua di solfato di rame, cioè ha una estensione eguale a quella dello zinco a circuito chiuso. Quindi, se si fanno le letture dopo aperto il circuito, si trova una differenza fra i due depositi: e questa differenza è tanto più grande quanto più breve fu la durata della corrente polarizzante, e quanto più lungo l'intervallo fra l'apertura del circuito e la lettura.

Tenendo chiuso il circuito 5^s il deposito di zinco esteso $30/_{100}$ di circonferenza divenne $22/_{100}$ dopo 5^s dall'apertura; $14/_{100}$ dopo 10^s e sparì dopo 20^s, mentre il deposito bruno si mantenne sempre di $30/_{100}$.

12. Non è però necessario di aprire il circuito perchè si producano delle differenze nell'estensione dei due depositi. Basta che si facciano le letture togliendo il cilindro dall'elettrolita per riscontrare delle differenze notabili. Il velo liquido che rimane aderente permette, e lo aveva già osservato il Prof. Roiti, alla corrente di polarizzazione di continuare come se il cilindro fosse ancora immerso ed il circuito aperto.

13. La accennata dissipazione dell'elemento elettro-positivo avviene qualunque sia la natura del cilindro e per qualsiasi elettrolita. Se si adopera un crogiuolo di argento nel solfato di rame, quando si apre il circuito il deposito di rame sparisce, men-

tre ricompare dall' altra parte l' argento; il fenomeno però è meno rapido che col crogiuolo stesso nel solfato di zinco. Con un cilindro di rame nell' acetato di piombo, l' acetato di rame che si forma essendo specificamente più leggero dell' acetato di piombo viene alla superficie del liquido, e quando si apre il circuito alla linea d' affioramento corrisponde un deposito più abbondante di rame.

14. Ma non è a questa sola circostanza che può ascriversi la differenza osservata da Tribe, giacchè ho riconosciuto che, quando la corrente sia molto energica, in quasi tutti i casi il deposito elettropositivo si estende di meno del deposito elettro-negativo. Questo fatto è più facilmente osservabile col crogiuolo d' argento nel solfato di rame, giacchè basta a produrlo una intensità minore che non negli altri casi. Mentre con correnti di densità minori di 0,015 $\frac{ampère}{cent.^2}$ non si produce nessun deposito aderente di perossido, ma una semplice corrosione, con una densità di 0,030 si forma un deposito molto nero e aderente che si allarga rapidamente fino a coprire qualche volta una metà del crogiuolo, ed essere di un terzo circa più esteso del rame. Il fenomeno presenta lo stesso andamento col crogiuolo di argento nel solfato di zinco. Col cilindro di rame il solfato di zinco richiede una grande densità della corrente; riesce invece facilmente con una lastrina di rame perpendicolare agli elettrodi.

Col cilindro di rame nell' acetato di piombo si ottiene facilmente un bel deposito nero di perossido contornato dalle frangie di Nobili, ma difficilmente questo deposito è più esteso del piombo.

15. Le cause di questa dissimetria nei depositi degli ioni sono forse da ricercarsi nelle azioni secondarie, che accompagnano l' elettrolisi intorno al cilindro. È certo che, pel passaggio della corrente nei punti del cilindro dove si porta l' elemento elettronegativo, ha luogo la formazione di un composto di natura diversa dall' elettrolita e quindi è rotta la simmetria.

Potrebbe essere che, finchè la corrente non è molto intensa il nuovo sale formatosi avesse il tempo di diffondersi prima di

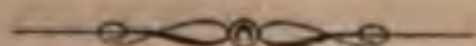
produrre un' azione sensibile e che ciò non potesse avvenire quando l'intensità è molto forte e quindi abbondante la formazione del composto secondario.

Potrebbe anche darsi che la dissimetria non fosse che apparente, o in altre parole che la distribuzione della forza elettromotrice rimanesse sempre simmetrica come vien portato dal calcolo ma che in certe condizioni, uno dei depositi si rendesse visibile anche nei punti dove la forza elettromotrice non ha ancora raggiunto il valor massimo. In quei punti non si formerebbe che un velo; resterebbero sempre eguali le estensioni dove il deposito avviene continuatamente.

Uno studio sull'influenza di queste varie azioni potrebbe forse condurre a spiegare il fenomeno in tutti i suoi particolari.

Compio un grato dovere porgendo i più vivi ringraziamenti al Prof. Roiti, che mi favorì sempre de' suoi consigli.

Dalla Scuola di Fisica del R.° Istituto di Studi Superiori.
Firenze, Novembre 1882.



INTORNO AD UN NUOVO E SEMPLICISSIMO ELETTRODINAMOMETRO PER CORRENTI ALTERNATE ASSAI DEBOLI; COMUNICAZIONE DEL PROF. MANFREDO BELLATI.

Quanto è facile la misura delle correnti elettriche continue, anche se sono debolissime, altrettanto riuscì fino ad ora difficile l'apprezzare piccole correnti alternate, come, ad esempio, le telefoniche. Ben è vero che alcuni Fisici, partendo da considerazioni teoriche, o adottando, come fece il Ferraris [1], particolari disposizioni sperimentali, riuscirono ad esprimere in numeri l'intensità delle correnti telefoniche; ma i metodi seguiti da questi Fisici non sono sempre applicabili o riescono assai laboriosi. — La difficoltà di apprezzare le deboli correnti alternate dipende

(1) G. Ferraris. *Sulla intensità delle correnti elettriche e delle estracorrenti nel telefono* (Atti R. Acc. di Torino, vol. XIII, 1878).

dalla mancanza di un conveniente stromento, in quanto che l'elettrodinamometro, che misura in modo eccellente le correnti alternate di qualche intensità, non è in generale abbastanza sensibile per le correnti assai deboli. Forse fa eccezione l'elettrodinamometro che Siemens ed Halske di Berlino costruirono nel 1881 e che è esclusivamente destinato a deboli correnti. Esso si avvicina alla forma proposta da O. Fröhlich (1), può indicare le correnti telefoniche ed attivato dalla corrente prodotta suonando la trombetta applicata ad un telefono Siemens, dà una deviazione corrispondente ad almeno 500 mm. della scala. Di tale stromento ho potuto procurarmi soltanto il disegno (2) e la sommaria descrizione che ne danno i *Beiblätter* dei Wiedemann (3): non so quindi fino a che punto si spinga la sua sensibilità, se cioè possa anche servire per le più deboli correnti telefoniche.

Anche l'Ader propose una bilancia elettrodinamica per la misura delle correnti telefoniche (4); ma non mi è noto se questo reometro abbia raggiunto sufficiente sensibilità.

Lo stromento che io propongo è destinato soltanto allo studio delle correnti alternate assai deboli; esso si fonda su un principio che, per quanto so, non fu ancora, nella sua massima semplicità, utilizzato; ed è stromento che si costruisce assai più facilmente di un elettrodinamometro delicato.

Si imagini che l'ago magnetico di un galvanometro a riflessione venga sostituito da un pezzetto di filo di ferro, il quale possa oscillare in piano orizzontale, e nella sua posizione di equilibrio sia normale al meridiano magnetico. In tali condizioni quel piccolo filo di ferro è sottratto all'influenza magnetica terrestre, e se esso è di buona qualità e fu ben ricotto, non presenta alcuna traccia di polarità magnetica. Si imagini poi che il piano delle spire del filo avvolto sul telajo formi un angolo di circa 45° col meridiano magnetico e che si faccia passare nel filo di rame una corrente; qualunque ne sia la direzione, essa magnetizza temporaneamente l'asticciuola di ferro e tende a portarla in di-

(1) *Pogg. Ann.* 143, pag. 643.

(2) Fig. 19 del catal. A, della casa Siemens ed Halske. Lo stromento costa, a Berlino, 550 franchi.

(3) Vol. 5, pag. 203 (1881).

(4) *La lumière électrique*; 2, pag. 159 (1880).

rezione normale al piano delle spire. Quindi anche se le correnti sono alternate, la deviazione del filo di ferro ha sempre luogo nel medesimo senso, come avviene per il rocchetto mobile di un elettrodinamometro comune.

La semplicità di questo apparecchio proviene dall'aver soppresso il rocchetto interno dei soliti elettrodinamometri e il complicato sistema di sospensione che l'accompagna. L'ufficio del rocchetto interno è invece fatto dalla breve asticciuola di ferro dolce, che può venir sospesa per mezzo d'un unico filo di poca torsione o di un doppio filo di bozzolo a sistema bifilare. La leggerezza di tutta la parte mobile contribuisce a rendere lo stromento assai pronto e sensibile (¹).

Si potrebbe dubitare che le alterne magnetizzazioni del filo di ferro non seguano con sufficiente prontezza le inversioni della corrente: ma la squisitezza con cui il telefono trasmette i suoni induce a credere che, per correnti assai deboli, il ferro obbedisca prontamente alle azioni magnetizzanti. Ammesso ciò, e ammesso che, per correnti assai piccole, il magnetismo indotto nel ferro sia proporzionale alla intensità delle correnti magnetizzanti, la teoria dello stromento riesce assai semplice, e solo resta a vedere quale sensibilità si possa raggiungere. A tale scopo ho fatto alcune esperienze con uno stromento, che però era molto imperfetto. Trattandosi di un primo tentativo, ho badato a far presto più che a far bene, e non ho seguito le regole ben note per la costruzione dei galvanometri, regole che in generale valgono anche per la costruzione dell'elettrodinamometro da me imaginato. Descrivo lo stromento che ho usato, perchè apparisca che si può notevolmente migliorarlo.

Invece di un pezzetto di filo di ferro ho adoperato un piccolo fascio di fili di mm. 0,15 di diametro, lungo mm. 17. Questi fili erano stati in precedenza accuratamente ricotti. Al fascio era superiormente unito in sistema uno specchietto assai leggero. La sospensione bifilare, lunga circa 10 cent., era fatta con un filo sem-

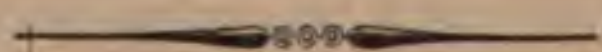
(1) Anche Siemens ed Halske nella costruzione del loro elettrodinamometro per deboli correnti usarono un fascio di fili di ferro: quando questo fascio venga introdotto lungo l'asse del rocchetto mobile, la sensibilità dello stromento è raddoppiata. Ma, che lo sappia, nessuno ha finora pensato a sopprimere il rocchetto mobile.

plice di bozzolo. Il telaio, su cui stava avvolto il filo di rame, avea la gola larga 38 mm. e il vano cilindrico, in cui era sospeso il fascio di fili con lo specchietto, aveva il diametro di 35 mm. Il filo di rame, del diametro di circa 0,2 mm., formava nella gola del telaio uno strato grosso circa 8 mm. La resistenza di questo filo era 175 U. S.; quella del rocchetto del telefono Siemens, col quale ho sempre sperimentato, era invece 195 U. S. L'orientazione di tutto l'apparecchio rispetto al meridiano magnetico fu fatta ad occhio. Le letture si facevano con cannocchiale e scala posti alla distanza di circa due metri.

Come è facile vedere, le condizioni dello stromento, specialmente per quanto riguarda il rocchetto, non erano le più opportune. Tuttavia gli effetti furono abbastanza buoni. Suonando la trombetta applicata al telefono Siemens, il fascetto di fili deviava di qualche diecina di gradi, sicchè l'apparecchio, come stava, non poteva prestarsi per correnti così forti. Parlando anche a voce bassa, tenendo il telefono alla bocca, si aveva una deviazione apprezzabile. Similmente si osservò una deviazione gridando in faccia al telefono alla distanza di 50 cent., ed anche tenendo l'imboccatura della trombetta a 27 cent. dalla lastra del telefono e soffiando in modo da produrre il più debole suono possibile.

Questi risultati, ottenuti con uno stromento tanto rozzo, mi fanno sperare che in migliori condizioni, e adottando, ove occorra, speciali artifizi ben facili a imaginare, si possa costruire un elettrodinamometro di squisita sensibilità. Un tale stromento, oltre che facilitare lo studio delle piccole correnti alternate, potrebbe con vantaggio sostituire il telefono in quei metodi di misura detti di *riduzione a zero,* nei quali l'uso del telefono è spesso molto penoso.

Le esperienze che ho descritte furono eseguite insieme ai dott. R. Romanese e G. Faè nell'Istituto di Fisica diretto dal prof. comm. F. Rossetti: a tutti questi signori esprimo la mia gratitudine per l'appoggio e l'aiuto che mi hanno dato.



SOPRA IL MOTO DEI FLUIDI ELASTICI;
NOTA DI ENRICO BETTI.

L'equazioni del moto dei fluidi elastici, sotto la forma di *Lagrange*, sono

(1) $$\Sigma_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} \frac{dx_i}{da_s} = X_s - v \frac{dp}{da_s} \quad , \quad s = 1, 2, 3$$

(2) $$\begin{vmatrix} \frac{dx_1}{da_1} & \frac{dx_2}{da_1} & \frac{dx_3}{da_1} \\ \frac{dx_1}{da_2} & \frac{dx_2}{da_2} & \frac{dx_3}{da_2} \\ \frac{dx_1}{da_3} & \frac{dx_2}{da_3} & \frac{dx_3}{da_3} \end{vmatrix} = \frac{v}{v_0}$$

nelle quali a_1, a_2, a_3 denotano le coordinate cartesiane di un elemento del fluido nel tempo $t = 0$; x_1, x_2, x_3 sono le coordinate dello stesso elemento dopo il tempo t: p è la pressione, v il volume specifico dopo il tempo t, e v_0 il volume specifico nel tempo $t = 0$, e $\frac{X_1 dS}{v}$, $\frac{X_2 dS}{v}$, $\frac{X_3 dS}{v}$ denotano le componenti delle forze che agiscono sopra gli elementi: $\frac{dS}{v}$ della massa fluida.

Le quantità da determinarsi in funzione di a_1, a_2, a_3 e t sono in numero di cinque, cioè le tre coordinate x_1, x_2, x_3, la pressione p e il volume specifico v, e l'equazioni sono soltanto quattro. Ma supponendo la temperatura costante in tutta la massa fluida e in tutto il tempo, la esperienza deve somministrare per ogni fluido una relazione tra v e p e quindi la quinta equazione. La ipotesi della costanza della temperatura non può verificarsi nel maggior numero dei casi che si presentano nella natura e in special modo in quelli dell'atmosfera. Quindi è necessario di abbandonarla e introdurre ancora un'altra funzione da determinarsi, cioè la temperatura, e stabilire, oltre l'equazioni

(1), (2) e la relazione somministrata dalla esperienza tra p, v e la temperatura, un' altra equazione.

Sia T la temperatura assoluta, e

(3) $$p = p(v, \mathrm{T})$$

la relazione data dall' esperienza tra p, v e T.

Se denotiamo con $\frac{\mathrm{Q}\,d\mathrm{S}}{v}$ la quantità di calore che un elemento di fluido di massa: $\frac{d\mathrm{S}}{v}$ e di coordinate iniziali a_1, a_2, a_3 acquista nel tempo t, e con μ l' entropia della massa unitaria, ossia con $\mu \frac{d\mathrm{S}}{v}$ l' entropia dello elemento di massa: $\frac{d\mathrm{S}}{v}$, e con E l' equivalente meccanico del calore, avremo dalla Termodinamica,

$$\mathrm{E}\frac{d}{dt}\left(\mathrm{Q}\frac{d\mathrm{S}}{v}\right) = \mathrm{T}\frac{d\frac{\mu\, d\mathrm{S}}{v}}{dt}.$$

Ma per la conservazione della massa

$$\frac{d\frac{d\mathrm{S}}{v}}{dt} = 0.$$

Quindi

(4) $$\mathrm{E}\frac{d\mathrm{Q}}{dt} = \mathrm{T}\frac{d\mu}{dt}$$

e l' equazioni (1) (2) (3) e (4) saranno le sei equazioni sufficienti alla determinazione del moto del fluido elastico, quando siano conosciuti lo stato iniziale e le condizioni ai limiti.

La entropia specifica μ si ottiene in funzione di v e di T per mezzo delle note equazioni

(5) $$d\mu = \frac{d\mathrm{U}}{d\mathrm{T}}\frac{d\mathrm{T}}{\mathrm{T}} + \left(\frac{d\mathrm{U}}{dv} + p\right)\frac{dv}{\mathrm{T}}$$

(6) $$\frac{d\mathrm{U}}{dv} = \mathrm{T}^2\frac{d\frac{p}{\mathrm{T}}}{d\mathrm{T}}$$

dove U denota l' energia specifica.

Dalla (6) integrando si ottiene

(7) $$U = \tau + T^2 \int \frac{d \frac{p}{T}}{dT} dv$$

denotando con τ una funzione della sola T.

Derivando la (7) se ne deduce

$$\frac{dU}{dT} \frac{1}{T} = \frac{d\tau}{dT} d \log T + \frac{d}{dT} \int \frac{dp}{dT} dv$$

$$\left(\frac{dU}{dv} + p\right) \frac{1}{T} = \frac{dp}{dT} = \frac{d}{dv} \int \frac{dp}{dT} dv .$$

Sostituendo nella (5) e integrando

(8) $$\mu = \int \frac{d\tau}{dT} d \log T + \int \frac{dp}{dT} dv + C$$

essendo C una costante.

Nel caso dei gaz perfetti, denotando con c_p e con c_v i calorici specifici a pressione e a volume costanti, abbiamo

$$p = E(c_p - c_v) \frac{T}{v} ,$$

$$\tau = E c_v T$$

e c_p e c_v costanti. Onde

$$\mu = C + E c_v \log T + E(c_p - c_v) \log v ,$$

Ma

$$\log v = \log T - \log p + \text{costante}$$

onde

$$\mu = C + E \log \frac{T^{c_p}}{p^{c_p - c_v}} ,$$

e ponendo

$$\frac{c_p}{c_v} = k$$

(9) $$\mu = C + E \log \frac{T^k}{p^{k-1}}$$

e anche

(10) $$\mu = C_1 + E \log T v^{k-1}$$

Se poniamo

(11) $$\chi = U + pv$$

la nota equazione

$$T\,d\mu = dU + p\,dv$$

diviene

$$d\chi = T\,d\mu + v\,dp$$

e quindi

(12) $$T = \frac{d\chi}{d\mu}\,,\quad v = \frac{d\chi}{dp}\,.$$

Nel caso dei gaz perfetti sarà

$$\chi = E c_p T = E c_p p^{\frac{k-1}{k}} e^{\frac{\mu - C}{E}}\,.$$

Osservando le equazioni (12) avremo

$$v\frac{dp}{da_s} = \frac{d\chi}{dp}\frac{dp}{da_s} = \frac{d\chi}{da_s} - T\frac{d\mu}{da_s}$$

e le (1) diverranno

(1)' $$\Sigma_i \frac{d^2x_i}{dt^2}\frac{dx_i}{da_s} = X_s - \frac{d\chi}{da_s} + T\frac{d\mu}{da_s}\,.$$

Anche nella (2) potremo sostituire a v il suo valore tratto dalla (8) in funzione di μ e di T, ossia di μ e di $\frac{d\chi}{dT}$. Così, nota χ in funzione di p e di μ, avremo solo da integrare le cinque equazioni (1)' (2) e (4) per determinare le cinque quantità x_1, x_2, x_3, μ e p in funzione di a_1, a_2, a_3 e t.

Alle (1)' può darsi anche la forma

(1)'' $$\frac{d}{dt}\Sigma_i u_i \frac{dx_i}{da_s} = X_s - \frac{d\chi}{da_s} + \frac{1}{2}\frac{d}{da_s}\Sigma_i u_i^2 + T\frac{d\mu}{da_s}$$

ponendo

(13) $$u_i = \frac{dx_i}{dt}\,.$$

Dalle (1)'' si deduce

$$(14)\quad \frac{d}{dt}\Sigma_i\left(\frac{dx_i}{da_s}\frac{du_i}{da_{s+1}}-\frac{dx_i}{da_{s+1}}\frac{du_i}{da_s}\right)=\frac{dX_s}{da_{s+1}}-\frac{dX_{s+1}}{du_s}+\frac{d\mu}{da_s}\frac{dT}{da_{s+1}}-\frac{d\mu}{da_{s+1}}\frac{dT}{da_s}$$

$s = 1, 2, 3.$

Se le forze hanno una funzione potenziale V, la (1)'' e la (14) divengono

$$(1)'''\quad \frac{d}{dt}\Sigma_i u_i \frac{dx_i}{da_s} = \frac{d(V-\chi+\frac{1}{2}\Sigma_i u_i^2)}{da_s}+T\frac{d\mu}{da_s} \qquad s=1,2,3$$

$$(15)\quad \frac{d}{dt}\Sigma_i\left(\frac{dx_i}{da_s}\frac{du_i}{da_{s+1}}-\frac{dx_i}{da_{s+1}}\frac{du_i}{da_s}\right)=\frac{d\mu}{da_s}\frac{dT}{da_{s+1}}-\frac{d\mu}{da_{s+1}}\frac{dT}{da_s}.$$

Se gli elementi del fluido non acquistano nè perdono calore sarà $Q=0$, e quindi la (4) diverrà

$$\frac{d\mu}{dt}=0$$

ossia

$$\mu=\mu_0,$$

denotando con μ_0 l'entropia specifica al principio del tempo.

Se W è una funzione di $a_1\ a_2\ a_3$ e t, e denotiamo con W' la derivata di W rispetto a t, dalle equazioni (15) si deduce

$$(16)\quad \frac{d}{dt}\Sigma_i\begin{vmatrix}\frac{dW}{da_1} & \frac{dx_i}{da_1} & \frac{du_i}{da_1}\\ \frac{dW}{da_2} & \frac{dx_i}{da_2} & \frac{du_i}{da_2}\\ \frac{dW}{da_3} & \frac{dx_i}{da_3} & \frac{du_i}{da_3}\end{vmatrix}=\Sigma_i\begin{vmatrix}\frac{dW'}{da_1} & \frac{dx_i}{da_1} & \frac{du_i}{da_1}\\ \frac{dW'}{da_2} & \frac{dx_i}{da_2} & \frac{du_i}{da_2}\\ \frac{dW'}{da_3} & \frac{dx_i}{da_3} & \frac{du_i}{da_3}\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\frac{dW}{da_1} & \frac{d\mu}{da_1} & \frac{dT}{da_1}\\ \frac{dW}{da_2} & \frac{d\mu}{da_2} & \frac{dT}{da_2}\\ \frac{dW}{da_3} & \frac{d\mu}{da_3} & \frac{dT}{da_3}\end{vmatrix}$$

Se dall' equazioni integrali

$$x_i = x_i(a_1\ a_2\ a_3\ t)$$

riguardiamo dedotte le a_i in funzione delle x_s e di t, rammentiamo la equazione (2) e poniamo

$$(17)\quad 2\xi_i=\frac{du_{i+1}}{dx_{i+2}}-\frac{du_{i+2}}{dx_{i+1}},$$

$$(18)\quad \frac{d}{dt}=\frac{d}{dt}+\Sigma_i u_i\frac{d}{dx_i}$$

la equazione (16) diverrà

$$(19)\qquad \frac{d}{dt}\Sigma_i v\xi_i \frac{dW}{dx_i} = \Sigma_i v\xi_i \frac{dW'}{dx_i} + \frac{v}{2}\begin{vmatrix} \frac{dW}{dx_1} & \frac{d\mu}{dx_1} & \frac{dT}{dx_1} \\ \frac{dW}{dx_2} & \frac{d\mu}{dx_2} & \frac{dT}{dx_2} \\ \frac{dW}{dx_3} & \frac{d\mu}{dx_3} & \frac{dT}{dx_3} \end{vmatrix}$$

Ponendo

$$W = x_1,\ x_2,\ x_3$$

si ottengono le tre equazioni

$$(20)\qquad \frac{dv\xi_i}{dt} = \Sigma_s v\xi_s \frac{du_i}{dx_s} + \frac{v}{2}\frac{d\mu}{dp}\left(\frac{dp}{dx_{i+1}}\frac{dT}{dx_{i+2}} - \frac{dp}{dx_{i+2}}\frac{dT}{dx_{i+1}}\right),\quad i=1,2,3.$$

Se denotiamo con Δ il parametro differenziale di 1° ordine, con n_p, n_T ed n ordinatamente la normale alla superficie di ugual pressione (isobara) la normale alla superficie di ugual temperatura (isoterma) e la tangente alla intersezione della isobara e della isoterma per un punto $(x_1\ x_2\ x_3)$ del fluido, le (20) prendono la forma

$$(21)\qquad \frac{dv\xi_i}{dt} = \Sigma_s v\xi_s \frac{du_i}{dx_s} + \frac{v}{2}\frac{d\mu}{dp}\sqrt{\Delta_p \Delta T}\,\mathrm{sen}(n_p, n_T)\cos(n\, x_i).$$

Se le isobare coincidono colle isoterme in tutto il tempo e in tutto il fluido, sarà

$$\mathrm{sen}\,(n_p, n_T) = 0\,,$$

e quindi

$$\frac{dv\xi_i}{dt} = \Sigma_s v\xi_s \frac{du_i}{dx_s} \qquad i = 1,\ 2,\ 3$$

le quali hanno per integrali

$$v\xi_i = \Sigma_s A_s \frac{dx_i}{da_s}$$

essendo le A_s funzioni di $a_1\ a_2\ a_3$ indipendenti da t.

Se $v_0\ \xi_i^0$ sono i valori di v e ξ_i per $t=0$, avremo

$$A_i = v_0\, \xi_i^0$$

e quindi

$$v\xi_i = \Sigma_r v_0 \xi_r^0 \frac{dx_i}{da_r}.$$

Siano:

$$a_i = a_i(s_0)$$

l'equazioni di una *linea vorticosa* per $t=0$, e ϖ_0 la velocità di rotazione nel vortice; sarà

$$\xi_r^0 = \varpi_0 \frac{da_r}{ds_0}.$$

L'equazioni della linea, formata degli stessi elementi dopo il tempo t, saranno

$$x_r = x_r(s)$$

e le componenti del vortice saranno ξ_1, ξ_2, ξ_3, e avremo

$$v\xi_i = v_0 \varpi_0 \frac{dx_i}{ds}\frac{ds}{ds_0}$$

onde il teorema trovato da *Helmholtz* per i fluidi incompressibili.

In un fluido elastico, sotto l'azione di forze che hanno una funzione potenziale, se le isobare coincidono sempre con le isoterme, gli elementi che formano un filetto vorticoso al principio del tempo formano un filetto vorticoso in tutto il tempo.

Ma per il principio della conservazione della massa, se denotiamo con $d\sigma$ l'area della sezione normale del filetto, abbiamo

$$v_0\, d\sigma\, ds = v\, d\sigma_0\, ds_0$$

onde

$$\varpi\, d\sigma = \varpi_0\, d\sigma_0$$

e abbiamo l'altro teorema.

In un fluido elastico, sotto l'azione di forze che hanno una funzione potenziale, se le isobare coincidono sempre colle isoterme, un filetto vorticoso conserva uguale in tutto il tempo il prodotto della grandezza del vortice per la sua sezione normale.

Consideriamo ora il caso in cui gli elementi del fluido non acquistano nè perdono calore, avremo

$$Q = 0$$

e quindi

$$\mu' = 0$$

e la (19) diverrà ponendovi: $W = \mu$,

(22) $$\frac{d}{dt} v \xi_i \frac{d\mu}{dx_i} = 0$$

e integrando

(23) $$\Sigma_i v \xi_i \frac{d\mu}{dx_i} = \Sigma_i v_0 \xi_i^0 \frac{d\mu_0}{da_i}.$$

Se $\delta\nu_0$ è la lunghezza della normale alla superficie di entropia μ_0, prolungata sino all'incontro colla superficie di entropia $\mu_0 + \delta\mu_0$, e δs_0 e la porzione dell'asse del vortice ϖ_0, compressa tra le superficie μ_0 e $\mu_0 + \delta\mu_0$, sarà

(24) $$v_0 \Sigma_i \xi_i^0 \frac{d\mu_0}{da_i} = v_0 \sqrt{\Delta \mu_0}\, \varpi_0 \cos(\delta\nu_0, \delta s_0) = \frac{v_0 \varpi_0 \cos(\delta\nu_0, \delta s_0)}{\delta\nu_0} \delta\mu_0.$$

Decomponendo il vortice (ξ_1, ξ_2, ξ_3) in due; uno coll'asse ν normale alla superficie di entropia $\mu(x_1 x_2 x_3) = \mu_0 (a_1 a_2 a_3)$, e uno coll'asse ν_1 situato in questa superficie, e denotando con ϖ_ν la grandezza del primo vortice con ϖ_μ la grandezza del secondo, avremo

$$\xi_i = \varpi_\nu \cos(\nu x_i) + \varpi_\mu \cos(\nu_1, x_i)$$

e quindi

(25) $$\Sigma_i v \xi_i \frac{d\mu}{dx_i} = v \sqrt{\Delta \mu}\, \varpi_\nu = \frac{v \varpi_\nu \delta\mu}{\delta\nu} = \frac{v \varpi_\nu \delta\mu_0}{\delta\nu}.$$

Sostituendo i valori (24) e (25) nella equazione (23), si otterrà

$$\frac{v \varpi_\nu}{\delta\nu} = \frac{v_0 \varpi_0}{\delta\nu_0} \cos(\delta\nu_0, \delta s_0)$$

e ponendo ugual massa per l'elemento, sarà

$$v_0 \delta\nu\, \delta\sigma = v \delta\nu_0\, \delta\sigma_0$$

e quindi

$$\varpi_\nu d\sigma = \varpi_0 \cos(\delta\nu_0, \delta s)\, \delta\sigma_0.$$

Se chiamiamo *intensità* del vortice in un elemento il prodotto della grandezza del vortice per l' area della sezione dell' elemento, normale all' asse, avremo il seguente teorema

In un fluido elastico, sotto l' azione di forze che hanno una funzione potenziale, se ogni elemento non acquista nè perde calore, le intensità delle componenti dei vortici secondo le normali alle superficie di uguale entropia si conservano costanti in tutto il tempo.

Dunque se al principio del tempo sopra una superficie σ_0 di entropia costante e non esistono vortici, i vortici che potranno comparire nel seguito del tempo sopra la superficie σ formata dagli stessi elementi di fluido, nella quale la entropia avrà lo stesso valore e, avranno tutti gli assi situati sopra σ.

Un ugual risultato si ottiene se ogni elemento perde o acquista una quantità di calore proporzionale al tempo e alla temperatura assoluta. Infatti in questo caso sarà

$$\frac{dQ}{dt} = \pm \epsilon T$$

e quindi dalla (4) avremo

$$\frac{d\mu}{dt} = \pm E\epsilon ,$$

e la (19) diverrà anche in questo caso, ponendo $W = \mu$, poichè ϵ è una costante,

$$\frac{d}{dt} \Sigma v \xi_i \frac{d\mu}{dx_i} = 0 .$$



INTORNO AD ALCUNE RICERCHE MAGNETICHE; NOTA DEL DOTTOR LEOPOLDO NICOTRA, PRIVATO DOCENTE NELL'UNIVERSITÀ DI MESSINA.

1. L'aver veduto quanto facili riescano alcune dimostrazioni e alcune misure adoperando il *Dinamometro magnetico* del Prof. A. Costa-Saya è stato per me stimolo ad imprendere con esso istrumento parecchie ricerche, e render di pubblica ragione qualche procedimento dimostrativo, che ho visto adoperare da quel Professore nei suoi corsi universitarii.

L'istrumento, descritto la prima volta dall'inventore (1) e poi da un giornale inglese (2), è fondato sull'elasticità di flessione, mentre la bilancia di Coulomb lo è su quella di torsione. Esso dunque potrebbe chiamarsi *bilancia magnetica di flessione.* La flessione è prodotta dall'attrazione dei poli eteronomi; l'uno dei quali appartiene ad una magnete orizzontale flessibile e fissato per un'estremità, l'altro appartiene ad una seconda magnete che può, inalzandosi od abbassandosi, portarsi parallelamente a varia distanza dal primo, e in modo che i detti due poli si trovino sempre sulla stessa verticale. Dopo aver descritto l'istrumento, il Costa fa vedere come facile e rapida riesce con esso la dimostrazione sperimentale della legge fondamentale delle azioni magnetiche.

2. Posta tal legge, con tale apparatino è parimente facile trovare il rapporto delle energie di due poli. Puossi operare in due modi: portando cioè alla stessa distanza dal polo della magnete flessibile i due poli le cui energie f', f'', si vogliono studiare; ovvero portandole a distanze differenti e tali da produrre nella magnete flessibile lo stesso spostamento φ. Nel primo caso gli spostamenti φ', φ'' che si otterranno saranno nello stesso rapporto delle forze flettenti f', f'', e la proporzione

$$(1) \qquad \frac{f'}{f''} = \frac{\varphi'}{\varphi''}$$

risolverà il problema.

(1) Vedi *La Scienza contemporanea*. Anno I, fasc. 4. Messina 1873.

(2) Vedi *The telegraphic Journal and electrical Review*. November 1881 pag. 434.

Nel secondo caso il rapporto domandato ($f' : f''$) sarà uguale a quello dei quadrati delle distanze corrispondenti ($d_{,}^{2} : d_{,,}^{2}$); poichè il polo d'energia f' produrrà alla distanza $d_{,,}$ uno spostamento x tale da aversi giusta la legge fondamentale

$$(2) \qquad \frac{\phi}{x} = \frac{d_{,,}^{2}}{d_{,}^{2}}$$

sicchè l'energia di tal polo alla distanza $d_{,}$ sarà

$$(3) \qquad x = \phi \, \frac{d_{,}^{2}}{d_{,,}^{2}} :$$

ma a questa stessa distanza lo spostamento prodotto da f'' è ϕ; dunque dovrà essere

$$(4) \qquad \frac{f'}{f''} = \frac{\phi \dfrac{d_{,}^{2}}{d_{,,}^{2}}}{\phi} = \frac{d_{,}^{2}}{d_{,,}^{2}} .$$

3. Usando del primo metodo esposto quì sopra, il Prof. Costa ed io abbiamo verificato che nel magnetizzare un ago per contatto è vantaggioso bensì il ripetere gli strofinii per avere la massima energia, ma ciò sino ad un certo limite, potendo avvenire che dopo aver raggiunto tal *maximum*, gli strofinii successivi dian luogo ad un decremento d'energia.

4. Con questo *Dinamometro magnetico* il Prof. Costa fa vedere facilmente, nelle sue lezioni, non aversi segno di affievolimento dell'azione magnetica per l'interposizione di lamine di legno, di vetro, di rame tra i due poli agenti, ma che il ferro mostra di farvi eccezione. Anzi su questo fenomeno il predetto Professore pubblicò alcune esperienze ([1]) sin dal 1873 ed in seguito vi studiarono i Sigg. Pisati e Scichilone; i quali non conoscevano il lavoro del Costa ([2]).

5. Varie ricerche ho impreso col *Dinamometro magnetico*, relative alla variazione che subisce il potere d'una calamita variando l'armatura; ed ho potuto determinare qualche condizione che

(1) Vedi la Mem. di lui sul *Dinamometro magnetico* nella *Scienza contemp.* sopra citata.

(2) Vedi le loro *Ricerche sperimentali sul magnetismo* nell'*App. alle Mem. degli spettrosc. ital.* (Vol. V. disp. 1.).

nella magnetizzazione d'un ago influisce sulla differenza d'energia dei due poli.

Spero di continuare questi studi, quanto prima ne avrò agio, determinando meglio l'influenza della temperatura, e delle circostanze che l'accompagnano, sulla variazione dell'energia d'una calamita, e la influenza nociva degli urti e degli staccamenti subitanei dell'armatura, e quella che può avervi la vicinanza d'altre magneti.

RIVISTA

Comptes Rendus, 1883.

(Continuazione del 1. semestre).

17. — M. BERTHELOT. *Sopra alcune relazioni fra le temperature di combustione, i calorici specifici, la dissociazione e la pressione dei miscugli esplosivi.* — Nel 1867 Bunsen ebbe la idea di misurare e quelle temperature e la dissociazione, determinando la pressione sviluppata nella esplosione dei miscugli gassosi in vasi chiusi; ma le sue conclusioni erano fondate sull'ipotesi della invariabilità dei calorici specifici, il che fu dal Berthelot dimostrato inammissibile. (vedi *Ann. de Phy. et de Chim.* 5. serie. t. XII. pag. 302).

Si può calcolare la temperatura di combustione e la dissociazione, nel caso dei gas che si combinano senza variazione di volume (*Ann. scientifiques de l'École Normale Superieure.* 2. serie, t. VI. p. 67 et 94) conoscendo il calore totale di combinazione e la pressione sviluppata; oppure si possono calcolare due limiti fra i quali è necessariamente compresa la temperatura di combustione (idem. p. 97) conoscendo soltanto la pressione sviluppata.

Generalmente, dato un sistema reversibile, ossia tale che la dissociazione tenda a riprodurne i composti iniziali, si ha dalle leggi di Mariotte e di Gay-Lussac partendo da 0° la formula

$$(1) \qquad t = 273\left(\frac{P}{H_0}\cdot\frac{1}{1-k+kg}-1\right).$$

t è la temperatura di combustione; P la pressione sviluppata; H la pressione iniziale; g, il rapporto fra i volumi dei prodotti completamente combinati e quello degli stessi corpi intieramente dissociati; k la frazione realmente combinata. Se la temperatura iniziale è maggiore di 0° eguale p. es. a τ, si dovrà porre $P\left(1+\frac{\tau}{273}\right)$ invece di P. Se non vi è dissociazione, la (1) si riduce alla

$$(2) \qquad t_1 = 273\left(\frac{P}{H_0 g} - 1\right),$$

che è uno dei due limiti cercati, l' altro ottenendosi facendo $k=0$, ossia

$$(3) \qquad t_2 = 273\left(\frac{P}{H_0} - 1\right).$$

Con questo metodo l'A. verificò la esistenza di temperature prossime a 3000°, fino ad ora ritenute per dubbie nei fenomeni chimici. Quando la combinazione non cangia il volume, quei due limiti si confondono e la temperatura di combustione rimane determinata. Se la temperatura di combustione e il calore Q di combustione sono noti, il loro rapporto $Q:t=\gamma$ è la quantità media di calore restituita dal sistema per ogni grado, fra t e 0° ed è chiamata dall' A. *calore specifico medio apparente del sistema*. Se non vi ha dissociazione, sarà quello il *calorico specifico medio del composto*, fra le pressioni P ed H, e confrontandolo col calorico specifico dello stesso corpo alla temperatura ordinaria, si riconoscerà se e come varia quel calorico specifico. Se vi ha dissociazione, il calorico specifico apparente è una quantità complessa d'ordine fisico e chimico, e che comprende il calorico specifico del composto e quello de' suoi componenti e il calore gradualmente sviluppato, a misura che la combinazione si completa durante il raffreddamento. Tal funzione complessa è importante, e misura il lavoro necessario per innalzare la temperatura del composto. Se poi, per altre vie, si misurano i calorici specifici distinti del composto e dei componenti, se ne deduce la dissociazione. Ma in ogni caso si può per la dissociazione avere un limite massimo. Infatti, il calore specifico dei gas composti cresce ordinariamente con la temperatura, e quindi moltiplicando il suo valore, alla temperatura ordinaria, per la temperatura t, sia questa definita

sia presa uguale alla più bassa dei due limiti, t_1, si avrà la più piccola quantità di calore compatibile con la formazione del composto che dà luogo alla pressione osservata; e il rapporto fra questa quantità di calore e il calore totale di combinazione darà dunque un limite massimo per la dissociazione.

Supponiamo ora due gas elementari uniti a volumi uguali, e senza condensazione. Secondo le note leggi, i calorici specifici degli elementi devono essere eguali sotto un dato volume e lo stesso deve dirsi pel loro composto. Allora basterebbe dividere il calore Q di combinazione, pel calorico specifico del composto, come viene ad essere definito e identico alla somma di quelli dei componenti, per avere la temperatura T che dovrebbe prodursi se vi fosse una combinazione totale. Il rapporto della temperatura effettiva t alla temperatura T, ossia $t : T = k$, sarebbe precisamente quello del volume della porzione realmente combinata al volume totale, cioè esso definirebbe la dissociazione.

Sin quì non abbiamo fatto che una traduzione letterale della Nota dell' A. il quale poi seguita con esempi, e con alcune considerazioni relative ad alcuni gruppi di composti, e termina dicendo che pubblicherà poi le sue esperienze, essendogli per ora parso utile l' esporre gli anzidetti principi generali.

H. BECQUEREL. *Studio delle radiazioni infra-rosse per mezzo dei fenomeni di fosforescenza.* — Seconda parte. — Per la prima parte di questo lavoro veggasi il *N. Cimento* t. XIII. pag. 254. Ora l' A. studia gli spettri di assorbimento di varie sostanze, le strie telluriche, gli spettri di emissione dei vapori metallici. Questa Nota contiene dettagli non suscettibili di un breve sunto, ma dimostra che col metodo dell'A. si possono studiare facilmente le radiazioni infra-rosse.

M. VIEILLE. *Sopra i calorici specifici di alcuni gas ad alte temperature.* — L' A., insieme a M. Berthelot, descrisse già un apparecchio per la misura delle pressioni rapidamente variabili dei miscugli esplosivi (vedi *N. Cimento* t. XII. pag. 253, 255) ed ora pubblica i seguenti resultati di alcuni altri suoi studi ancora incompleti. Fino a temperature molto alte, superiori al punto di fusione del platino, la relazione fra gli aumenti di pressione e le quantità di calore assorbite a volume costante (volume del gas a 15° ed alla pressione atmosferica) è identica per i gas

H. Az. O. CO. Questa relazione non implica la identità della legge della variazione dei calorici specifici di quei diversi gas, che quando si fa la ipotesi della costanza dei coefficienti di dilatazione dei gas e dei vapori fino ad alte temperature. Però quell'ipotesi è conforme ai resultati delle più recenti esperienze; e risulterebbe dalla formula proposta dal Clausius come equazione caratteristica dei gas e dei vapori.

Per i valori delle temperature dedotti dalle pressioni relative ai miscugli l'A. presenta il seguente prospetto.

Natura del miscuglio.

C^2Az+2O	Press. assol. per *cq*. 23,06	temp. 3927	capac. recip. 300^{cc}.
C^2Az+4O	20,05	5320	1500^{cc}.

Si hanno dunque temperature molto superiori a quelle fino ad ora credute realizzabili.

H. DUFET. *Sulla variazione dell'indice di refrazione dell'acqua e del quarzo variando la temperatura.* — L'A. ha fatto uso del metodo del Mascart (vedi *Journal de Phy.* t. I. 1ª serie) descrive il suo apparecchio, e presenta due quadri di risultati numerici.

J. LEFORT. *Studio sperimentale sopra la produzione delle vocali nella parola a bassa voce* (chuchotée). — L'A. soffia, con la bocca o con una soffieria qualunque, dell'aria in una cavità di determinata grandezza, fatta con una palla di gomma elastica o con tubo di vetro o di metallo, fissato sopra un portavento di cui si può modificare l'apertura, onde produrre un effetto simile a quello dell'aria che sortendo dai polmoni incontra le labbra della laringe. Tal cavità deve essere aperta superiormente, e da potersene modificare la apertura. In tal modo si hanno i rumori caratteristici delle vocali. È da notarsi che l'A. ha pubblicato un metodo di canto. La sua nota non contiene una sufficiente descrizione delle sue esperienze, ma esso è arrivato a produrre in quel modo tutte le vocali pure, in tutta la estensione della scala vocale. L'A. conchiude con le seguenti parole. « Le vocali non sono dei *timbri*, e sono note di differenti altezze, di uno stesso istrumento, quello della parola, completamente distinto dall'istrumento vocale; e a loro si posson dare *timbri* (*metallo*, *colore*) numerosi, oscuro, chiaro dolce ec. ». Questi timbri sono formati per

mezzo dei muscoli dell'organo della voce, ma non sono proprii delle vocali.

18. — C. FRIEDEL e I. CURIE. *Sulla piroelettricità del quarzo.* — Il Curie ha già fatto conoscere un metodo buono per lo studio del fenomeno, e che consiste ad impiegare, in luogo dei cristalli naturali coi loro proprii angoli e spigoli, delle lamine a faccie parallele tagliate in quei cristalli perpendicolarmente alla direzione degl'assi di emiedria, i quali sono sempre gli assi di piroelettricità, vale a dire che sono assi tali che per una variazione di temperatura del cristallo, le loro estremità si caricano di elettricità di nome contrario. Si posa sulla lamina, alla temperatura ordinaria, una mezza sfera metallica calda, e che per mezzo di un filo metallico comunica con l'ago di un elettrometro Thomson. Si vede subito una forte deviazione dell'ago. Quando la lamina è fredda la si rovescia, si rifà la esperienza sull'altra faccia, e si ottiene una deviazione in senso opposto di prima, purchè la temperatura della lamina e quella della sfera siano come nella prima esperienza. Con cristalli omoedri o con sostanze non cristallizzate, si hanno deboli deviazioni dell'ago, e sempre nello stesso senso.

Per evitare gli attriti la mezza sfera stava sospesa al filo metallico ed isolato, e la lamina gli stava sotto orizzontalmente sopra un sostegno a cremagliera, che veniva mosso lentamente, e stava con la faccia inferiore in comunicazione col suolo.

Il quarzo ha la piroelettricità in tre direzioni paralelle agli assi che riuniscono i punti di mezzo dei due spigoli opposti del prisma esagonale. Le lamine perpendicolari all'asse principale non danno alcuna indicazione regolare, e dunque non sono assi di piroelettricità. Le facce corrispondenti alle estremità degli assi laterali portanti le facce rombe, danno sempre con la mezza sfera calda deviazioni per tensioni positive, e le facce opposte danno deviazioni per elettricità negativa.

Il rimanente di questa Nota è impiegato ad una lunga critica dei lavori dell'Hankel sulla termoelettricità del quarzo.

A. WITZ. *Il ciclo dei motori a gas esplosivo.* — Nei diversi tipi di questi motori la serie delle trasformazioni subìte dal miscuglio può costituire un ciclo chiuso, perchè si può supporre che il fluido ritorni allo stato iniziale, dopo aver bruciato

nel cilindro. Questo ciclo potè dunque essere sottomesso al calcolo dall'Autore, il quale presenta le seguenti formule per il coefficiente economico ρ dei seguenti tipi.

1° Per i motori a esplosione senza compress. (Lenoir, ec.) $\rho=1-\gamma\frac{t'-t}{T-t}$.

2° Idem a esplosione con compress. (Millon, Otto, ec.) $\rho=1-\gamma\frac{t'-t}{T-\theta}$.

3° Idem a combustione con compress. (Brayton, Simon) $\rho=1-\frac{t}{\theta}$.

4° Idem atmosferici (Otto e Laugen, ec.) $\rho=1-\frac{t''}{t}$.

t è la temperatura iniziale, T quella di esplosione o di combustione, θ quella prodotta dalla primiera compressione secondo una linea adiabatica, t' quella alla fine della espansione, γ è il rapporto fra i calorici specifici, e finalmente t'' è la temperatura alla quale il refrigerante abbassa la temperatura dei gas, dopo la loro espansione al di sotto della pressione atmosferica. Discutendo quelle formule l'A. trova che nei due primi tipi il rendimento del primo è minore che pel secondo; e questo è infatti conforme ai resultati della pratica industriale. Il coefficiente economico del terzo tipo è indipendente da T; ma il rendimento generico diminuisce a misura che il lavoro della macchina aumenta, perchè θ viene a differire sempre più da T. Confrontato al secondo tipo, quel motore sembra meno vantaggioso. Pel quarto tipo l'A. trova che il lavoro massimo è ottenuto quando $t'=t$; ma questo caso non si realizza che con l'aiuto di un rigeneratore, perchè allora bisogna rinunziare a raffreddare il gas ad una temperatura t'' minore della esterna. Una potente azione delle pareti viene nei motori atmosferici ad abbassare il rendimento. L'A. ritornerà su questo soggetto.

M. NEYRENEUF. *Sulla trasmissione del suono nei gas.* — Per determinare la legge della propagazione del suono nei tubi, l'A. ha fatto uso di una fiamma sensibile nel modo descritto in questo giornale, t. XII, p. 257. In queste nuove esperienze il tubo è di ferro lungo 2^m e largo $0^m,05$, e attraversa la parete di separazione di due camere, in una delle quali è la sorgente sonora e nell'altra la fiamma. La fiamma resta fissa, ed è il tubo che viene spostato. L'aria e l'ossido di carbonio hanno lo stesso potere di

trasmissione. L'aria e il gas di illuminazione danno intensità di suono molto diverse fra loro; e l'acido carbonico ha un potere di trasmissione più considerevole di quello dell'aria.

19. — M. VIEILLE. *Sopra i calorici specifici di alcuni gas ad alte temperature.* — La identità dei calorici specifici dell'ossido di carbonio e dell'azoto dà il modo di studiare quei calorici specifici impiegando dei miscugli cianogenati che bruciano per ossido di carbonio. Infatti l'A. dimostra che, contrariamente a ciò che avviene per tutti gli altri miscugli esplosivi, la temperatura, dedotta dalla pressione massima sviluppata in vasi chiusi dai miscugli cianogenati ammettendo la reazione teorica, costituisce un limite inferiore della temperatura di combustione; e dimostra che poi è facile il valutare un limite superiore della quantità di calore sviluppata dalla reazione. Il quoziente di queste due quantità è il limite superiore del calorico specifico medio a volume costante dei gas Az, H, O, e CO.

L'analisi dei prodotti della combustione dei miscugli cianogenati brucianti per ossido di carbonio, mostra che a basse temperature delle piccole quantità di cianogene sfuggono alla combustione, e che a temperature più alte l'ossido di carbonio si dissocia, e vi è produzione di acido carbonico e deposito di carbonio; e d'altra parte il vapore di acqua che esiste sempre nel miscuglio è ridotto dall'ossido di carbonio nel momento della esplosione, per cui si ha nuovamente acido carbonico e idrogeno libero. Ma tutto ciò tende a diminuire il volume teorico finale; onde le temperature calcolate costituiscono dei limiti inferiori delle temperature realmente sviluppate negli apparecchi.

Quanto alla quantità di calore sviluppata essa è leggermente diversa dalla teorica dei precedenti fenomeni, ma l'analisi dei prodotti finali permette di rettificarla, fissandone un limite superiore. L'A. presenta alcuni quadri delle sue esperienze, dai quali si rileva il risultato seguente. Il calorico specifico medio a volume costante dei gas CO, Az, H, O, varia più di due terzi del suo valore fra zero e 4400°. Però questa deduzione si fonda sull'ipotesi della costanza del coefficiente di dilatazione dei gas a volume costante, e sulla esattezza della legge di Mariotte ad alte temperature.

C. RESIO. *Il dinamografò elettrico, registratore del lavoro delle macchine.* — La descrizione di questo apparecchio quì non sarebbe possibile, e d'altronde per intenderla chiaramente converrebbe avere una figura. Ci limiteremo a dire che l'apparecchio ha due parti, un *trasmettitore*, ed un *registratore*. Nel primo vi ha un anello infilato sull'asse motore, e che per effetto di una torsione striscia sull'asse medesimo, spostandosi proporzionalmente alla torsione medesima, e fa muovere parallelamente all'asse un indice la di cui punta sta al di sopra di un regolo graduato, e così fa conoscere la anzidetta torsione e per conseguenza lo sforzo del motore. Le indicazioni di questo indice e la velocità angolare del motore sono trasmessi, mediante un movimento di orologeria e delle correnti elettriche, all'apparecchio registratore, nel quale rimane tracciata una curva.

G. CABANELLAS. *Sopra un punto fondamentale e teorico, del Rapporto presentato da M. Cornu* — Di quel Rapporto parla il N°. 15. 1883 dei *Comptes Rendus*.

L'A. annunzia che in seguito pubblicherà la discussione completa delle esperienze officialmente controllate dall'Accademia alla stazione del Nord; e per ora egli si limita ad esaminare la formula nuova secondo la quale si avrebbe il rendimento dinamometrico. È quella la formula

$$\frac{T_u}{T_m} = \frac{e}{E} H h,$$

ove T_u è il lavoro raccolto dalla ricettrice, e T_m è il lavoro realmente ceduto alla generatrice. e: E, il rapporto delle forze elettromotrici totali sviluppate nelle due macchine, e il rendimento elettrico; H ed h sono i coefficienti pratici di trasformazione di energia delle due macchine. Non potremmo quì in sunto seguire l'A. nella sua discussione; e diremo solamente che esso rigetta quella formula, la quale condurrebbe necessariamente ad attribuire dei valori erronei alle quantità che servono a comporla. Ed in oltre l'A. conclude che se si determinano i valori delle forze elettromotrici e ed E, facendo uso dei metodi e formule già da lui pubblicate, si verifica che quel rendimento è rappresentato realmente dal rapporto fra quelle forze elettromotrici medesime.

20. — C. FRIEDEL e C. CURIE. *Sulla piroelettricità del*

quarzo. — Seconda Nota — Vedasi più sopra per la prima Nota. In questa seconda continua la critica sui lavori dell' Hankel sullo stesso soggetto.

21. — J. JAMIN. *Sul punto critico dei gas liquefabili.* — L'A. rammenta rapidamente il noto lavoro dell' Andrews (1870) relativo al *punto critico*; ma egli crede che i gas siano liquefabili a qualunque temperatura, purchè la pressione sia sufficiente, senonchè una circostanza che passò inosservata impedì di riconoscere tal cosa. Come nell' esperienza di Cagniard Latour, sia un tubo grosso di vetro con dell' acqua e del suo vapore, chiuso alla lampada, scaldato da 300 a 400°. Aumentando la temperatura aumenta la densità del vapore e la parte liquida ha come è noto una dilatazione crescente fino a superare quella de' gas, fino a che si arriva ad un punto in cui la densità del liquido è uguale a quella del vapore. Da quel momento la superficie di separazione cessa d' esser distinta, e si veggono quelle strie ondeggianti che accusano miscugli di densità differenti. Per l' A. il punto critico è la temperatura ove il liquido e il suo vapore saturo hanno la stessa densità, ma la legge generale della vaporizzazione non è per questo interrotta perchè il liquido continua ad essere al suo punto di ebollizione ed il vapore alla tensione massima. Se da quel punto in poi la temperatura aumenta, la tensione continuerà a crescere fino all' intiera vaporizzazione del liquido, dopo di che il vapore rimarrà secco e non saturo. In generale, dice l' A., un vapore si distingue dal suo liquido, per la sua minor densità, e pel calore reso latente; ma quì le densità del vapore e del liquido sono uguali, e non vi è calore latente, perchè non vi ha lavoro di dilatazione.

Il Cailletet (*Comptes rendus*, 2 febbraio 1880) compresse nel suo noto apparecchio un miscuglio di una parte di aria e di cinque di acido carbonico, il quale sotto una pressione media era allo stato liquido. Poi, senza cangiar temperatura, innalzando la pressione a 150 od a 200 atmosfere la parte liquida sparì totalmente; ma l' aumento di pressione non potè far nascere un nuovo punto critico. Il fenomeno avviene perchè riducendo il volume la densità dell' acido carbonico non varia perchè è già al suo massimo, ma cresce quella dell' aria e con essa quella del miscuglio d' aria e di acido carbonico, fino a che diviene uguale a quella

del liquido che allora, dice l'A., non rimane più al fondo del vaso, ma si spande nello spazio intiero, essendochè secondo il principio di Archimede ha perduto tutto il suo peso.

Se tale spiegazione è la vera, cioè se lo sparire della superficie di separazione fra il vapore ed il liquido è dovuto ad una aguaglianza di densità, si ritarderà tale sparizione sostituendo all'aria l'idrogeno. In seguito della domanda dell'A. il Cailletet fece questo cangiamento nella sua esperienza, e vidde in fatti che il fenomeno avveniva con l'idrogeno per pressioni ben più forti che con l'aria. Aumentando la pressione, la densità dell'acido carbonico varierebbe di poco, ma di molto andrebbe aumentando quella della atmosfera gassosa, fino a che divenendo superiore a quella del liquido, questo si raccoglierebbe in cima al tubo in luogo che al fondo, e forse ricomparirebbe la superficie di separazione. L'A. ha proposto al Cailletet anche questa esperienza, che però non riescì; ma l'A. vi ha sempre fiducia.

I. B. BAILLE. *Sopra la resistenza dell'aria nei moti oscillatori lentissimi.* — In una Nota inserita nei *Comptes rendus* del 4 Marzo 1878, l'A. e il Cornu dimostrarono che nei lenti movimenti oscillatori la resistenza dell'aria è proporzionale alla velocità del mobile. Dopo l'A. ha studiato il fenomeno cangiando la forma, le dimensioni del mobile, la pressione e la temperatura dell'aria, ed ha adoperata la bilancia di torsione. L'A. ha veduto che quella resistenza, valutata per la unità di superficie, diminuisce aumentando la superficie del mobile normale alla direzione del moto; ed aumentando la lunghezza del mobile paralella a quella direzione, la resistenza varia con la temperatura e con la pressione dell'aria, ma non è dovuta alla sola variazione di densità; talchè mantenendo l'aria ad una stessa data pressione, sia variando la densità oppure variando la temperatura, non si ha nei due casi la stessa resistenza.

L'Hirn da alcune sue ricerche sopra lo stesso soggetto trasse la conseguenza che quella resistenza dell'aria fosse indipendente dalla temperatura, mentre secondo la teoria cinetica dei gas dovrebbe essere proporzionale alla radice quadrata della temperatura assoluta (*N. Cimento.* t. XI. pag. 177). Ma ora il Baille rettifica tutto ciò, facendo vedere che quelle obbiezioni a quella teoria non furono esatte.

M. GOUY. *Sulla deformazione degli elettrodi polarizzati.* — Quando gli elettrodi sono fatti con una lamina sottile, e con una faccia verniciata, essi si incurvano dalla parte non verniciata.

L'A. descrive due esperienze, l'una delle quali è fatta con una lamina d'oro diritta, e l'altra è fatta con un sottile nastro tagliato in una simil lamina sottile, e poi avvoltolato in modo da formare una spirale. Descriveremo questa seconda esperienza. Il nastro era largo $1^{mm},5$ e lungo $0^{m},60$, verniciato su di una faccia, e formante un'elica di 4^{mm} in diametro. L'elica era disposta verticalmente in una soluzione di solfato di rame con un poco di acido solforico, e nel fondo era fissata con un piccolo carico; la corrente vi era condotta da un filo di oro. La sua estremità superiore era sostenuta da un filo metallico sottile e portava il solito specchietto per osservare la sua torsione. Una lamina di rame formava l'elettrode negativo, e si fece uso di una sola Daniell. L'elica si torceva o si storceva, a seconda che la sua faccia verniciata era la esterna o la interna. Conviene distinguere questo fenomeno dalle deformazioni che sono dovute alle azioni meccaniche dei depositi galvanici sugli elettrodi. Il fenomeno si verifica anche con altri metalli, e l'oro polarizzato positivamente nell'azotato di manganese, presenta deformazioni duecento volte maggiori che nella esperienza narrata.

A. OBERBECK. *Sopra la interferenza elettrodinamica delle correnti alternanti.* — L'A. osserva che i metodi proposti dal Brillouin per determinare l'Ohm (*N. Cimento*, t. XIII, p. 255) riposano tutti sul seguente principio, del quale l'A. già da due anni si è occupato. « L'azione elettrodinamica reciproca di due « correnti alternanti (vibrazioni elettriche) dipende non solo dal « prodotto delle ampiezze, ma anche dalla differenza di fase delle « vibrazioni, e diventa zero per la differenza di fase uguale alla « metà ». Infatti l'A. invia all'Accademia molte sue Memorie pubblicate nei *Monatsberichte* dell'Accademia di Berlino, e negl'*Annali* del Wiedemann, e accenna di aver applicate le teorie delle sue memorie a molti casi speciali; p. es. al ponte di Wheatstone. È d'accordo col Brillouin sulla convenienza di applicar quel principio alle misure assolute.

22. — M. DEPREZ. *Nota sul trasporto della energia meccanica.* — Quando si vuol trasmettere del lavoro per mezzo della

corrente, e che è dato il lavoro t_1 da svilupparsi nell'unità di tempo sull'albero della ricettrice, e la resistenza totale R del circuito comprese le macchine e la linea, il rendimento k economico voluto, ossia il rapporto fra il lavoro sviluppato dalla ricettrice e quello assorbito dalla generatrice, si posson determinare le forze elettromotrici e_0, e_1 della generatrice e della ricettrice, e la intensità I della corrente, per mezzo delle equazioni seguenti.

$$e_0=\sqrt{\frac{g\,R\,t_1}{k\,(1-k)}}\,,\quad e_1=\sqrt{\frac{k g\,R\,t_1}{1-k}}\,,\quad I=\frac{e_0-e_1}{R}=\sqrt{\frac{(1-k)\,g t_1}{k R}}\,.$$

Da queste si rileva $k=\frac{e_1}{e_0}$ pel valore del rendimento economico.

Per applicare queste formule a delle macchine reali nelle quali la trasformazione del lavoro meccanico in corrente, o reciprocamente, non è mai completa, basta introdurvi i coefficienti H ed h già impiegati dal Cornu, e che si chiamano i *coefficienti di trasformazione*.

P. DENZA. *Sulla relazione fra gli eclissi del sole ed il magnetismo terrestre.* — L'A. ha compiuto lo studio delle osservazioni relative a venti eclissi, e dopo molte discussioni ha concluso che « la congiunzione di due astri nell'eclissi del sole, così « come la loro opposizione nelle eclissi della luna, non hanno « alcuna influenza sulle variazioni degli elementi magnetici della « terra; e quindi non vi ha relazione alcuna fra le eclissi ed il « magnetismo terrestre ».

23. — P. GIBIER. *Apparecchio per ottenere basse temperature da graduarsi a volontà.* — Una caldaia contenente una soluzione di gas ammoniaco è unita ad un condensatore per mezzo di un serpentino, che sta fra l'inviluppo di un serbatoio ad acqua e il condensatore. La caldaia è dentro un vaso pieno di acqua che la raffredda, quando il gas si discioglie nuovamente nell'acqua durante il raffreddamento. Così la stessa soluzione serve indefinitamente. Il condensatore sta sopra alla caldaia; e attorno ad esso ed al serpentino passa una corrente di acqua fredda mentre che distilla il gas ammoniaco. Il gas liquefatto è rinchiuso nel recipiente superiore. Il focolare sta sotto alla caldaia, e il gas passa nel serpentino per mezzo di una chiavetta

automatica che serve a regolare, aprendola più o meno, il grado di freddo. Nel centro del condensatore è lo spazio dove si deve porre il corpo da raffreddarsi. Vi è un tubo per mezzo del quale il gas può ritornare nella caldaia. Si possono ottenere — 45°; e con un'altra chiavetta speciale e facendo il vuoto si può arrivare sino a — 80°. In sostanza è fondato sulla esperienza del Faraday per la liquefazione del gas ammoniaco. Questi cenni non basterebbero per costruire l'apparecchio; ma la Nota è corredata da opportuni disegni di insieme e di dettaglio.

G. CABANELLAS. *Sulla potenza meccanica passiva, e sulla resistenza interna e sul campo magnetico dei regimi (allure-intensité); e determinazione elettrica dei loro valori effettivi.* — L'A. rammenta aver egli già dimostrato che le leggi e formule in uso, o di prima approssimazione, sono insufficienti allo scopo, dovendo tenersi conto di reazioni d'ordine superiore, non trascurabili. Il mezzo più esatto e pratico è di sommare tutti gli effetti dei diversi ordini di reazioni, facendoli comprendere nell'una o nell'altra delle due quantità effettive seguenti: il campo magnetico effettivo e la resistenza effettiva interna. Il primo è rappresentato dalla grandezza elettromotrice che esso genera a un dato regime, per una data lunghezza e finezza dell'*enroulement induit.*

Chiamiamo N. I il regime $_{NI}\varepsilon$, ε_{NI} le differenze di potenziali ai due estremi della macchina come generatore e come ricettore; t e t' le potenze in chilogrammetri, cioè quella raccolta al freno come ricettore e quella assorbita dalle resistenze meccaniche passive della macchina. Sono sei quantità tutte osservate direttamente, salvo la t'.

Sono a determinarsi le forze elettromotrici $_{NI}E$, E_{NI} come generatore e come ricettore, le quali rappresentano le forze dei campi; ed è a determinarsi la resistenza effettiva o *dinamica* r, da non confondersi con la resistenza statica a, vale a dire l'anello *stoppé*. r sorpassa relativamente a di tanto più che l'andamento (*l'allure*) la finezza e la lunghezza di avvoltolamento (*d'enroulement*) per paia di spazzolini (*balais*) sono più grandi. r tiene dunque conto, sotto la forma $i^2\Delta a$, del deficit del lavoro delle macchine a collettore, deficit d'ordine elettrico del quale l'A. il primo indicò la misura.

Dalle equazioni $\varepsilon_{NI}\mathrm{I} = g(t+t') + r\mathrm{I}^2$, $\mathrm{E}_{NI}\mathrm{I} = g(t+t')$, ${}_{NI}\mathrm{E} = {}_{NI}\varepsilon + r\mathrm{I}$, si rileva dalla prima il valore di r; dalla seconda quello di E_{NI} (forza elettromotrice bruta) essendo $g\dfrac{t}{\mathrm{I}}$ la forza elettromotrice netta; e si ha:

$${}_{NI}\mathrm{E} = {}_{NI}\varepsilon + \varepsilon_{NI} - g\frac{(t+t')}{\mathrm{I}}.$$

Per determinare t' si separa il circuito degli elettrodi da quello dell'indotto, e si mandano nell'induttore successivamente due correnti qualunque, purchè non uguali. Si fa passare successivamente per l'indotto una corrente tale che *l'allure* della macchina divenga N, sotto la influenza della sola coppia passiva: si leggono ai galvanometri le correnti i ed i' e la differenza dei potenziali ai *balais* ε ed ε'. Allora se e ed e' sono le forze contro-elettromotrici brute, e ρ la resistenza effettiva, avremo $\varepsilon i = ei + \rho i^2$, $\varepsilon' i' = e' i' + \overline{\rho i'^2}$. Siccome $e i$ qui è uguale ad $e' i'$, risulta $(i^2 - \overline{i'^2})\rho = \varepsilon i - \varepsilon' i'$, e si ha subito il valore di $e i$ o di $e' i'$, o di $g t'_N$, che noi qui per brevità non trascriviamo.

Avvertiamo che questa non è che la accurata traduzione letterale della Nota, per tutto ciò che vi ha di essenziale.

F. M. RAOULT. *Sul punto di congelazione delle soluzioni acide.* — Questa Nota è nei *Comptes rendus* classata nella parte di fisica, ma ci è sembrata appartenere alla chimica.

24. — L. LECORNU. *Riflessione della luce sulla superficie di un liquido agitato.* — Per sapere se un dato punto di quella superficie apparirà luminoso, basta condurre le due rette che da quel punto vanno al punto luminoso e all'occhio dell'osservatore, e poi condurre la bisettrice dell'angolo da esse formato, e vedere se questa fa con la verticale un angolo minore dell'angolo limite di agitazione del liquido. La curva che è il luogo geometrico dei punti pei quali l'eguaglianza fra quegl'angoli ha luogo, è il contorno dell'immagine luminosa che appare all'osservatore. L'A. trovò per questa curva una equazione di sesto grado, della quale esso ne indica per qualche semplice caso alcune proprietà.

25. — M. MONOYER. *Sul potere amplificatore degli istrumenti di Ottica.* — Come è noto, questo potere è misurato dal rapporto fra gli angoli visuali sottesi dall'immagine dovuta al

solo istrumento e quella dovuta al solo oggetto. L'A. considera e pone le formule nei casi dei diversi istrumenti d'ottica; ma la sua Nota non è suscettibile di un breve sunto.

26. — M. QUET. *Sulla relazione dell' induzione con le azioni elettrodinamiche, e sopra una legge generale dell' induzione.* — Per dedurre dall' elettrodinamica le leggi dell' induzione prodotta da uno spostamento relativo, basta secondo l'A. « determi-« nare la direzione e la grandezza della forza che è applicata « ad un elemento di fluido elettrico, che si muove nel campo di « un sistema di correnti ».

Per risolvere tal quesito l'A. ammette che la anzidetta forza d'induzione abbia la stessa direzione ed intensità dell'azione elettrodinamica, che sarebbe esercitata dal sistema inducente sopra un elemento di corrente che fosse nella stessa posizione dell' elemento indotto e che avesse la stessa direzione della velocità di questo ultimo elemento. Calcolando così quella forza seguendo la teoria di Ampère, l'A arriva, come è naturale, alle note formule di Neumann e di Weber.

H. BECQUEREL. *Massimi e minimi di estinzione della fosforescenza sotto la influenza delle radiazioni infrarosse.* — L'A. comincia col rammentare le sue Note inserite nei numeri 3 e 17 dei *Comptes Rendus* 1883 e il noto trattato del padre suo *Sulla luce, le sue cause ed effetti.* Da quei precedenti lavori si rileva che proiettando lo spettro solare sopra diverse sostanze fosforescenti, la estinzione della fosforescenza prodotta dai raggi rossi ed infrarossi presenta una immagine nera dello spettro, che si prolunga oltre la regione visibile, prima della quale vi ha una striscia di estinzione, staccata dal resto della immagine. L'A. la osservò variabile dall' una all' altra sostanza, e presenta diverse fasi interessanti. Le radiazioni rosse ed infrarosse agiscono sulle sostanze fosforescenti come vi agisce un innalzamento di temperatura. Quando queste sostanze sono prima rese luminose, quelle radiazioni provocano il fenomeno di estinzione, e si osserva successivamente una immagine positiva, poi una negativa dello spettro infrarosso. Il più interessante è un solfuro di calcio molto luminoso, che dà per fosforescenza una luce azzurra chiara verdastra; e proiettandovi allora lo spettro solare, la immagine dello spettro infrarosso vi si stacca in chiaro con delle strie nere.

Poi dopo vi compariscono due larghe strie, ω_1 ed ω_2, che divengono presto più oscure, comprese fra le lunghezze d'onda 790 ed 861 per una di esse, e fra le lunghezze d'onda 927 e 970 per l'altra. Fra queste vi è una regione α fosforescente e continua, che si stacca sul fondo più oscuro. Continuando l'azione dello spettro, ω_1 ed ω_2 finiscono col non distinguersi più dal fondo il quale va progressivamente diminuendo di intensità. La regione α e la porzione dello spettro fra ω_1 fino alla stria C, dopo esser stata lungo tempo luminosa, si estinguono e si distaccano in nero sul fondo ancora luminoso della sostanza, e presentano il fenomeno osservato dal Becquerel padre. Al di là di α non vi è più alcun effetto di estinzione.

Se si fa cessare lo spettro durante la prima fase del fenomeno, quando α è luminosa fra le due strie oscure, e se si scalda la sostanza, la fosforescenza si ravviva dappertutto, e principalmente nella regione eccitata dallo spettro. Ma le striscie ω_1 ed ω_2 fanno eccezione; esse verso 50° danno luce azzurroc-upa, staccandosi dal fondo più chiaro, e fra 60 e 80° tutta la massa diventa azzurro-cupa, e si confonde con ω_1, ω_2, che non si distinguon più, la striscia α ed il resto dell'immagine danno ancora per qualche tempo una luce verdastra, diversa da quella che la stessa sostanza emette a quella temperatura; e poi la luce si indebolisce e lascia il posto all'immagine oscura descritta più sopra.

Così l'azione dei raggi infrarossi, prolungata e combinata con un aumento di temperatura, distrugge alla sostanza la facoltà di emettere momentaneamente la luce sotto la influenza delle stesse radiazioni, ma questa facoltà non è distrutta nelle regioni ω_1 ed ω_2, e neppure nelle regioni non impressionate dallo spettro. Ogni sorgente luminosa dà lo stesso fenomeno. Il fenomeno sembra difficile a spiegarsi. Il solfuro di calcio azzurro scuro del commercio, dà lo stesso fenomeno ma con minor durata, ed alla temperatura ordinaria fa come il solfuro azzurro chiaro, quando è riscaldato.

I solfuri di calcio, di stronzio e di bario, luminosi, aranciati, gialli o verdi, e la blenda esagonale, non presentano questi fenomeni con la stessa evidenza, ma presentano dei massimi di estinzione più o meno decisi. I corpi che danno maggior prolun-

gamento nell'infrarosso sono quelli che sono sensibili più oltre nell'ultra violetto. Se per ogni sostanza si prendono le medie lunghezze d'onda delle regioni ove la estinzione è massima nell'infrarosso, e si prendono le medie lunghezze d'onda di quelle regioni ove la eccitazione fosforogenica è la maggiore nell'ultra violetto, il prodotto di queste lunghezze è lo stesso pei solfuri di bario e di calcio. Un aumento di temperatura diminuisce la durata delle diverse fasi di estinzione, e sembra diminuire il prolungamento dello spettro nell'ultra violetto e nell'infrarosso. Una diminuzione di temperatura dopo la insolazione, rallenta la emissione della luce e ne aumenta la durata. L'A. ha in corso la stampa del suo lavoro.

M. MARTIN DE BRETTES. *Stampa automatica dei dispacci telefotici, ossia trasmessi dalla luce.* — L'A. propone di far cadere la luce proiettata sopra il *selenio*, il quale diventando conduttore o cessando di esserlo interrompendo la radiazione, potrebbe chiudere e aprire un circuito e far agire un'elettrocalamita, e perciò un apparecchio di Morse.

Secondo semestre 1883.

1. — I. JAMIN. *Sulla compressibilità e la liquefazione dei gas.* — In questa Nota l'A. dimostra che le esperienze dell'Andrews per la liquefazione dell'acido carbonico e quelle dell'Amagat e del Cailletet, sono esattamente d'accordo con le idee da lui espresse nella sua Nota inserita nel numero 21, 1°. semestre di questo anno. A quest'oggetto l'A. discute lungamente i resultati numerici di quelle esperienze, e con molti accurati dettagli. Ci dispiace che un sunto non basterebbe per quella Nota, della quale però ognuno vede la importanza.

M. QUET. *Sopra l'applicazione del metodo di Ampère alla determinazione della legge elementare della induzione elettrodinamica per spostamento.* — L'A. rammenta la sua Nota inserita nel numero 26 dei *Comptes Rendus*, per quella determinazione, che in questa Nota fa ugualmente, intendendo seguire il metodo esperimentale di Ampère. A tale scopo egli si fonda sulle seguenti premesse. 1°. L'azione di un elemento di corrente sopra una massa elementare di fluido elettrico in movimento, consiste in una attrazione o in una repulsione, diretta secondo

la linea che passa per i centri dei due elementi. 2°. La forza d'induzione è nulla quando la direzione dell'elemento di corrente è normale all'anzidetta linea, e la velocità dell'elemento indotto ha luogo secondo questa linea stessa. 3°. Il noto principio del conduttore sinuoso. 4°. L'azione induttrice è proporzionale alla velocità dell'elemento indotto. 5°. L'azione esercitata da un sistema qualunque di correnti chiuse sopra una massa elementare in moto è normale alla direzione della velocità della massa. 6°. Un solenoide chiuso non esercita alcuna induzione sopra un conduttore in moto.

P. LE CORDIER. *Azioni elettrodinamiche che comprendono delle funzioni arbitrarie.* — Nei *Comptes Rendus* sono già state inserite delle Note dell'A. su quello stesso soggetto generale (*N. Cimento.* t. XIII. p. 256, 273). La Nota presente non è veramente un sunto, ma un annunzio, o prefazione alla sua terza Memoria sulle azioni elettrodinamiche.

M. DEPREZ. *Modo di smagnetizzare gli orologi, calamitati per la prossimità di un forte campo magnetico.* — Si mette l'orologio in un forte campo magnetico, facendolo rotare rapidamente. Così il magnetismo non prende nell'orologio alcuna direzione fissa; e se si leva da quel campo senza cessare dal farlo ruotare intorno a sè, ma allontanandolo a poco a poco, sarà raggiunto lo scopo.

2. — C. FRIEDEL e J. CURIE. *Sulla piroelettricità della blenda, del clorato di sodio, e della boracite.* — Il lettore può vedere più sopra un sunto di un lavoro degli stessi Autori sulla piroelettricità del quarzo. Gli Autori hanno già trovato che quando un cristallo esagonale presenta come il quarzo, tre assi orizzontali di emimorfismo, e per conseguenza di piroelettricità, e quando è scaldato o raffreddato regolarmente, vi ha una compensazione negli effetti prodotti da quegli assi di piroelettricità, e non vi si manifestano poli elettrici di nomi opposti lungo gli spigoli opposti del prisma esagonale. Se, al contrario, si scalda sopra uno dei suoi punti una lamina normale ad uno degl'assi di piroelettricità, si producono delle pressioni laterali il di cui resultato è uno sviluppo di elettricità positiva sopra una faccia e negativa sull'altra. I cristalli cubici affetti da emiedria tetraedrica presentano gli stessi fenomeni.

Questa Nota termina concludendo che, nelle sostanze esagonali aventi tre assi orizzontali di emimorfismo, e nelle sostanze cubiche appartenenti al modo di emiedria tetraedrica, quando vi ha riscaldamento o raffreddamento regolare del cristallo, vale a dire quando le dilatazioni sono uguali relativamente agl' assi in questione, havvi compenso sotto il punto di vista piroelettrico, e non vi ha sviluppo di elettricità. Questo sviluppo avverrà quando una variazione irregolare della temperatura, od una compressione secondo certi assi più che per certi altri, produrrà dilatazioni ineguali.

H. BECQUEREL. *Spettri di emissione infrarossi dei vapori metallici.* — Questo lavoro può considerarsi come la continuazione di quello dello stesso autore, e di cui abbiamo più sopra parlato in questi sunti. L'A. ha potuto rivelar la presenza e la posizione di strie di emissione, invisibili, di vapori metallici, finquì ignote nella regione infrarossa, approfittando dei narrati effetti di estinzione provocati dalle radiazioni infrarosse che cadono sopra una sostanza fosforescente.

Le radiazioni erano concentrate sopra una lente che stava nel fuoco della lente collimatrice. Queste radiazioni, rese parallele, attraversavano un grosso prisma di solfuro di carbonio, e poi col mezzo di un'altra lente erano concentrate sulla sostanza fosforescente, ove formavano la immagine reale dello spettro. I metalli ed i sali metallici erano volatilizzati nell'arco voltaico, e la immagine dell' arco voltaico era formata sulla fenditura. La sostanza fosforescente era un solfuro di calcio, verde per fosforescenza; ed era ridotto in polvere e calcato in una cassetta chiusa da un cristallo piano e sottile, sul quale era incisa una graduazione, ed era applicata sulla sostanza stessa. Quella graduazione o scala serviva per determinare la posizione delle strie. Sulla fenditura si proiettavano i raggi solari e la immagine dell'arco contemporaneamente. L'A. indica i valori numerici delle lunghezze d'onda delle strie più forti, di un certo numero di vapori metallici, nei limiti ove era sensibile la sostanza fosforescente.

CH. TRUCHOT. *Nuovo metodo per determinare i limiti della elettrolisi.* — Il Berthelot enunciò questa legge « la decompo-
« sizione degli elettroliti si fa appena che la più piccola somma
« delle energie necessarie, vale a dire preveduta secondo le quan-

« tità di calore, è presente ». Con questa legge si possono calcolare, dalle forze elettromotrici limiti impiegate, le quantità di calore necessarie per effettuare le decomposizioni. A questo scopo l'A. ha disposto come segue. Una macchina Gramme (modello da laboratorio a calamita Jamin) è posta in azione da un motore ad acqua, in modo da ottenere la necessaria velocità. La corrente passa per un voltametro, con fili o lamine di platino, o matite di carbone secondo la elettrolisi. Sopra una deviazione presa sui due serrafili del voltametro si trova un *voltmetro*, la di cui spirale ha la resistenza di 13000 ohm. Il suo magnetometro, composto di venti piccoli aghi calamitati, oscilla su due punte di ago e porta uno specchio, su cui mediante un cannocchiale si osserva la immagine di un regolo diviso in millimetri. L'istrumento fu graduato con un elemento Daniell, nel quale ogni metallo era immerso nel suo solfato, e che rappresentava 25 calorie. Il voltametro dava la differenza di potenziale ai due serrafili del voltametro, misurando così il numero delle calorie assorbite nella elettrolisi.

Elettrolizzando così un certo numero di sali l'A. trovò dei numeri concordi a quelli preveduti dalla teoria; e con questo metodo si ha la prova esatta, della decomposizione in acido e in base, senza sviluppo di gas, dei solfati di soda di potassio e di magnesia, verso 16 calorie. Le soluzioni erano in un tubo ad U; dopo qualche minuto si mettevano nel polo negativo alcune goccie di una soluzione incolora di phtaleina del fenolo, la quale arrossava fortemente.

Journal de Physique. 1882 (1).

M. MASCART. *Nota sulla bussola delle tangenti.* — L'A. con un calcolo assai semplice, e relativo a questa bussola dimostra la formula già trovata dal Blanchet.

M. B. ELIE. *Variazione del coefficiente di viscosità con la velocità.* — Nelle equazioni del moto de' fluidi si fa uso di un coefficiente μ di viscosità, e di un coefficiente ν che rappresenta l'aderenza variabile del fluido alle pareti. L'A. sospende bifilar-

(1) *Continuazione.* Vedi *N. Cimento*, tom. XI. p. 253. — Non faremo cenno dei lavori dei quali avremo già dato un sunto in altro luogo.

mente una sfera piena di liquido; ed un'altra sfera massiccia sta sospesa dentro la prima per mezzo di un filo metallico, che passa da un foro praticato fra i due fili della prima, ed è superiormente fisso all'asse verticale di un apparecchio di rotazione elettromagnetico. Quando la interna ruota, la esterna si sposta di un certo angolo ove si fissa da sè quando il momento della sospensione bifilare fa equilibrio il momento delle forze di attrito. Il primo è proporzionale al seno dell'angolo di spostamento, e il secondo è espresso da $8\pi\mu c$, ove

$$c = \frac{\Psi}{\frac{1}{r^3} - \frac{1}{r_1^3} + \left(\frac{\nu}{r^4} - \frac{\nu'}{r_1^4}\right)}.$$

Ψ è la velocità angolare, r, r_1, ν, ν', i raggi ed i coefficienti di aderenza delle sfere. Si trattava di far variare r, per avere μ e ν per una data velocità e temperatura. L'A. non aveva apparecchi sufficientemente esatti per ciò fare esattamente, ma però vidde che per l'acqua le reazioni dovute agl'attriti crescevano più rapidamente delle velocità.

M. L. LAURENT. *Apparecchio per mostrare e misurare in proiezione i piani di polarizzazione dell' analizzatore e della lamina cristallizzata.* — L'A. presenta il disegno e la dettagliata descrizione dell'apparecchio.

M. SCHMELTZ. *Registratore della durata della pioggia.* — Anche qui vi è un disegno dell'apparecchio. La parte essenziale è una lunga striscia di carta come quella del telegrafo Morse, stata immersa in una soluzione di solfato di ferro, seccata, e poi con un tappo di cotone vi si è steso sopra dell'acido tannico o del cianoferruro di potassio polverizzato, mescolato a resina in polvere per l'aderenza. Essa è tesa in una lunga cassetta di legno aperta sotto, e fissata all'imposta di una finestra. La striscia è in parte avvolta intorno ad un rocchetto, nella cassetta, e guidata convenientemente, attraversa l'imposta da una fenditura, e va ad avvolgersi attorno un cilindro fuori della cassetta. Così movendosi, in virtù della rotazione di quel cilindro, essa passa sotto al collo di un imbuto che passa attraverso la parete superiore della cassetta. La striscia è inclinata in modo che la pioggia che cade dall'imbuto non si spanda al di là del punto in

cui cade. Quel cilindro marca nello stesso tempo l'ora ed i minuti. Così serve tal carta idrografica ove restano sensibilmente indicate le traccie della pioggia.

C. WOLF. *Ricerche storiche sui campioni di pesi e misure dell' Osservatorio.* — Da queste notizie risulta che le diverse *tese* che nel secolo passato servirono a delle misure geodetiche sono perdute e non restano che le tese del Perou e del Nord ma ben conservate. Si ha altresì una storia completa dei metri e dei chilogrammi in platino. L'Osservatorio possiede quasi tutti gli istrumenti depostivi nell'anno XII; e particolarmente il gran regolo di Lenoir che servì a Lavoisier e a Borda nell'anno VII per il confronto col metro; ma perdè il cursore. Si è perduto il regolo bimetallico del pendolo di Borda e di Cassini, e i grandi regoli geodetici non hanno più il loro livello.

M. H. PELLAT. *Unità adottate per le misure assolute dal Congresso internazionale degli elettricisti.* — È una esposizione assai chiara ed ordinata delle unità fondamentali, delle elettriche e delle magnetiche, e delle loro dimensioni. Ma in questi ultimi giorni sono stati pubblicati libretti allo stesso scopo: p. es. *Les Grandeurs électriques* etc. par H. Schoenties. — *Unités et constantes physiques*, par I. D. Everett, tradotto dal Raynaud. Gauthier Villars. 1883. — Rammentiamo anche che il Prof. Naccari di Torino pubblicò un lavoro intitolato *Delle misure e delle unità elettriche assolute*, che neppure ora lascierebbe a desiderare su quel soggetto medesimo. (Vedi *L' Elettricista* che si stampava a Firenze nel 1877 da M. Cellini alla Galileiana).

E. BOUTY. *Analogia termodinamica dei fenomeni termoelettrici e del fenomeno di Peltier.* — Per far a meno di una figura immaginiamoci un anello ACBD, le lettere A e B essendo alle estremità di un diametro orizzontale, e le C, D alle estremità del diametro verticale. La A alla sinistra del lettore e la C nello estremo inferiore del diametro CD. Sia l'anello di una certa qualunque sezione e diametro, ma vuoto nell'interno in modo che formi un *canale* circolare, e le di cui pareti siano impermeabili al calore. Contenga il canale della sabbia satura di acqua nella parte inferiore ACB, e contenga nell'altra sua metà, la superiore, del vapore di acqua. La sabbia e l'aria siano per noi due con-

duttori, e l'acqua liquido od aeriforme sia per noi l'immaginario fluido elettrico il di cui moto costituisce la corrente.

Ciò ammesso, si vede che non può esservi corrente se tutti i punti del circuito sono alla stessa temperatura. Se si scalda il punto A, dopo un periodo variabile più o meno lungo, si stabilirà nel canale dell'anello una circolazione permanente. L'acqua si vaporizzerà in A, si condenserà in B, e filtrando attraverso la sabbia rimpiazzerà in A l'acqua evaporata, e ciascuna sezione del canale lascierà passare nell'unità di tempo la stessa quantità di acqua. Ciò è l'immagine di una corrente termoelettrica. Se ora invece di scaldare A si provoca la circolazione dell'acqua per mezzo di una energia esterna, per esempio con una pompa a rotazione posta in D e rotante in un verso opportuno, l'acqua che si evapora in A vi produrrà una diminuzione di temperatura, mentre che la temperatura aumenterà in C in virtù della condensazione di un'ugual quantità di acqua. Questo fenomeno termico è la immagine di quello del Peltier. La saldatura A che si raffredda, è precisamente quella che si sarebbe dovuta scaldare per produrre tal circolazione di vapore, e la quantità di calore assorbita in A e svolta in C è proporzionale al peso di acqua evaporata al minuto secondo, vale a dire alla intensità della corrente. Per completare la analogia fra i due fenomeni l'A. osserva che gli attriti genereranno calore in tutti i punti dell'anello; e per ritrovare la legge di Joule basta immaginare che la corrente sia prodotta da un numero costante di molecole di acqua con velocità proporzionali alla intensità della corrente, e che la perdita per attrito di forza viva sia proporzionale al quadrato della velocità.

M. A. CROVA. *Giroscopio magnetico.* — Un toro piano leggiero di ferro dolce è montato sopra un asse in acciaio calamitato, e può ruotare attorno a questo asse la di cui punta posi sopra ad un cuscinetto sferico concavo in acciaio. Quando l'apparecchio ruota rapidamente si può dare all'asse una determinata inclinazione appoggiandovi sopra per un istante. Si può lanciare una corrente in una piccola elettrocalamita che sta al di sopra del toro, e dare origine al moto conico di retrogradazione che si deduce dalla teoria delle coppie. L'A. descrive diverse esperienze

sulla composizione dei moti rotatori, per mezzo di questo semplice apparecchio.

M. B. ELIE. *Paragone delle esperienze di Hall e di Faraday con gli effetti del giroscopio.* — Come è noto, la esperienza di Hall consiste nel far passare una corrente per una foglia d'oro incollata sul vetro, e poi nel mettervi sopra i due reofori di un galvanometro in due punti di ugual potenziale. Sotto la influenza di una elettrocalamita fra i di cui poli è quella foglia, il galvanometro devia, indicando lo spostamento delle linee di ugual potenziale. Ma se è una lamina di rame, quand'anche sottilissima, purchè non come la foglia d'oro, il fenomeno manca. I fenomeni di Faraday son quelli della rotazione magnetica del piano di polarizzazione. L'A. adotta la teoria del Maxwell; e pei moti rotatori delle molecole, che convien immaginare per la spiegazione dei fenomeni, trova delle analogie nelle esperienze col giroscopio.

M. I. I. THOMSON. *Sopra le dimensioni di un polo magnetico nel sistema di unità elettrostatiche.* — Nel *Philosophical Magazine* I. D. Everet sostenne l'opinione del Clausius, che nel sistema elettrostatico le dimensioni di un polo magnetico siano

$$M^{\frac{1}{2}}\, M^{\frac{3}{2}}\, T^{-1} \quad \text{e non} \quad M^{\frac{1}{2}}\, L^{\frac{1}{2}}$$

come lo crede il Maxwell. Ora l'A imprende a dimostrare che quest'ultima notazione è la giusta.

M. I. VILLE. *Apparecchio destinato a regolarizzare l'efflusso di un gas ad una pressione qualunque.* — È un apparecchio che funziona già nei laboratorii di fisica e di chimica della facoltà di Montpellier, e di cui l'A. presenta una descrizione per mezzo di varie figure.

M. BERTHELOT. *Ricerche sull'assorbimento dei gas dal platino.* — Si è messo il platino in piccoli palloni di vetro muniti di chiavetta, e in un calorimetro. Si faceva il vuoto nel palloncino, poi si pesava, e dopo ci si lasciava entrare il gas, fino a saturare il platino ad una pressione uguale a quella dell'atmosfera. Si ripesava il palloncino per sapere la quantità di gas assorbito. Fatto tutto ciò si levava con la pompa a mercurio tutto il gas possibile, prima a freddo, e poi a 200°, misurando ogni volta il gas, e determinando le perdite di peso con-

secutive. Ma per estrarre completamente il gas bisogna scaldare il metallo in un tubo di vetro fino alla temperatura di fusione del vetro. Questa ultima prova è indispensabile, perchè altrimenti si potrebbe attribuire ad un idruro l'assorbimento dell'idrogene, dovuto in realtà alla riduzione di un sottossido di platino; oppure si potrebbe essere condotti ad attribuire ad uno stato particolare del platino un assorbimento di ossigeno dovuto in realtà all'ossidazione di un idruro. Sembra all'A. che tali sottossidi siano stati spesso confusi con lo stesso platino, nello studio delle sostanze molto diverse fra loro e chiamate *nero di platino*. Fu esperimentata la spugna di platino, il platino ridotto con l'acido formico, e il nero di platino, e si determinarono per ognuno di questi stati del platino le quantità di calore svolte da un grammo di idrogeno fissato sul platino e suscettibile di essere in seguito ossidato a freddo dall' ossigeno libero. La Nota è ricca di molte delicate considerazioni e dettagli, fra i quali sono i seguenti. Il nero di platino ha fama di assorbire forti quantità di idrogene, ma si sono confusi sotto uno stesso nome corpi diversi. Tutte le quantità esaminate dall'Autore racchiudevano forti dosi di ossigene, che svolgevano al calor rosso: esse erano degl'ossidi, che assorbivano delle grandi quantità di idrogene. Ma quest'idrogene in parte riduce l'ossido, ed in parte forma idruri; ed in oltre i resultati si complicano per i cangiamenti di stato del platino, come infatti lo dimostra l'Autore. Nelle reazioni chimiche esercitate dal platino è difficile il non tener conto di quegl'idruri. Relativamente alla *polarizzazione* del platino, l'A. osserva, che la forza elettromotrice necessaria per decomporre l'acqua in presenza del platino, in realtà è la differenza fra quella relativa alla separazione pura e semplice dell'idrogene e dell'ossigene, e la somma di quelle relative alla formazione dell'idrogene e del composto ossidato. Ma quest'ultima essendo incognita ma considerevole, vengono spiegati gli indizi di elettrolisi con correnti debolissime. Però tal fenomeno si arresta, in ragione dei cangiamenti che sopravvengono nella costituzione chimica e nella conducibilità degli elettrodi, per ricominciare a misura che i gas uniti al platino sono allontanati dalla dissociazione, dalla diffusione nel liquido, e dall'azione dell'aria sciolta, ed infine dalle influenze secondarie. Perciò si intende come l'elettrode negativo, il quale

assorbe una dose notevole di idrogene, si comporterà diversamente dal positivo, che assorbe dosi insensibili di ossigene.

Le esperienze del Bouty, che noi riferimmo nel t. XII p. 246 del *N. Cimento* sono favorevoli a tali spiegazioni del Berthelot. Noi segnaliamo al lettore quel lavoro del Bouty intitolato *Sulla polarizzazione degli elettrodi e sulla conducibilità dei liquidi*, del quale rendemmo conto nella Rivista dei *Comptes Rendus*, ma che fu stampato estesamente nel t. I. N° 8. serie 2ª. del *Journal de Phy.*

M. I. MACÉ DE L'ÉPINAY. *Diffrazione avanti lo scherma.* — In un rapporto pei lavori sulla diffrazione di Fresnel, Arago e Poinsot fecero rimarcare un fatto che era sfuggito a quel fisico, e che consisteva in ciò che le frange così esterne come interne, si vedono ugualmente anche quando il corpo opaco è in di qua dal fuoco della lente, e che allora sembrano formarsi in un piano più vicino al punto luminoso che al corpo a cui si deve l'ombra.

L'A. presenta la teoria e il calcolo per tali frange che sembrano prodursi fra la sorgente luminosa e lo scherma diffrangente; e dichiara non servirsi dei principi esposti nell' *Ottica fisica* del Verdet, ma delle idee del Tunlirz (*Ann. der Phy. und Chem.* t. XII, p. 159) e secondo i calcoli del Knochenhauer (*Die Undulations Theorie des Lichtes*).

M. G. GOVI. *Sopra una nuova esperienza per mostrare il senso della rotazione impressa da un corpo alla luce polarizzata.* — Lo spettro prodotto con luce polarizzata rettilineamente, e che attraversa una lamina di quarzo normale all'asse, osservato con un analizzatore presenta diverse frange nere, che si muovono girando il polarizzatore o l'analizzatore, e si spostano in un senso o nell'altro a seconda che il quarzo è *levogiro* o *destrogiro*. Se si imprime allo spettro ed all'analizzatore uno stesso moto di rotazione, lo spettro avendo il rosso o il violetto nel centro del circolo di cui esso rappresenta un raggio, la frangia nera scorrerà sullo spettro di quantità proporzionali agl'angoli di cui gira l'analizzatore. Ma un punto che si move sul raggio di un circolo di quantità proporzionali a quelle di cui ha girato il raggio attorno al centro, descrive nel piano di questo circolo una spirale di Archimede. Se dunque quell'anzidetta rotazione è suffi-

cientemente rapida, si potranno vedere in uno scherma due nere spirali diametralmente opposte sopra il disco spettrale. Se vi hanno più frange nere, si vedranno più spirali, che saranno in un senso o in un altro a seconda che il quarzo sarà *levogiro* o *destrogiro*. Il Duboscq ha costruito l'istrumento per questa elegante esperienza, e consiste in un tubo di ottone che può ruotare attorno al suo asse, e che contiene i prismi birefrangenti, l'analizzatore e il prisma dello spettroscopio a visione diretta. Il polarizzatore è fisso, ed una lente dà la immagine del piccolo foro attraverso il quale penetra la luce.

M. A. POTIER. *Macchine dinamo-elettriche a correnti continue* — È una descrizione di quelle macchine molto ben fatta e corredata di belle figure. Vi si parla dell'anello del Pacinotti, che l'A. dice *riinventato* dal Gramme, e si descrive la Gramme e la Siemens, le loro modificazioni, altre macchine, e alcune considerazioni generali circa alla loro utilizzazione. X.

A. EMO. *Influenza della temperatura sul coefficiente d'attrito del mercurio effluente per un tubo di vetro capillare.* — L'A. fa effluire, mediante un vaso di Mariotte, del mercurio, sotto una pressione costante, attraverso un tubo capillare situato orizzontalmente entro un apparecchio riscaldante. Dalla quantità di mercurio effluita in un determinato tempo, ne deduce la velocità di efflusso; da cui con formula relativa, ne trae il coefficiente di attrito μ. La curva costruita con i valori di μ, dimostra che il coefficiente d'attrito diminuisce colla temperatura, e più rapidamente, tanto nelle temperature più alte che nelle temperature più basse. Inoltre questa curva presenta una singolarità alla temperatura 0°.

L'A. ha anche intraprese dell'esperienze per verificare, se l'endosmosi elettrica o azione cataforica avesse influenza sull'efflusso in proposito. Ma stabilendo una differenza di potenziale, sia con 2-4 elementi, Grove, o Bunsen; sia con macchine Toepler, o con potenti rocchetti d'induzione; non ottenne mai l'ombra di un'influenza nel senso ricercato, neppure adoperando acqua acidulata.

K. HEUMANN. *Combustione dello zolfo con fiamma fosforescente biancastra.* (*Chem. Ber.* 1883). — Riscaldando nella

oscurità dello zolfo, sopra un piatto di metallo o di porcellana, si osserva subito una chiara fosforescenza del vapore di zolfo che si solleva dal piatto. Il colore della fiamma è azzurro biancastro e perciò differente dalla fiamma ordinaria dello zolfo, la quale comparisce ad una più alta temperatura. La fiamma fosforescente si può ottenere anche immergendo una bacchetta di vetro riscaldata nello zolfo pulverulento, accendendo la polvere aderente e soffiando nella fiamma azzurra. Un fenomeno analogo lo presentano anche le combinazioni dello zolfo come il solfuro d'antimonio, di arsenico, l'oro mussivo ecc.

CH. CROS e A. VERGERAUD. *Nuovo preparato sensibile alla luce.* (*Photogr. Mittheil.* 1883). — L'antraceno $C_{15}H_{10}$ il cui punto di fusione è a 214°, sciolto nel benzolo, l'intorbida sotto l'azione diretta della luce solare, con separazione di cristalli che hanno la medesima composizione dell'antraceno, ma una minore attività chimica e un punto di fusione a 244°. Con la fusione ritorna antraceno ordinario.

H. MULLER. *Accumulatore elettrico.* (*Centralbl. f. Electrotechn.* 1883). — Un truogolo rettangolare coperto in fondo con cascaticci di lana o asbesto, è diviso in due metà da un diaframma di porcellana porosa, o di carta pergamena piegata a zig-zag in direzione orizzontale. I due scompartimenti si riempiono con un miscuglio di litargirio o minio e carbone di storta, e per elettrodi si adoperano due lastre di piombo o di grafite di storta, poste alle pareti laterali del truogolo.

E. BÖTTCHER. *Nuova batteria secondaria.* (*Centralbl. f. Electrotechn.* 1883). — Una soluzione di solfato di zinco viene elettrolizzata con un elettrodo positivo di zinco, ed uno di piombo, ricoperto di piombo poroso, ripiegato. La batteria è tre o quattro volte più leggera di quella Faure, e per una medesima quantità di solfato decomposta (250 gr. per elemento), la capacità è quintupla di quella di una Faure; inoltre la forza elettromotrice è 1,35 volte più grande di quest'ultima.

A. NACCARI. *Sui fenomeni termici prodotti dalla scintilla d'induzione.* — (*Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino*, 1882). — In un lavoro precedente l'A. aveva esaminato il riscaldamento di due elettrodi, fra i quali scocchi una scintilla d'induzione at-

traversando uno strato d'aria a pressione ordinaria. In questo, si occupa del fenomeno nel caso di aria rarefatta.

Per ciò, al foro centrale di una bottiglia di Woulf egli adattava un cilindro d'ottone chiuso al disotto, che scendeva entro la bottiglia, sicchè il fondo restava a 5 cm. di distanza da quello della bottiglia. L'estremità inferiore del cilindro aveva forma di mezza sfera. Il diametro interno del cilindro era di 12 mm. Un filo di rame saldato all'orlo superiore del cilindro stesso, serviva a porlo in comunicazione con uno dei poli di un rocchetto. Il cilindro faceva nelle esperienze l'ufficio di elettrodo e di calorimetro: conteneva 8 gr. d'acqua e un termometro diviso in quinti di grado vi stava immerso. Un piccolo agitatore metallico con manico isolante serviva a mantenere uniforme la temperatura. Attraverso uno dei fori laterali della bottiglia di Woulf faceva passare un conduttore di ottone, che alla sua estremità inferiore, opportunamente incurvata, portava una palla pure di ottone di $10^{mm},1$ di diametro. Il conduttore, era fermato con un tappo a quel foro a tale altezza, che la pallina venisse a trovarsi proprio al di sotto dell'estremità inferiore del cilindro di ottone, e alla distanza di 3,5 mm. Il terzo foro della bottiglia serviva a porre l'interno di questa, in comunicazione colla macchina pneumatica. Da uno dei poli del rocchetto, un filo andava all'elettrodo d'ottone che faceva da calorimetro. Dall'altro polo, un filo andava ad un reometro con fili rivestiti di guttaperca ed un altro filo andava dal reometro al conduttore d'ottone massiccio, introdotto nella bottiglia di Woulf. Un intervallo di 2 mm. fra due palle isolate di 5 cm. di diametro, stabilite sul circuito, impediva il passaggio della corrente indotta inversa. Nelle sue esperienze l'A. ha notato un fatto non segnalato da altri, cioè che quando la forza elettromotrice della corrente induttrice ha raggiunto un certo limite sufficientemente elevato (4 elementi Bunsen) e la rarefazione del gas, in cui scocca la scintilla, è spinta abbastanza innanzi (8, o 4 cm.); prevale in modo stabile la corrente inversa. Ecco i resultati principali ottenuti dall'A. studiando il fenomeno con aria sempre più rarefatta fino a 9 mm. circa:

1.° Che i riscaldamenti prodotti nell'uno e nell'altro elettrodo da una data corrente, vanno continuamente diminuendo.

2.° Che il rapporto fra il riscaldamento dell'elettrodo ne-

gativo e quello dell'elettrodo positivo va successivamente aumentando, talchè dal valore 3, che nelle esperienze dell'A. aveva alla pressione ordinaria giunse a 4 per 11 mm. di pressione.

3.° Che quando nel circuito vi sia un solo intervallo occupato da aria rarefatta, e sia abbastanza grande la forza elettromotrice della corrente induttrice, prevale stabilmente la corrente indotta inversa a paragone della diretta.

L'A. ha anche studiato l'influenza, sul fenomeno in questione, di un condensatore. La disposizione adottata a questo scopo era la seguente. Un filo partiva da uno dei poli del rocchetto e precisamente da quello d'onde usciva la corrente diretta e metteva ad una palla metallica isolata. A 10 mm. di distanza da questa, stava un'altra palla metallica isolata congiunta con un filo ad una delle armature d'un condensatore. La stessa armatura era congiunta con uno degli elettrodi, di cui io studiava il riscaldamento. L'altra armatura era congiunta col secondo elettrodo attraverso il solito reometro, e mediante un altro filo, col polo negativo. Gli elettrodi in queste esperienze erano formati da due sfere cave di rame del diametro di 5 cm. Ciascuna sfera conteneva 50 cm.^{3} di petrolio, e v'era immerso un termometro e un piccolo agitatore. I condensatori erano delle bottiglie di Leida. Sperimentando nell'aria, sotto la pressione atmosferica, l'A. trovò:

1.° Che il rapporto fra il riscaldamento dell'elettrodo negativo e quello dell'elettrodo positivo va continuamente diminuendo al crescere della capacità del condensatore, sicchè per un certo valore della capacità riducesi eguale ad uno.

2.° Che d'allora in poi un aumento ulteriore della capacità non altera più quel rapporto.

3.° Che fino ad un certo valore della capacità del condensatore, l'effetto di questo consiste solamente in una diversa repartizione nel calore impiegato a riscaldare gli elettrodi.

4.° Che oltrepassato quel limite, questo calore va crescendo, raggiunge un massimo e poi diminuisce.

Infine l'A. ha esaminato l'effetto termico totale prodotto dalla scintilla d'induzione facendola scoccare entro un globo di vetro a pareti sottili, nel cui interno erano introdotti due fili di

rame del diametro di 3 mm. e che era tenuto immerso in un calorimetro. E l'esperienze gl'indicarono.

1.° Che la media differenza di potenziale fra gli elettrodi va decrescendo al crescere della quantità di elettricità che si scarica in un minuto.

2.° Che un condensatore inserito nel circuito riduce tanto minore la media differenza di potenziale fra gli elettrodi quanto maggiore è la sua capacità.

3.° Che la media differenza di potenziale (1), dedotta dal riscaldamento osservato in queste esperienze, è di gran lunga minore di quella trovata da Thomson, e da W. De La Rue e H. Miller nel caso in cui si osserva la differenza di potenziale al momento iniziale della scarica.

T. MARTINI. *Dei suoni prodotti dall' efflusso dei liquidi.* — Se si prende un tubo di vetro di una certa lunghezza con un diametro dai 2 ai 6 cm. chiuso all' estremità inferiore da una piastra di 2 o 3 mm. di spessore, nel cui centro sia praticato un foro cilindrico di un diametro eguale allo spessore della lamina, e si riempie d'acqua; appena si lascia effluire il liquido si ode un suono, il quale cangia d'altezza e d'intensità col variare della carica, e in certi punti raggiunge una intensità assai grande, paragonabile a quella che può ottenersi con una canna d'organo. Il fenomeno fu scoperto da Savart al quale resultarono le due leggi. 1.° Che i numeri delle vibrazioni corrispondenti ai diversi suoni sono proporzionali alle radici quadrate delle cariche. 2.° Che per una stessa carica sono in ragione inversa del diametro del foro. L'A. ha preso ad analizzare il fenomeno con più cura, e dalle sue esperienze ne resulta che le cause che concorrono alla produzione dei suoni sono due: cioè le variazioni della carica e quelle della lunghezza della colonna liquida contenuta nel tubo. In quanto a quest' ultima egli trova che « *le lunghezze delle colonne liquide corrispondenti ai diversi suoni, sono all' incirca, inversamente proporzionali ai numeri delle vibrazioni* ». Invece il diametro dell' orifizio non ha influenza sensibile sull' altezza del suono.

(1) In tutte le esperienze dell' A. gli effetti termici sono dedotti da un gran numero di scariche successive.

Da ciò l'A. ne deduce che il liquido contenuto nel tubo, si comporta come l'aria che vibra in una canna d'organo, dove l'altezza del suono dipende ad un tempo dalla lunghezza della canna e dalla forza colla quale viene spinto il vento. Perciò quando la carica diminuisce, il suono tendendo a divenire più grave per effetto del minor numero di pulsazioni della vena liquida, e nello stesso tempo tendendo a diventare più acuto perchè diminuisce la lunghezza della colonna liquida, ne segue che quando quelle due cause tenderanno a produrre un medesimo suono, questo riuscirà più puro e meglio intonato, che negli altri casi. Le pareti del tubo vibrano anche esse, anzi, sembra che siano appunto le pareti, che trasmettano le vibrazioni alla colonna liquida. Infatti fissando la piastra forata ad un pezzo di tubo di gomma ed innestando questo all'estremità inferiore del tubo, in modo che la piastra rimanga discosta almeno di due centimetri dalle pareti del tubo, non si sente più alcun suono.

Alcuni suoni che si ottengono coll'efflusso dei liquidi e in special modo quelli dovuti ad una carica abbastanza forte sono gli armonici del suono fondamentale che darebbe la colonna liquida messa in vibrazione. Prendendo liquidi diversi si ottengono suoni diversi a parità di carica. Anzi l'A. nell'ipotesi che anche per i liquidi diversi dall'acqua, il suono ottenuto sia un armonico di quello che darebbe la colonna liquida se vibrasse longitudinalmente, ha determinato la velocità del suono in diversi liquidi ed ha trovato dei resultati molto concordanti con quelli di Wertheim, per cui ne conclude che il fatto scoperto dal Savart può applicarsi con efficacia a misurare la velocità del suono nei liquidi, e da questa dedurre il loro grado di compressibilità.

P. CARDANI. *Sopra alcune figure ottenute per elettrolisi.* — Elettrolizzando una soluzione di nitrato d'argento, disposta in strato sottilissimo sopra una lastra coibente, per es. di vetro, con elettrodi formati da lamine di platino piane posto sul vetro; l'A. ottiene al polo negativo delle curiose diramazioni cristalline di forma dentritica, di argento purissimo, le quali nel loro assieme fino ad un certo punto ricordano la disposizione delle linee di efflusso, ed in pari tempo presentano una certa analogia di forma colle ramificazioni positive prodotte da scariche su coibenti. Altri liquidi come solfato di rame, nitrato di piombo ecc. dan-

no figure analoghe ma differenti dalla forma dentritica del nitrato d' argento.

A. RIGHI. *Sul cambiamento di lunghezza d' onda ottenuto colla rotazione d' un polarizzatore e sul fenomeno dei battimenti prodotto colle vibrazioni luminose.* — L' A. dimostra l' impossibilità pratica d' ottenere i battimenti luminosi, dai raggi di diversa lunghezza d' onda tolti da uno spettro, coll' osservare che prendendo due raggi da uno spettro lontani fra loro di $^{1}/_{514}$ della distanza delle righe del sodio, si avrebbero ancora mille milioni di battimenti al secondo. L' A. ha trovato diversi casi nei quali si possono ottenere delle variazioni di lunghezza d' onda in un raggio luminoso facendolo passare per sistemi giranti. Così per es.: facendo passare un raggio di luce per un nicol girante, il raggio emergente può riguardarsi come costituito da due raggi circolari inversi; il numero di vibrazioni di quello sul quale il movimento delle molecole d' etere si fa nel senso della rotazione è eguale al numero di vibrazioni primitivo, più il numero dei giri del nicol per secondo; mentre quello dell' altro raggio, è eguale al numero primitivo meno il numero dei giri del polarizzatore. Resultati analoghi si hanno nel caso di raggi polarizzati circolarmente, e di quarti d' onda giranti. Approfittando di questi resultati l' A. riesce ad ottenere i battimenti dei raggi luminosi coll' inserire convenientemente sul tragitto dei raggi che danno le frange d' interferenza cogli specchi di Fresnel, un nicol girante, e una lamina doppia di Bravais formata da due miche d' un quarto d' onda. Il fenomeno si manifesta con un moto traslatorio uniforme delle frange d' interferenza proiettate sopra un diaframma o esaminate con l' oculare.

G. GRASSI. *Sull' influenza dell' epoca nelle livellazioni barometriche.* (*Atti del R. Istit. d' Incoragg.* 1882). — L' A. dopo alcune considerazioni generali intorno l' influenza dell' epoca nelle livellazioni barometriche fatte per mezzo dei valori medii di molte osservazioni, si propone di studiare la medesima influenza quando il calcolo altimetrico si eseguisce coi dati di una sola coppia di osservazione, specialmente nel periodo Luglio-Agosto-Settembre che secondo l'A. è quello dove le perturbazioni sono meno sentite. Il Prof. Grassi fa precedere una critica delle diverse opinioni di altri autori; quindi espone i suoi calcoli alti-

metrici, che si riferiscono specialmente alle stazioni metereologiche di Milano e Stelvio, con un dislivello di circa 2367 m. e dall'insieme di questi ed altri calcoli conclude che:

1°. Non trova ragione alcuna di rigettare la regola che dice essere l'epoca più favorevole per la livellazione barometrica nel nostro clima, il periodo Luglio, Agosto, Settembre. 2°. L'errore prodotto dall'influenza dell'epoca, ossia dalle perturbazioni ordinarie dell'atmosfera, è così grande, che sorpassa d'assai quello proveniente dagli errori ordinari di lettura e dall'equazione personale, allorchè l'altezza da misurare è di 1000 o più metri. 3°. Quando il tempo è calmo, con pressioni alte, e tale si mantiene per alcuni giorni, anche le osservazioni isolate, nel periodo Luglio Settembre, possono dare buoni resultati ritenendo che nelle ore fredde del mattino si ottengono altezze inferiori al vero, che vanno crescendo successivamente, o diventano superiori al vero nelle ore calde prima e dopo mezzo giorno, e ritornano più piccole nelle ore fredde della sera.

G. POLONI. *Sul magnetismo permanente dell' acciaio, a diverse temperature.* (*R. Acc. dei Lincei* 1882). — È un pregievole lavoro esperimentale premiato dal Ministero della pubblica istruzione di cui è impossibile darne un sunto conciso, atteso la varietà delle particolarità del fenomeno, del quale, servendomi delle parole dell'A., mi limito a darne il fatto fondamentale. Scaldando per la prima volta una calamita ad una temperatura non mai da essa raggiunta perde del magnetismo che *in parte riacquista* tornando a temperatura ordinaria; portandola una seconda volta alla medesima temperatura perde ancora del magnetismo — meno però di prima — che pure in parte riacquista tornando a temperatura ordinaria, e così via; finchè dopo un certo numero di riscaldamenti si raggiunge lo stato normale per quella temperatura massima, nel quale tutto il magnetismo perduto nel riscaldamento viene riacquistato col raffreddamento, nel quale cioè — scomparse le perdite permanenti non rimangono che le perdite transitorie.

G. QUINCKE. *Sulla variazione di volume e d'indice di refrazione dei liquidi sotto la pressione idrostatica.* (*Ann. der Phy. und Chem.* 1883). — Per determinare la compressibilità dei diversi liquidi, questi vengono posti in un recipiente di vetro

munito di tubo capillare e posto sotto la campana della macchina pneumatica. Osservando le variazioni del volume di questi liquidi (tenuti sempre a temperatura costante), al variare della pressione l'A. ne deduce il coefficiente di compressibilità, e quindi anche la densità σ alle diverse pressioni.

Per determinare i cangiamenti dell'indice di refrazione, i liquidi chiusi in tubi di vetro o di metallo di 230 mm. di lunghezza vengono inseriti in un apparecchio di interferenza; e mercè una macchina pneumatica sottoposti a diverse pressioni. Lo spostamento delle frangie dà la variazione dell'indice. Ora si hanno tre formule proposte per esprimere la relazione fra la densità σ e l'indice n di un liquido, cioè quella di Dale e Gladstone, Landolt, ec. che esprime la costanza della *refrazione specifica*

$$\frac{n-1}{\sigma} = \text{cost.} \tag{1}$$

L'altra di Laplace che esprime la costanza del *potere refrangente specifico*

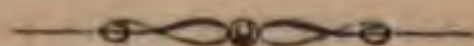
$$\frac{n^2-1}{\sigma} = \text{cost.} \tag{2}$$

Finalmente l'altra quella di Lorentz che dà la *costante di refrazione*

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{\sigma} = \text{cost.} \tag{3}$$

Calcolando, separatamente con queste formole, il coefficiente di compressibilità dei diversi liquidi cimentati, e confrontandolo coi resultati esperimentali, l'A. trova per tutti una coincidenza soddisfacente pei valori calcolati colla formula (1), mentre con quelli somministrati dalle altre formule le differenze sono così grandi che non possono spiegarsi come errori di osservazioni. Perciò l'A. ne conclude, che a temperatura costante e a variabile pressione idrostatica, per i liquidi cimentati come, etere, alcool, glicerina, olio di mandorle, acqua ec. la *refrazione specifica* $\frac{n-1}{\sigma}$ è costante.

BAZZI.



SULL'EQUIVALENZA DELLE DISTRIBUZIONI MAGNETICHE E GALVANICHE; NOTA DEL PROF. E. BELTRAMI.

In una recente Nota *Sulla funzione potenziale di conduttori di correnti galvaniche costanti* (*Atti del R. Istituto Veneto*, Serie V, T. VIII, 1882), il Prof. Ricci ha giustamente osservato che d'ordinario si ammette, in base al celebre teorema d'Ampère sull'identità d'azione di una corrente elementare e d'un elemento magnetico, che ad ogni distribuzione magnetica corrisponda una distribuzione di correnti costanti e chiuse, dotata di eguale azione esterna, senza che si dia una regolare dimostrazione di quest'importante proposizione. E neppure si suol discutere il problema inverso, quello, cioè, di rappresentare una data distribuzione galvanica per mezzo d'una distribuzione magnetica dotata d'eguale azione esterna.

Per verità le formule più essenziali per la risoluzione del problema *diretto* (ricerca d'una distribuzione galvanica equivalente ad una magnetica data) si trovano già nel capitolo intitolato *On Electromagnets* del *Reprint* di W. Thomson, capitolo che fu redatto fino dal 1859, ma che vide la luce soltanto nel 1872. Formole più generali, applicabili alla stessa questione, trovansi nell'elegante lavoro di Lipschitz: *Beitrag zur Theorie der partiellen Differentialgleichungen* (Giornale di *Borchardt*, t. 69, 1868). Anche circa il problema *inverso* (ricerca di una distribuzione magnetica equivalente ad una galvanica data) si trovano molte indicazioni importanti, benchè alquanto sommarie ed indirette, nel capitolo intitolato *Inverse Problems* (in data del 1871) ed in altri passi del citato *Reprint*. Ma è certamente da desiderarsi una più diretta e completa trattazione dei due problemi in discorso.

Volendo tentare, in ciò che segue, di colmare questa lacuna, osservo innanzi tutto che, trattandosi di equivalenza *in azione esterna*, bisogna introdurre qualche restrizione atta a rimovere l'evidente indeterminazione del problema. A me pare che, quando si allude al teorema d'Ampère, si intenda tacitamente che le

due distribuzioni (magnetica e galvanica) debbano occupare lo stesso spazio e che in ciascun punto di questo (o della sua superficie) le intensità specifiche della distribuzione galvanica debbano dipendere unicamente dai momenti magnetici *locali* della distribuzione magnetica. Infatti se si decompone mentalmente il corpo magnetico in parti, l'insieme di tutte le distribuzioni galvaniche equivalenti, secondo il concetto Ampèriano, a ciascuna d'esse, dev'essere identico alla distribuzione galvanica totale equivalente, giusta il medesimo concetto, all'intero magnete.

È in questo senso che mi propongo di trattare l'argomento, pigliando le mosse da una ben nota proposizione d'analisi, opportunamente modificata nella sua espressione simbolica

La proposizione cui alludo è quella della quale ho già fatto uso nella mia Nota precedente (*Sulla teoria degli strati magnetici*), e che si traduce nell'eguaglianza

$$\text{(1)} \quad \begin{aligned} &\int\left\{\left(\frac{d\gamma}{db}-\frac{d\beta}{dc}\right)\frac{da}{dn}+\left(\frac{d\alpha}{dc}-\frac{d\gamma}{da}\right)\frac{db}{dn}+\left(\frac{d\beta}{da}-\frac{d\alpha}{db}\right)\frac{dc}{dn}\right\} d\sigma \\ &=\int\left(\alpha\frac{da}{ds}+\beta\frac{db}{ds}+\gamma\frac{dc}{ds}\right) ds\,, \end{aligned}$$

dove α, β, γ sono tre funzioni delle coordinate rettangole a, b, c e dove il primo integrale si estende ad un pezzo di superficie σ (che supporrò semplicemente connesso, per evitare certe distinzioni, non necessarie allo scopo attuale), il secondo al contorno di questo, s. Le tre funzioni α, β, γ devono essere monodrome, continue, finite e dotate di derivate prime nell'intorno della superficie σ e del suo contorno; e questo contorno deve intendersi percorso in modo che facendo coincidere la direzione delle x positive con quella di s e la direzione delle z positive con quella di n (normale alla superficie), la direzione delle y positive coincida con quella della retta, che diremo ν, normale al contorno s nel punto considerato, tangente alla superficie e diretta verso l'interno del pezzo σ.

La modificazione che bisogna introdurre è la seguente. Essendo le tre direzioni testè mentovate (s, ν, n) disposte come quelle della terna positiva (x, y, z), ha luogo la notissima proprietà che nel determinante

$$1 \qquad \cdot \qquad \begin{vmatrix} \frac{da}{ds} & \frac{db}{ds} & \frac{dc}{ds} \\ \frac{da}{d\nu} & \frac{db}{d\nu} & \frac{dc}{d\nu} \\ \frac{da}{dn} & \frac{db}{dn} & \frac{dc}{dn} \end{vmatrix}$$

ogni elemento è egnale al proprio determinante complementare. In virtù di questa proprietà, eliminando dall'eguaglianza (1) le derivate relative ad s e ponendo

$$(2) \quad \begin{cases} u = \frac{d\beta}{dc} - \frac{d\gamma}{db}, \quad v = \frac{d\gamma}{da} - \frac{d\alpha}{dc}, \quad w = \frac{d\alpha}{db} - \frac{d\beta}{da}; \\ \mathbf{u} = \beta\frac{dc}{dn} - \gamma\frac{db}{dn}, \quad \mathbf{v} = \gamma\frac{da}{dn} - \alpha\frac{dc}{dn}, \quad \mathbf{w} = \alpha\frac{db}{dn} - \beta\frac{da}{dn}, \end{cases}$$

la suddetta eguaglianza assume la forma

$$(2)_a \quad \int\left(u\frac{da}{dn} + v\frac{db}{dn} + w\frac{dc}{dn}\right)d\sigma = \int\left(\mathbf{u}\frac{da}{d\nu} + \mathbf{v}\frac{db}{d\nu} + \mathbf{w}\frac{dc}{d\nu}\right)ds.$$

È sotto questa forma che essa serve molto opportunamente allo scopo attuale.

Sia infatti

$$(3) \qquad M = \int\left(\frac{d\frac{1}{r}}{da}\alpha + \frac{d\frac{1}{r}}{db}\beta + \frac{d\frac{1}{r}}{dc}\gamma\right)dS$$

la funzione potenziale sul punto (x, y, z) di una distribuzione magnetica qualunque, occupante uno spazio S, di cui dS è un elemento di volume circostante al punto (a, b, c), nel quale le componenti del momento magnetico (riferite all'unità di volume) sono α, β, γ. Si è posto al solito

$$r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}.$$

È noto che ponendo

$$(3)_a \quad \begin{cases} U = \int \left(\frac{d\frac{1}{r}}{db}\gamma - \frac{d\frac{1}{r}}{dc}\beta \right) dS, \\ V = \int \left(\frac{d\frac{1}{r}}{dc}\alpha - \frac{d\frac{1}{r}}{da}\gamma \right) dS, \\ W = \int \left(\frac{d\frac{1}{r}}{da}\beta - \frac{d\frac{1}{r}}{db}\alpha \right) dS. \end{cases}$$

si hanno le identità

$$(3)_b \quad \begin{cases} \frac{dV}{dz} - \frac{dW}{dy} = 4\pi\alpha - \frac{dM}{dx}, \\ \frac{dW}{dx} - \frac{dU}{dz} = 4\pi\beta - \frac{dM}{dy}, \\ \frac{dU}{dy} - \frac{dV}{dx} = 4\pi\gamma - \frac{dM}{dz}, \end{cases}$$

nelle quali le α, β, γ si riferiscono al punto (x, y, z) e sono quindi nulle se questo punto è esterno allo spazio S. Ora applicando la trasformazione di Poisson alle tre funzioni U, V, W si trova (2)

$$(4) \quad U = \int \frac{u dS}{r} + \int \frac{\mathrm{u} d\sigma}{r}, \quad V = \int \frac{v dS}{r} + \int \frac{\mathrm{v} d\sigma}{r}, \quad W = \int \frac{w dS}{r} + \int \frac{\mathrm{w} d\sigma}{r}$$

e queste espressioni costituiscono, in virtù delle formole fondamentali dell'elettromagnetismo, ciò che Lipschitz molto opportunamente denomina il *sistema potenziale* d'una distribuzione galvanica mista (di spazio e di superficie), la quale, come ora si vedrà, è formata di correnti *costanti* e *chiuse*.

Questa distribuzione si compone infatti di due, l'una di spazio l'altra di superficie, coi caratteri seguenti:

1° Per le correnti che esistono nello spazio S. le componenti dell'intensità specifica sono le quantità u, v, w date dalla prima terna di equazioni (2). Da questa terna risulta che in ogni punto di S, si ha

$$(5) \quad \frac{du}{da} + \frac{dv}{db} + \frac{dw}{dc} = 0.$$

equazione la quale stabilisce, come è noto, che le dette correnti sono *costanti*, cioè che ogni fascio infinitaments piccolo di linee di corrente costituisce un filetto nel quale il prodotto dell'intensità specifica per la sezione (cioè l'intensità vera) è costante. Questi filetti, se non rientrano in se stessi nello spazio S, sono interrotti dalla superficie σ di questo spazio. In quest'ultimo caso l'integrale

$$(5)_a \qquad \int\left(u\frac{da}{dn}+v\frac{db}{dn}+w\frac{dc}{dn}\right)d\sigma$$

esteso ad un pezzo qualunque σ_1, della detta superficie, di cui n designa la normale interna, rappresenta la somma algebrica delle intensità vere di tutte le correnti interrotte da σ_1, contando come positive le intensità delle correnti che entrano in S e come negative quelle delle correnti che ne escono.

2°. Per le correnti che esistono sulla superficie σ, le componenti dell'intensità specifica sono le quantità $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ date dalla seconda terna di equazioni (2). Da questa terna risulta infatti che in ogni punto di σ si ha

$$(6) \qquad \mathbf{u}\frac{da}{dn}+\mathbf{v}\frac{db}{dn}+\mathbf{w}\frac{dc}{dn}=0,$$

equazione la quale stabilisce che le dette componenti si riferiscono effettivamente a correnti superficiali. I filetti costituiti da fasci infinitamente piccoli di linee di corrente superficiali *non* hanno, in generale, intensità costante come i filetti interni. Infatti se si considera di nuovo un pezzo σ_1 di superficie, limitato da una linea chiusa s, e se si forma l'integrale

$$(6)_a \qquad \int\left(\mathbf{u}\frac{da}{d\nu}+\mathbf{v}\frac{db}{d\nu}+\mathbf{w}\frac{dc}{d\nu}\right)ds$$

esteso a tutto questo contorno (di cui ν designa la normale interna), questo integrale, il quale rappresenta la somma algebrica delle intensità vere di tutte le correnti che attraversano il detto contorno (contando come positive le intensità delle correnti che entrano in σ_1 e come negative quelle delle correnti che ne escono), non è, in generale, eguale a zero, poichè, come s'è veduto, esso equivale a

$$-\int\left(\alpha\frac{da}{ds}+\beta\frac{db}{ds}+\gamma\frac{dc}{ds}\right)ds$$

e le quantità α, β, γ hanno valori *arbitrarj* sulla superficie, come nello spazio interno.

Ma se si suppone che il pezzo σ_1 di superficie cui si riferisce l'integrale $(5)_a$ sia semplicemente connesso e sia inoltre quello stesso al cui contorno si riferisce l'integrale $(6)_a$, si scorge $(2)_a$ che le correnti superficiali che entrano in σ_1, attraverso alla linea s, hanno, nel loro insieme, la stessa intensità di quelle che devono entrare in S, attraverso l'area σ_1, per compensare l'interruzione delle correnti interne alla superficie. Ciò valendo per ogni pezzo della superficie σ, e quindi anche per ogni elemento di questa superficie, è chiaro che le correnti interne e le correnti superficiali formano, nel loro complesso, un unico sistema di correnti *costanti* e *chiuse*, ossia che ogni filetto interno, interrotto come tale dalla superficie, trova la sua continuazione in un filetto superficiale. Un fascio infinitesimale di linee di corrente superficiali non ha, in generale, intensità costante appunto perchè esso consta, in ciascun suo tronco, di più filetti d'intensità costante, alcuni dei quali hanno origine, o fine, in un punto del tronco stesso.

Stabilito così che le correnti miste di cui le funzioni (4) rappresentano il sistema potenziale sono tutte costanti e chiuse, segue dalla nota teoria che le componenti X, Y, Z della forza elettromagnetica unitaria esercitata nel punto (x, y, z) dal complesso di tutte queste correnti sono date dalle espressioni

$$(7)\qquad X=\frac{dV}{dz}-\frac{dW}{dy},\quad Y=\frac{dW}{dx}-\frac{dU}{dz},\quad Z=\frac{dU}{dy}-\frac{dV}{dx},$$

le quali sussistono in tutti i punti dello spazio ad eccezione di quelli della superficie σ, nei quali le derivate di U, V, W sono discontinue. Ora in tutto lo spazio esterno ad S queste espressioni equivalgono $(3)_b$ alle

$$(7)_a\qquad X=-\frac{dM}{dx},\quad Y=-\frac{dM}{dy},\quad Z=-\frac{dM}{dz},$$

cioè a quelle delle omologhe componenti della forza esercitata, nello stesso punto (x, y, z), dal magnete di funzione potenziale

M (3). È dunque dimostrato che le formole (2) definiscono una distribuzione galvanica mista (u, v, w; u. v. w) equivalente, in azione esterna, alla distribuzione magnetica qualunque (α, β, γ) e soddisfacente alla prescritta condizione d'essere determinata, in ciascun punto di S e di α, dagli elementi magnetici relativi a questo solo punto.

Che tale distribuzione galvanica sia l'unica soddisfacente alle condizioni volute risulta da ciò che essa riproduce il teorema fondamentale di Ampère, quando il corpo magnetico si riduce ad un *elemento*, nel quale i momenti α, β, γ sieno costanti, giacchè si ha allora

$$u = v = w = 0\,, \qquad \alpha \mathrm{u} + \beta \mathrm{v} + \gamma \mathrm{w} = 0\,.$$

Quest'ultima equazione, la quale sussiste in ogni punto della superficie d'un corpo magnetico qualunque, si traduce nel teorema seguente. Le linee di corrente, sulla superficie, sono le trajettorie ortogonali degli assi magnetici.

Passo ora al problema inverso, all'ipotesi, cioè, che sia data una distribuzione galvanica mista (u, v, w; u, v, w), la quale soddisfaccia alle condizioni

$$(8)\qquad \begin{gathered} \frac{du}{da} + \frac{dv}{db} + \frac{dw}{dc} = 0\,, \quad \mathrm{u}\frac{da}{dn} + \mathrm{v}\frac{db}{dn} + \mathrm{w}\frac{dc}{dn} = 0\,, \\ \int\left(u\frac{da}{dn} + v\frac{db}{dn} + w\frac{dc}{dn}\right) d\sigma = \int\left(\mathrm{u}\frac{da}{d\nu} + \mathrm{v}\frac{db}{d\nu} + \mathrm{w}\frac{dc}{d\nu}\right) ds \end{gathered}$$

e precisamente alla prima in ogni punto di uno spazio S, alla seconda in ogni punto della superficie σ, limite di questo spazio, alla terza rispetto ad ogni pezzo semplicemente connesso di questa superficie ed al corrispondente contorno. Queste condizioni sono necessarie e sufficienti, per ciò che si è veduto, a definire un sistema misto di correnti costanti e chiuse. Si tratta di determinare, se è possibile, una distribuzione magnetica equivalente in azione esterna a questa distribuzione galvanica; si tratta, cioè, tenendo fermo il già convenuto senso di tale equivalenza, di trovare, se è possibile, tre funzioni α, β, γ monodrome, continue e finite in S, le quali rendano soddisfatte le sei equazioni (2).

Giova osservare innanzi tutto che queste sei equazioni possono ridursi alle quattro seguenti

$$(8)_a \quad \begin{gathered} u=\frac{d\beta}{dc}-\frac{d\gamma}{db}, \quad v=\frac{d\gamma}{da}-\frac{d\alpha}{dc}, \quad w=\frac{d\alpha}{db}-\frac{d\beta}{da}, \\ \mathrm{u}\frac{da}{d\nu}+\mathrm{v}\frac{db}{d\nu}+\mathrm{w}\frac{dc}{d\nu}+\alpha\frac{da}{ds}+\beta\frac{db}{ds}+\gamma\frac{dc}{ds}=0, \end{gathered}$$

delle quali le prime tre devono sussistere in ogni punto dello spazio S e la quarta in ogni punto della superficie σ e per ogni coppia di direzioni ortogonali s, ν disposte in modo da formare con n una terna positiva (s, ν, n). Questa quarta equazione tien luogo delle tre ultime equazioni (2), perchè eliminandone $(1)_a$ le derivate relative ad s si ottiene da essa un'altra equazione la quale, dovendo sussistere per *tutte* le direzioni ν normali ad n, si decompone di nuovo necessariamente, tenuto conto della seconda condizione (8), nelle suddette tre equazioni.

È bene considerare dapprima un caso particolarissimo, quello, cioè, in cui si abbia

$$u=v=w=0\,, \quad \text{in S}$$
$$\mathrm{u}=\mathrm{v}=\mathrm{w}=0\,, \quad \text{in } \sigma.$$

In questo caso le equazioni $(8)_a$ danno

$$\alpha=\frac{d\phi}{da}, \quad \beta=\frac{d\phi}{db}, \quad \gamma=\frac{d\phi}{dc}, \quad \text{in S}$$
$$d\phi=0, \quad \text{in } \sigma$$

e queste formole definiscono una distribuzione lamellare *chiusa*, cioè una distribuzione lamellare in cui le superficie terminali del magnete sono pur esse superficie lamellari. La funzione ϕ che individua tale distribuzione è vincolata soltanto alle condizioni di avere le derivate prime monodrome, continue e finite in tutto lo spazio S e di assumere valori costanti sulle superficie terminali di questo spazio. Si sa effettivamente che ogni distribuzione lamellare chiusa è priva di azione sui punti dello spazio non occupato da essa.

(*Continua*)

SOPRA UNA MODIFICAZIONE DELLA SPIRALE MAGNETIZZANTE DEGLI ELETTROMAGNETI; PEL DOTT. GIUSEPPE VICENTINI.

Il fenomeno della magnetizzazione temporaria è tanto complesso che è difficile stabilire per esso leggi rigorose e affatto generali.

La diversa costituzione sia chimica che fisica del ferro, l'intensità della forza magnetizzante alla quale esso viene sottoposto, la sua maggiore o minore massa è, conseguentemente, la saturazione magnetica più o meno completa, sono tante cause che combinate fra loro in modo diverso, determinano divergenze notevolissime dalle leggi stabilite dai fisici che si sono occupati dell'argomento. Nella pratica non importa tener conto però delle piccole variazioni del fenomeno, ed in base alle leggi di Lenz e Jacobi, di Dub e di Müller, ed alla legge di Ohm sulla intensità delle correnti, si arriva facilmente a dedurre col calcolo le norme che devono guidare alla scelta di un'elettrocalamita da impiegarsi in un determinato circuito, come pure le regole da seguirsi nella sua costruzione.

Qualora si consideri il modo col quale ordinariamente viene costruita l'elica magnetizzante di una elettrocalamita, appare evidente come esso non sia il più opportuno, dappoichè lo spazio occupato dalla spirale non viene utilizzato nella miglior maniera; impiegando filo metallico a sezione circolare, fra le singole spire rimangono degli spazietti, non occupati da filo, per modo che una porzione del volume totale dell'elica è sprecata inutilmente. Se per concretare la cosa indichiamo con d il diametro del filo metallico ricoperto dal suo strato isolante e con l la sua lunghezza, mentre il volume totale dell'elica è dato da

$$V = l \cdot d^2$$

quello del filo collo strato isolante è solo

$$V' = 0,785 \cdot V$$

vale a dire più di due decimi del volume vanno perduti inutilmente.

In base a tale considerazione ed al fatto che a parità di altre condizioni, la forma del filo costituente le spire non altera punto l'intensità della forza magnetizzante, sono stato condotto a tentare una modificazione dell'elica degli elettromagneti, che porta il vantaggio non lieve di evitare la perdita di spazio alla quale ho accennato.

La modificazione che propongo, quale fu da me adottata nella costruzione di parecchie elettrocalamite di differenti dimensioni, consiste nel sostituire al filo metallico rivestito da involucro isolante un nastro metallico sottilissimo di altezza eguale a quella delle branche dell'elettromagnete, accoppiato ad un sottilissimo nastro di carta di seta, oppure un nastro metallico spalmato da una parte con esile strato di vernice isolatrice.

Incomincierò ora per questo caso particolare la determinazione delle condizioni di massimo che devono essere verificate in base ai singoli elementi dell'elettromagnete, che come è ben naturale per questa semplice variazione del filo dell'elica, devono rimanere identiche a quelle che valgono per gli ordinari elettromagneti ed istituirò in seguito il confronto degli effetti che si possono ottenere in qualche caso particolare colla solita disposizione degli elettromagneti e con la forma modificata secondo la mia proposta.

Supponiamo di considerare il caso ordinario di un elettromagnete a ferro di cavallo e chiamiamo

d il diametro del nucleo magnetico;
h la lunghezza d'ognuna delle sue branche, e quindi l'altezza del nastro metallico che deve costituire la spirale magnetizzante;
s lo spessore complessivo delle spire dell'elica magnetizzante;
g la grossezza del nastro metallico compreso lo strato isolante;
γ la grossezza dello strato isolante;
l la lunghezza totale del nastro;
n il numero delle spire dell'elica.

Il numero delle spire avvolte attorno alle due braccia del nucleo dell'elettromagnete, sarà rappresentato da

$$n = \frac{2s}{g}$$

e considerato che la lunghezza media di tali spire è data da $\pi(d+s)$, avremo che la lunghezza totale del nastro sarà espressa da

$$l = \frac{2\pi(d+s)s}{g}.$$

Chiamiamo ancora

E la forza elettromotrice della pila che deve animare l'elettromagnete;
R la resistenza del circuito sul quale esso deve essere inserito (la resistenza della pila compresa);
r la resistenza totale dell'elica magnetizzante;
I la intensità della corrente.

Per la legge di Lenz e Jacobi, la quale stabilisce che il momento magnetico temporario del nucleo d'un elettromagnete è direttamente proporzionale alla intensità della corrente ed al numero delle spire dell'elica magnetizzante, avremo

$$M = c . I n$$

M rappresentando il momento magnetico del nucleo e c essendo una costante, o per la legge di Ohm

$$M = \frac{c . n E}{R + r}.$$

Volendo sottoporre al calcolo questa espressione, sarà necessario sostituire ad n ed r i loro valori, e siccome R sarà espresso in generale in unità di resistenza d'una determinata specie, così bisognerà moltiplicare r per un determinato coefficiente di riduzione ρ, affinchè risulti espresso secondo le stesse unità.

Dovrà dunque porsi nella antecedente espressione

$$r = \frac{2\pi s(d+s)\rho}{g(g-\gamma)h}$$

dove $(g-\gamma)h = a$ rappresenta l'area della sezione del nastro metallico.

Ciò posto proponiamoci la seguente questione: sieno date le dimensioni del rocchetto che costituirà l'elettromagnete, la resistenza esterna R, la forza elettromotrice E della pila, e si vo-

glia determinare la grossezza più opportuna del nastro metallico, per ottenere la massima forza magnetizzante e quindi il massimo momento magnetico. Variando la sola grossezza del nastro metallico, riterremo come variabile la quantità g. Il volume della intera spirale sarà dato da

$$V = g h l$$

ed il momento magnetico da

$$M = \frac{c s E}{R g + \frac{l \rho g}{(g - \gamma) h}}.$$

V dovendo rimanere costante, dovrà essere

$$\frac{dl}{dg} = -\frac{l}{g}$$

ed M dovendo essere un massimo,

$$\frac{r}{R} = \frac{g - \gamma}{g}$$

cioè *per ottenere il massimo momento magnetico si deve dare al nastro metallico tal grossezza che la resistenza dell'elica con esso costruita stia alla resistenza esterna come la grossezza del nastro metallico nudo sta alla grossezza del nastro e del suo strato isolante assieme.*

Supposti dati e quindi costanti tutti gli altri elementi di un elettromagnete, prendiamo come arbitrario s, lo spessore dell'elica magnetizzante e cerchiamo fino a qual punto si possa accrescere, vale a dire fino a qual limite si possa avvolgere vantaggiosamente il nastro metallico attorno al nucleo, ovvero sia aumentare la lunghezza l senza che la maggiore resistenza che con essa si introduce, giunga ad indebolire l'azione della corrente. Eguagliando perciò a zero la derivata di

$$M = \frac{c E s a}{R g a + 2 \pi (d + s) s \rho}$$

presa rapporto ad s si ottiene facilmente

$$(a) \qquad \frac{r}{R} = \frac{d + s}{s}$$

cioè *il numero delle spire dell' elica può essere aumentato fintantochè la sua resistenza sta alla resistenza esterna, come il diametro del nucleo accresciuto dello spessore della spirale sta allo spessore della sola spirale.*

Occupiamoci ora delle dimensioni del nucleo magnetico ed in primo luogo vediamo fino a qual limite si possa crescere con utilità il suo diametro. Dalla legge di Müller risulta che il momento magnetico di un elettromagnete è proporzionale alla radice quadrata del diametro del suo nucleo. quindi

$$M = \frac{c \, . \, d^{\frac{1}{2}} E}{\alpha \dfrac{2\pi(d+s)s\rho}{g\,a}}$$

dove α è una tal quantità che il denominatore αr rappresenta la resistenza totale del circuito esterno e dell' elettromagnete, qualora si verifichino le condizioni di massimo secondo la legge or ora trovata. Derivando tale espressione rispetto a d come variabile ed uguagliandola a zero, si ottiene

$$d = s$$

cioè *un' elettrocalamita si trova nelle condizioni più favorevoli rispetto alle sue dimensioni, quando il diametro del suo nucleo eguaglia lo spessore della spirale magnetizzante.*

In base a questa deduzione la (a) si cambia nella

$$r = 2R$$

cioè *il migliore effetto si ottiene quando la resistenza della spirale magnetizzante è doppia di quella del circuito esterno.*

Per la stessa conclusione le espressioni di n, l, r, diventano

$$n = \frac{2d}{g}, \qquad l = \frac{4\pi d^2}{g}, \qquad r = \frac{4\pi d^2 \rho}{ga}.$$

La condizione di massimo rispetto alla lunghezza si determina in base alla legge di Müller che stabilisce che le forze attrattive sono proporzionali alla radice quadrata della lunghezza. Per giungere però ad una deduzione facilmente interpretabile fa d' uopo esprimere la lunghezza del nucleo in funzione del suo diametro. Se allora si pone

$$h = \varepsilon d$$

dove ε è una costante da determinarsi,

$$(b) \qquad A = c I^2 d \sqrt{d}$$

dovendo rappresentare per la legge di Müller la forza attrattiva (la costante c contenendo anche il fattore $\sqrt{\varepsilon}$), eguagliando a zero la derivata rapporto a d della stessa espressione alla quale si può dare la forma

$$A = \frac{c E^2 d^{\frac{3}{2}}}{\left[R + \frac{4\pi d \rho}{\varepsilon g (g - \gamma)}\right]^2}$$

si trova tosto

$$\varepsilon = \frac{3 r_1}{R}$$

essendo

$$r_1 = \frac{2\pi \rho d}{g(g - \gamma)}$$

cioè rappresentando r_1 la resistenza dell'elica che coprirebbe un nucleo di lunghezza eguale al proprio diametro. Ma siccome $\frac{r}{R}$ dovrebbe essere eguale a 2, così sarà $\varepsilon = 6$ e quindi $h = 6d$, vale a dire *un elettromagnete si trova nelle migliori condizioni, quando la lunghezza d'ogni branca del suo nucleo è eguale a sei volte il suo diametro.*

Riassumendo dunque quanto finora è stato dedotto, considerando un elettromagnete in quelle condizioni per le quali siano soddisfatte le leggi di Lenz e Jacobi, si ottiene la massima magnetizzazione quando la lunghezza d'ogni branca equivale a sei volte il suo diametro, lo spessore dell'elica magnetizzante è eguale al diametro stesso del nucleo e la resistenza totale della spirale è doppia di quella del circuito esterno: condizioni queste che valgono anche per il caso degli elettromagneti ordinari, come facilmente si trova collo stesso calcolo (1).

(1) Vedasi Th. Du Moncel, *Détermination des éléments de constructions des électro-aimants*. Paris, 1882.

Per determinare le più opportune dimensioni di un elettromagnete data la forza elettromotrice della pila che deve animarlo e la resistenza del circuito esterno, occorre prendere in considerazione le leggi sulla saturazione magnetica delle verghe, e qualora si voglia anche stabilire a priori, sempre però in modo approssimato, la forza attrattiva che potrà dare, bisogna partire dallo studio di un elettromagnete tipo che soddisfi a tutte le condizioni anzi accennate, col mezzo del quale si possa determinare la costante c della formula (b).

Ciò esposto, consideriamo il caso particolare di un elettromagnete costruito secondo il metodo ordinario, alle cui spirali magnetizzanti si possano però facilmente sostituire altre due costituite da un nastro metallico di rame e vediamo quale vantaggio si ottenga nella forza attrattiva colla seconda disposizione.

Th. Du Moncel (1) partendo dalla considerazione di un elettromagnete tipo, ha calcolato le migliori dimensioni da darsi ad un elettromagnete che deve agire sotto l'influenza di un solo elemento Bunsen, modello medio, e sopra un circuito non contenente che la resistenza della sua elica. Considerando la forza elettromotrice dell'elemento Bunsen 1.86 della Daniell e la sua resistenza interna 0,57 Ohm e determinando i vari elementi dell'elettromagnete col porre la resistenza totale dell'elica magnetizzante eguale a quella del circuito esterno 0,57, ha trovato:

diametro del nucleo $d = 42{,}4$ mm.;
diametro del filo metallico, compreso lo strato isolante $g = 4{,}865$ mm.;
diametro del filo nudo 3,36 mm.;
lunghezza totale del filo $l = 243$ m.;
numero totale delle spire $n = 903$;
forza attrattiva $A = 23{,}112\ k$.

Da questi dati si ricava facilmente che la sezione del filo nudo deve essere $a = 8{.}8615$ mm.^{2} e la resistenza specifica del rame del quale si suppone costituito il filo $\rho = 0{,}02079$.

Supponiamo ora che attorno al nucleo dell'elettromagnete del quale sono date qui sopra le dimensioni, siano avvolte due

(1) Opera citata, p. 37.

spirali di nastro di sottil foglia di rame, anzichè di filo, e come strato isolante serva un secondo nastro di carta di seta.

Bisognerà anzitutto calcolare in base alle formule esposte antecedentemente la grossezza del nastro e la sua lunghezza, in modo che rendendolo tale da soddisfare alle condizioni da quelle stabilite, la sua resistenza totale sia di 0,57 Ohm. Partendo dunque dalla condizione posta dal Du Moncel, che la resistenza delle due spirali deve eguagliare quella del circuito esterno, la formula che servirà al nostro caso sarà la

$$r = 0.57$$

ovvero sia

$$\frac{4\pi d^2 \rho}{g'(g'-\gamma)h} = 0{,}57$$

nella quale g' rappresenta la incognita grossezza del nastro, e sostituendo in essa ad h il suo valore $6d$ si ha

$$\frac{2}{3} \frac{\pi d \rho}{g'(g'-\gamma)} = 0{,}57 .$$

Risolvendo questa equazione di secondo grado in g' si ottiene la cercata grossezza. Il γ come è bene evidente è sempre quantità nota; e sostituendo ad esso per questo caso particolare il valore mm. 0,038 quale ottenni dalla misura del nastro di carta di seta da me impiegato nella costruzione di vari elettromagneti e a π, d, ρ i loro valori, si ha facilmente

$$g' = \text{mm. } 0{,}079$$

o più approssimativamente

$$g' = \text{mm. } 0{,}08 .$$

Ricorrendo allora alla formula

$$n' = \frac{2d}{g'}$$

che ci dà il numero totale delle spire, si ha

$$n' = 1060$$

e dalla

$$l' = \frac{4\pi d'}{g'}$$

$$l' = \text{m. } 278{,}25\,.$$

Rammentando ora che la forza attrattiva A = 23,112 k. venne calcolata in base alla formula

$$A = C.\, n d^{\frac{3}{2}}$$

potremo stabilire la proporzione

$$\frac{A}{A'} = \frac{n}{n'}$$

dalla quale si ricava tosto

$$A' = 31{,}895 \text{ k.}$$

Dunque lo stesso nucleo, nel caso in cui è avvolto dalle spirali costituite da nastro in luogo che da filo di rame, mostrerà una forza portativa assai più grande, e più precisamente una forza portativa che starà alla prima come 1,38 a 1.

Con alcune esperienze fatte da qualche tempo cercai di costruire degli elettromagneti posti nelle identiche condizioni di altri fabbricati col solito metodo, e come era ben naturale, ottenni sempre risultati concordanti. Nelle mie prove ho impiegati successivamente nastri di stagnola e nastri di tombacco (1), servendomi per isolatore di un nastro di carta di seta esilissima, quale è quella ordinariamente impiegata nella manifattura di fiori artificiali. Elettromagneti fatti con foglia di stagnuola verniciata, mi diedero risultati eguali a quelli di elettro-magneti identici fatti con lamina di stagnuola e nastro di carta; nel caso che impiegava stagnuola verniciata occorreva avere l'avvertenza di coprire di paraffina gli orli del nastro: colla carta invece i contatti laterali fra spira e spira si evitano tenendo il nastro di carta alquanto più alto del nastro metallico.

(1) Il tombacco, detto volgarmente orpello, è una lega che può avere le seguenti composizioni: tombacco giallo; Cu 88,88, Zn 5,56, Sn 5,56 — tombacco dell'Oker: ottone formato da 85 parti di Cu e 15 di Zn — La foglia di tombacco da me adoperata sottoposta all'analisi chimica non mostrò contenere traccia di stagno.

Tutto dunque porta a concludere che la disposizione da me proposta è assai vantaggiosa per gli elettromagneti di mediocri e grandi dimensioni, specialmente se verranno costruiti con nastro di rame verniciato su una delle due superficie. Un elettromagnete avente un nucleo di quasi 3 centimetri di diametro e munito di una spirale di nastro di tombacco della complessiva lunghezza di 126 metri, eccitato da una corrente corrispondente a quella prodotta da 6 ad 8 elementi Bunsen diede una forza portativa di circa 80 chilogrammi. Tale elettromagnete era però ben lontano da soddisfare alle condizioni di massimo effetto. Costruito con lamina molto resistente quale è quella di tombacco era munito di sole 400 spire per ogni branca, e la grossezza del nastro metallico magnetizzante era solo di mm. 0,012, in modo che ogni metro di esso portava la resistenza media di U.S.0,069. Per la mancanza dei mezzi adatti non potè costruirsi con tutto quel rigore che sarebbe stato necessario, e di più è da notare che il nastro metallico non era continuo, ma risultava da lamine la massima lunghezza delle quali arrivava a m. 0,65. Lo spessore delle spirali era solo di 2 cm., mentre con vantaggio si avrebbe potuto eseguire l'avvolgimento sino a raggiungere la grossezza di 3 cm., aumentando quindi di 1/3 il numero delle spire di ogni elica, e di ben molto la forza attrattiva del sistema.

Era mio desiderio il confortare con altre prove sperimentali queste mie deduzioni teoriche, ma non mi trovai che sino a qualche tempo fa in condizione di farlo. Allora soltanto seppi però che già alla Esposizione di elettricità, fattasi a Parigi nell'ottobre 1881, il sig. Dion (*Lumière eléctrique*, novembre 1881) nella sezione americana aveva esposte delle elettrocalamite fatte sul modo da me ideato. Se nulla ostante credo conveniente rendere pubbliche queste brevi considerazioni, si è perchè non mi consta che la questione sia stata trattata anche col sussidio della matematica, come ho fatto con questo lavoro. Le prove sperimentali da me istituite incominciarono nel maggio 1881 presso il Laboratorio di Fisica della R. Università di Padova, e di esse presentava in seguito dettagliata descrizione nella mia tesi di laurea.

Elettrocalamite secondo la disposizione del Dion (*Lumière eléctrique*, dicembre 1881), che è analoga a quella da me ideata

furono poi costruite nelle officine dei signori Siemens da Sapey, e diedero risultati, come era da prevedere, assai vantaggiosi. Solo oso fare una osservazione. Nei due brevissimi cenni dati dal citato giornale, si dice che i vantaggi offerti dalla nuova disposizione di elettromagnete apparirono dal confronto di eliche di egual peso. Come risulta però anche dal calcolo, si deve intendere facilmente come il vantaggio sarà manifesto quando si confronteranno gli effetti di due eliche magnetizzanti di egual volume (una a spire piatte e l'altra della forma ordinaria) e non di egual peso. La nuova disposizione deve servire appunto a poter ammassare in eguale volume maggior quantità di metallo sotto forma di spirale, e quindi nel poter aumentare il numero dei giri dell'elica, conservando inalterata la resistenza voluta dalle condizioni di massimo per i singoli casi.

Torino, aprile 1883.



SULL'EQUIVALENZA DELLE DISTRIBUZIONI MAGNETICHE E GALVANICHE; NOTA DEL PROF. E. BELTRAMI. (1)

Segue da ciò che se esiste *una* distribuzione magnetica equivalente alla galvanica data, ne esistono necessariamente infinite altre, che si ottengono da quella sovrapponendo ad essa una distribuzione lamellare chiusa. Reciprocamente, *due* distribuzioni magnetiche, equivalenti ad una stessa distribuzione galvanica, non possono differire che per una distribuzione lamellare chiusa.

Prima di cercare se esista una distribuzione magnetica equivalente alla galvanica data (u, v, w; $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$), è necessario di stabilire alcune proposizioni.

(1) *Continuazione e fine.* Vedi pag. 89.

Si circoscriva sulla superficie σ una regione sempliceme connessa e se ne riferiscano i punti ad un sistema di coordin curvilinee p e q sotto la sola condizione che le linee coordin formino in quella regione un reticolo *ordinario*, cioè un reti suscettibile d'essere trasformato con continuità in un reti cartesiano. Supposto che per tali coordinate il quadrato dell' mento lineare generico prenda la forma

$$ds^2 = E\,dp^2 + 2\,F\,dp\,dq + G\,dq^2$$

e designando con $\omega_p \sqrt{E}$, $\omega_q \sqrt{G}$ le componenti dell'intensità cifica superficiale secondo le linee coordinate, nei sensi in crescono i parametri p e q rispettivamente, si ha

$$(9)\qquad \begin{cases} u = \omega_p \dfrac{da}{dp} + \omega_q \dfrac{da}{dq}, \\ v = \omega_p \dfrac{db}{dp} + \omega_q \dfrac{db}{dq}, \\ w = \omega_p \dfrac{dc}{dp} + \omega_q \dfrac{dc}{dq} \end{cases}$$

e quindi

$$(9)_a\quad u\frac{da}{d\nu} + v\frac{db}{d\nu} + w\frac{dc}{d\nu} = \left(E\frac{dp}{d\nu} + F\frac{dq}{d\nu}\right)\omega_p + \left(F\frac{dp}{d\nu} + G\frac{dq}{d\nu}\right.$$

Si ha pure, qualunque sia la funzione ψ,

$$u\frac{d\psi}{da} + v\frac{d\psi}{db} + w\frac{d\psi}{dc} = \omega_p\frac{d\psi}{dp} + \omega_q\frac{d\psi}{dq},$$

ovvero

$$(9)_b\quad u\frac{d\psi}{da} + v\frac{d\psi}{db} + w\frac{d\psi}{dc} = \frac{1}{H}\left\{\frac{d(H\psi\omega_p)}{dp} + \frac{d(H\psi\omega_q)}{dq}\right\} - $$

dove

$$[\omega] = \frac{1}{H}\left\{\frac{d(H\omega_p)}{dp} + \frac{d(H\omega_q)}{dq}\right\},\qquad H = \sqrt{EG - F^2}.$$

Ora dalle note formule (cfr. la mia Memoria *Sulle vari complesse in una superficie qualunque*, Annali di Matema Serie II, T. I, 1867)

$$\int \frac{d\chi}{dp} \frac{d\sigma}{\mathrm{H}} = -\int \left(\mathrm{E} \frac{dp}{d\nu} + \mathrm{F} \frac{dq}{d\nu} \right) \frac{\chi ds}{\mathrm{H}},$$

$$\int \frac{d\chi}{dq} \frac{d\sigma}{\mathrm{H}} = -\int \left(\mathrm{F} \frac{dp}{d\nu} + \mathrm{G} \frac{dq}{d\nu} \right) \frac{\chi ds}{\mathrm{H}},$$

valide per ogni funzione $\chi(p, q)$ monodroma, continua, finita e dotata di derivate prime, si deduce $(9)_a$, $(9)_b$, supponendo che ψ abbia queste stesse proprietà,

$$(9)_c \quad \int \left(\mathbf{u} \frac{d\psi}{da} + \mathbf{v} \frac{d\psi}{db} + \mathbf{w} \frac{d\psi}{dc} \right) d\sigma + \int \left(\mathbf{u} \frac{da}{d\nu} + \mathbf{v} \frac{db}{d\nu} + \mathbf{w} \frac{dc}{d\nu} \right) \psi \, ds + \int [\omega] \, \psi \, d\sigma = 0.$$

Dalla natura di questa relazione emerge che l'espressione designata col simbolo $[\omega]$ ha un significato indipendente dalla scelta delle coordinate p, q. Questo significato verrà messo in luce fra un momento: per ora basti avvertire che, tenendo conto di ciò, l'equazione $(9)_c$ può essere anche estesa a tutta la superficie, nel qual caso ne sparisce l'integrale di contorno.

Prendansi ora a considerare le funzioni U, V, W (4) riguardandovi le tre funzioni u, v, w come monodrome, continue, finite e dotate di derivate prime, ma del resto arbitrarie e le $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{w}$ come monodrome, continue, finite e soggette alla sola condizione (6). Si trova in tali ipotesi, per notissime trasformazioni, supponendo che il punto (x, y, z) non sia sulla superficie σ,

$$\frac{d\mathrm{U}}{dx} + \frac{d\mathrm{V}}{dy} + \frac{d\mathrm{W}}{dz} = \int \left(\frac{du}{da} + \frac{dv}{db} + \frac{dw}{dc} \right) \frac{dS}{r}$$
$$+ \int \left(u \frac{da}{dn} + v \frac{db}{dn} + w \frac{dc}{dn} \right) \frac{d\sigma}{r} - \int \left(\mathbf{u} \frac{d\frac{1}{r}}{da} + \mathbf{v} \frac{d\frac{1}{r}}{db} + \mathbf{w} \frac{d\frac{1}{r}}{dc} \right) d\sigma.$$

Sostituendo all'ultimo dei tre integrali il valore che risulta per esso dall'equazione $(9)_c$, quando questa equazione si estenda a tutta la superficie e vi si ponga

$$\psi = \frac{1}{r},$$

ipotesi lecita qualora il punto (x, y, z) non sia sulla superficie come è stato già ammesso, si ottiene

$$\frac{dU}{dx}+\frac{dV}{dy}+\frac{dW}{dz}$$
$$=\int\left(\frac{du}{da}+\frac{dv}{db}+\frac{dw}{dc}\right)\frac{dS}{r}+\int\left(u\frac{da}{dn}+v\frac{db}{dn}+w\frac{dc}{dn}+[\omega]\right)d\sigma.$$

Da quest' equazione risulta che se in ogni punto dello spazio S è soddisfatta l'equazione (5) e in ogni punto della superficie σ l' equazione

(10) $$u\frac{da}{dn}+v\frac{db}{dn}+w\frac{dc}{dn}+[\omega]=0\,,$$

si ha necessariamente

$(10)_a$ $$\frac{dU}{dx}+\frac{dV}{dy}+\frac{dW}{dz}=0$$

in *tutto* lo spazio (tranne sulla superficie σ, ove le derivate di U, V, W non hanno valori determinati). Reciprocamente, se quest'equazione $(10)_a$ sussiste così nello spazio interno, come nell' esterno, devono necessariamente sussistere l'equazione (5) in ogni punto di S e la (10) in ogni punto di σ. Ora dalla formola $(9)_c$, per $\psi=1$, si ha

$$\int\left(\mathrm{u}\frac{da}{d\nu}+\mathrm{v}\frac{db}{d\nu}+\mathrm{w}\frac{dc}{d\nu}\right)ds+\int[\omega]\,d\sigma=0\,;$$

dunque quando sussiste l'equazione (10) sussiste pure l'equazione

$$\int\left(u\frac{da}{dn}+v\frac{db}{dn}+w\frac{dc}{dn}\right)d\sigma=\int\left(\mathrm{u}\frac{da}{d\nu}+\mathrm{v}\frac{db}{d\nu}+\mathrm{w}\frac{dc}{d\nu}\right)ds$$

e reciprocamente. Quest' ultima equazione non è altro che la terza delle (8) ed esprime la continuità delle correnti interne colle correnti superficiali.

Di qui si conclude che quando la distribuzione galvanica mista $(u,v,w;\ \mathrm{u},\mathrm{v},\mathrm{w})$ è formata di correnti costanti e chiuse ha luogo necessariamente l'equazione $(10)_a$ in tutto lo spazio; e, reciprocamente, se quest'ultima equazione ha luogo in tutto lo spazio, la detta distribuzione mista è necessariamente formata di correnti costanti e chiuse. Si conclude inoltre che la condi-

zione di continuità fra le correnti interne e le superficiali, espressa in forma integrale dalla terza equazione (8), è egualmente espressa in forma differenziale dalla (10), ossia dalla

$$(10)_b \qquad \frac{d(H\omega_p)}{dp} + \frac{d(H\omega_q)}{dq} + H\left(u\frac{da}{dn} + v\frac{db}{dn} + w\frac{dc}{dn}\right) = 0.$$

Una relazione di questa specie trovasi già nel *Reprint*, ma in forma più complicata, poichè le tre componenti u, v, w vi sono considerate come funzioni delle *tre* coordinate a, b, c. Del resto l'espressione $[\omega]$ rientra in un tipo generale che io ho considerato fino dal 1869, nella Memoria *Sulla teoria generale dei parametri differenziali* (Memorie dell'accademia di Bologna, Serie II, t. VIII), e che serve a stabilire l'equazione di continuità in uno spazio a qualunque numero di dimensioni.

Giova osservare che l'equazione $(10)_a$ diventa evidente quando le funzioni U, V, W ammettono la forma $(3)_a$: ma tale forma presuppone già l'esistenza d'una distribuzione magnetica equivalente, mentre la detta equazione è vera in ogni caso.

Combinando quest'equazione $(10)_a$ colle

$$\Delta_2 U + 4\pi u = 0, \qquad \Delta_2 V + 4\pi v = 0, \qquad \Delta_2 W + 4\pi w = 0,$$

si ottengono immediatamente le seguenti espressioni di u, v, w:

$$u = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{dY}{dc} - \frac{dZ}{db}\right), \quad v = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{dZ}{da} - \frac{dX}{dc}\right), \quad w = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{dX}{db} - \frac{dY}{da}\right),$$

dove nelle quantità X, Y, Z date dalle formole (7), si suppongono scritte le a, b, c al posto delle x, y, z. Queste formole mostrano che nello spazio esterno ad S, dove le u, v, w sono nulle, esiste una funzione potenziale Φ, di cui le componenti elettromagnetiche X, Y, Z sono le derivate negative:

$$(11)_a \qquad X = -\frac{d\Phi}{dx}, \quad Y = -\frac{d\Phi}{dy}, \quad Z = -\frac{d\Phi}{dz}.$$

Dal confronto delle tre equazioni (11) colle prime tre $(8)_a$ risulta che a queste si soddisfa ponendo

$$(12) \quad 4\pi\alpha = X + \frac{d\varphi}{da}, \quad 4\pi\beta = Y + \frac{d\varphi}{db}, \quad 4\pi\gamma = Z + \frac{d\varphi}{dc}.$$

dove φ è una funzione la quale, oltre ad avere le derivate prime monodrome, continue e finite in S, deve soddisfare alla quarta equazione $(8)_a$, cioè ad un'equazione di superficie. Ora facendo tendere le a, b, c, nelle equazioni (12), verso i valori relativi ad un punto della superficie, le componenti X, Y, Z tendono verso i valori limiti X_n, Y_n, Z_n, che spettano a queste componenti in quel punto, dalla parte *interna* della superficie, valori generalmente diversi da quelli, che si possono indicare con X_n', Y_n', Z_n', che spettano alle stesse componenti in quel medesimo punto, dalla parte *esterna*. La quarta equazione $(8)_a$ diventa per tal modo

$$(12)_a \quad d\varphi + \left\{ X_n \frac{da}{ds} + Y_n \frac{db}{ds} + Z_n \frac{dc}{ds} + 4\pi \left(u \frac{da}{d\nu} + v \frac{db}{d\nu} + w \frac{dc}{d\nu} \right) \right\} ds = 0,$$

dove $d\varphi$ è l'incremento che riceve φ lungo l'elemento lineare qualunque ds della superficie σ. Ma dalle note formole relative alle discontinuità delle derivate prime di funzioni potenziali di superficie (cfr. la mia Nota *Intorno ad alcuni nuovi teoremi* del sig. C. Neumann, *Annali di Matematica*, Serie II, t. X), si ha

$$(12)_b \quad \begin{cases} X_n - X_n' + 4\pi \left(v \frac{dc}{dn} - w \frac{db}{dn} \right) = 0, \\ Y_n - Y_n' + 4\pi \left(w \frac{da}{dn} - u \frac{dc}{dn} \right) = 0, \\ Z_n - Z_n' + 4\pi \left(u \frac{db}{dn} - v \frac{da}{dn} \right) = 0, \end{cases}$$

donde $(1)_a$

$$\left(X_n - X_n'\right) \frac{da}{ds} + \left(Y_n - Y_n'\right) \frac{db}{ds} + \left(Z_n - Z_n'\right) \frac{dc}{ds}$$
$$+ 4\pi \left(u \frac{da}{d\nu} + v \frac{db}{d\nu} + w \frac{dc}{d\nu} \right) = 0.$$

L'equazione $(12)_a$ può dunque essere sostituita dalla seguente

$$d\varphi + X_n' \, da + Y_n' \, db + Z_n' \, dc = 0,$$

ossia $(11)_a$ dalla

$$d(\varphi - \Phi) = 0.$$

Ne consegue che la funzione φ, astraziou fatta da differenze costanti

$$(12)_c \qquad \varphi - \Phi = C$$

lungo le singole superficie chiuse che costituiscono la superficie σ, non è altro che una qualunque *continuazione* della funzione Φ nello spazio S, soggetta unicamente alla condizione di avere le derivate prime monodrome, continue e finite in tutto questo spazio. La natura di questa condizione è evidentemente tale che la generalità della soluzione rappresentata dalle formole (12) non è punto accresciuta dall'aggiunta di una distribuzione lamellare chiusa, cosicchè la soluzione trovata è la più generale possibile.

Or quì si rende subito manifesta la condizione di possibilità o d'impossibilità del problema. Se la funzione Φ è monodroma, il che avviene necessariamente nel caso particolare che lo spazio non occupato dalla distribuzione galvanica sia semplicemente connesso o composto di spazj semplicemente connessi, è *possibile* ed in *infiniti modi* di determinare una funzione ϕ, continuazione di Φ in S, la quale abbia le derivate prime monodrome, continue e finite in tutto questo spazio. Ma se la funzione Φ è dotata di moduli di periodicità, il che non può accadere che quando lo spazio esterno è molteplicemente connesso, ogni funzione ϕ, continuazione interna di Φ, ha necessariamente gli stessi moduli di Φ, e le sue linee di diramazione non possono essere che *interne* ad S, perchè le derivate di Φ sono evidentemente finite in *tutto* lo spazio *esterno*: è quindi *impossibile* determinare una funzione ϕ che abbia le derivate *finite* in *tutto* lo spazio *interno*.

La condizione necessaria e sufficiente perchè il problema inverso ammetta soluzione è dunque unicamente questa: che la funzione potenziale Φ sia monodroma (e quindi che non esistano fuori di S, contorni annodati con correnti del sistema). Che questa condizione sia *necessaria* è evidente *a priori;* che essa sia anche *sufficiente* è cosa che doveva essere dimostrata. Conseguìta tale dimostrazione, ognun vede che le formole (12) non sono in sostanza altro che le $(3)_b$, colla sola sostituzione di ϕ ad M. Quando dunque la funzione potenziale esterna della distribuzione galvanica è monodroma, si può dire che tutte le distribuzioni magnetiche ad essa equivalenti sono date dalle stesse formole $(3)_b$ qualora si ponga in queste per M una qualunque continuazione interna della detta funzione potenziale, con derivate monodrome

continue e finite e con differenze costanti, arbitrariamente scelte, sulle singole superficie limiti.

Del resto la soluzione data dalle formole (12) può essere verificata *a posteriori*. Infatti per esse l'espressione (3) diventa

$$M=\frac{1}{4\pi}\int\left(X\frac{d\frac{1}{r}}{da}+Y\frac{d\frac{1}{r}}{db}+Z\frac{d\frac{1}{r}}{dc}\right)dS+\frac{1}{4\pi}\int\left(\frac{d\phi}{da}\frac{d\frac{1}{r}}{da}+\frac{d\phi}{db}\frac{d\frac{1}{r}}{db}+\frac{d\phi}{dc}\frac{d\frac{1}{r}}{dc}\right)dS$$

Ora dovendo la funzione ϕ essere monodroma e le x, y, z soddisfare all'equazione

$$\frac{dX}{da}+\frac{dY}{db}+\frac{dZ}{dc}=0,$$

per note trasformazioni si ha

$$M=-\frac{1}{4\pi}\int\left(X_n\frac{da}{dn}+Y_n\frac{db}{dn}+Z_n\frac{dc}{dn}\right)\frac{d\sigma}{r}-\frac{1}{4\pi}\int\phi\frac{d\frac{1}{r}}{dn}d\sigma+\varepsilon\phi(x,y,z)$$

dove $\varepsilon=1$ in S, $=0$ fuori di S. In virtù delle relazioni $(12)_b$ si può scrivere anche, designando con n' la normale esterna,

$$M=\frac{1}{4\pi}\int\left(X_{n'}\frac{da}{dn'}+Y_{n'}\frac{db}{dn'}+Z_{n'}\frac{dc}{dn'}\right)\frac{d\sigma}{r}+\frac{1}{4\pi}\int\phi\frac{d\frac{1}{r}}{dn'}d\sigma+\varepsilon\phi(x,y,z),$$

ovvero $(11)_a$

$$M=\frac{1}{4\pi}\int\left(\phi\frac{d\frac{1}{r}}{dn'}-\frac{1}{r}\frac{d\Phi}{dn'}\right)d\sigma+\varepsilon\phi(x,y,z),$$

ossia finalmente $(12)_c$

$$M=\frac{1}{4\pi}\int\left(\Phi\frac{d\frac{1}{r}}{dn'}-\frac{1}{r}\frac{d\Phi}{dn'}\right)d\sigma+\varepsilon\phi(x,y,z)-\Sigma\eta C,$$

dove ciascun coefficiente η è $=1$ od $=0$, secondo che il punto (x, y, z) è interno od esterno a quella superficie chiusa per la quale ϕ e Φ differiscono della corrispondente costante C. Ora, mercè l'aggiunta di una opportuna costante, si può fare in modo che la funzione Φ, monodroma per ipotesi, si annulli nei punti

a distanza infinita. In tal caso il teorema di Green diventa applicabile a questa funzione in tutto lo spazio esterno ad S, e si ha

$$M = (1-\varepsilon)\Phi(x,y,z) + \varepsilon\,\phi(x,y,z) - \Sigma\,\eta\,C$$

Da quest'equazione risulta (come dovevasi dimostrare)

$$M = \Phi(x,y,z) - \Sigma\,\eta\,C, \qquad \text{fuori di S}$$

$$M = \phi(x,y,z) - \Sigma\,\eta\,C, \qquad \text{in S}$$

e l'effetto del termine $\Sigma\,\eta\,C$ è manifestamente di ristabilire la continuità di M attraverso a ciascuna superficie, continuità, che, come è noto, spetta ad ogni funzione potenziale d'una distribuzione magnetica a tre dimensioni.

La precedente soluzione del problema inverso è la più semplice possibile, in quanto non implica l'integrazione di equazioni differenziali. Ciò non esclude che, in casi particolari, non possa tornar più comodo ricavare direttamente la soluzione (quando questa è possibile) dalle equazioni $(8)_a$. Se, per esempio, il dato sistema galvanico consta di sole correnti superficiali, queste equazioni danno

$$(13) \quad \begin{cases} \alpha = \dfrac{d\phi}{da}, \quad \beta = \dfrac{d\phi}{db}, \quad \gamma = \dfrac{d\phi}{dc}, & \text{in S} \\[2ex] d\phi + \left(u\dfrac{da}{d\nu} + v\dfrac{db}{d\nu} + w\dfrac{dc}{d\nu}\right) ds = 0, & \text{in } \sigma. \end{cases}$$

Supponendo che l'elemento ds sia diretto, prima nel senso della linea di corrente, poscia nel senso perpendicolare, si rileva da quest'ultima equazione che la funzione ϕ è costante lungo ogni linea di corrente e che il suo incremento $d\phi$ coincide coll'intensità vera della corrente che circola nella striscia corrispondente a quest'incremento (secondo la direzione che risulta dall'equazione stessa). Di qui si deduce (3), supponendo ϕ monodroma,

$$(13)_a \qquad M = -\int \phi \frac{d\frac{1}{r}}{dn}\, d\sigma + 4\,\pi\varepsilon\,\phi(x,y,z)$$

come funzione potenziale (interna ed esterna) della distribuzione magnetica equivalente, e $(3)_b$

$$(13)_b \qquad \Phi = -\int \phi \frac{d\frac{1}{r}}{dn} d\sigma$$

come funzione potenziale (interna ed esterna) della distribuzione galvanica stessa.

Quest' ultimo è il teorema sul quale ho dato diversi sviluppi nella Nota *Sulla teoria dei solenoidi elettrodinamici* (*Nuovo Cimento* 1872), fondandolo sopra considerazioni che, come rilevai poscia dal *Reprint*, erano già state fatte da W. Thomson (art. 515).

Di proposito ho citato quest' esempio, perchè esso piuttosto che ad un caso particolare dell' esposta teoria, corrisponde ad un caso *eccezionale*. Se infatti si suppone che la superficie σ sia sede d' uno strato magnetico, a magnetizzazione *normale*, coi momenti (riferiti all' unità di superficie)

$$(14) \qquad \alpha = -\phi \frac{da}{dn}, \qquad \beta = -\phi \frac{db}{dn}, \qquad \gamma = -\phi \frac{dc}{dn},$$

si trova (3) che la funzione potenziale di questo strato magnetico coincide coll' espressione $(13)_b$, talchè

$$(14)_a \qquad M = -\int \phi \frac{d\frac{1}{r}}{dn} d\sigma .$$

Ora è chiaro che, nel senso Amperiano, la vera equivalenza ha luogo fra la distribuzione galvanica e questo strato, anzichè fra quella e la distribuzione lamellare (13). Se le equazioni $(8)_a$ conducono alla soluzione (13) anzichè alla (14), egli è perchè esse presuppongono che l' equivalenza debba verificarsi soltanto al di fuori d' un certo spazio *finito*, e lasciano da parte il caso che le distribuzioni equivalenti si estendano soltanto in *due* dimensioni.

Questo caso si riduce del resto a termini semplicissimi. Si tolga, infatti, la restrizione che σ sia superficie chiusa e si riferiscano le formole (14), $(14)_a$ ad un qualunque strato, dotato di magnetizzazione normale. La distribuzione galvanica equivalente è formata di correnti costanti superficiali, d' intensità specifica $(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$, e di correnti variabili di contorno, d' intensità vera $\mathbf{j}$, definite dalle formole

$$(14)_b \qquad \mathbf{u}\frac{da}{d\nu} + \mathbf{v}\frac{db}{d\nu} + \mathbf{w}\frac{dc}{d\nu} = -\frac{d\phi}{ds}, \qquad \mathbf{j} = \phi .$$

Le correnti variabili di contorno hanno per ufficio di compensare l'interruzione delle correnti costanti superficiali nei punti del contorno stesso.

Da queste equazioni $(14)_b$ risulta

$$(14)_c \quad \begin{cases} \frac{d(H\omega_p)}{dp} + \frac{d(H\omega_q)}{dq} = 0, & \text{in ogni punto di } \sigma \\ u\frac{da}{d\nu} + v\frac{db}{d\nu} + w\frac{dc}{d\nu} + \frac{dj}{ds} = 0 & \text{lungo il contorno.} \end{cases}$$

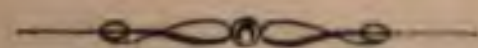
La prima condizione esprime la costanza delle correnti superficiali, la seconda la continuità di queste con quelle di contorno.

Quando queste condizioni sono soddisfatte da una distribuzione galvanica $(u, v, w; j)$, è possibile determinare sulla stessa superficie una, e solamente una, distribuzione magnetica equivalente (14), purchè

1.° La superficie sia tale da arrestare ogni linea chiusa annodata con una corrente del sistema;

2.° La funzione monodroma φ definita dalla prima equazione $(14)_b$ possa essere determinata in modo da soddisfare alla condizione $j = \varphi$ $(14)_b$ in *ogni* parte del contorno (se questo non è formato di un' *unica* linea chiusa).

In alcuni casi d'impossibilità dello strato magnetico equivalente può avvenire che tale impossibilità venga rimossa dalla semplice aggiunta di correnti isolate, lungo opportune linee della superficie: ma ciò meglio che in generale, si riconosce agevolmente nei singoli casi particolari.



SUL POTERE ILLUMINANTE DI ALCUNE QUALITÀ DI OLII; NOTA DEL PROF. S. PAGLIANI, E DOTT. G. VINCENTINI, ASSISTENTE DI FISICA NEL R. ISTITUTO TECNICO DI TORINO.

La Commissione ferroviaria incaricata dello studio dei miglioramenti da portarsi nella illuminazione dei treni sulle reti italiane, occupandosi pure della qualità dell'olio da adottarsi,

stabilì di far eseguire delle esperienze fotometriche per determinare il potere illuminante dell'olio di ravizzone, e quello dell'olio di oliva. A questo scopo si rivolse al nostro Istituto, al cui laboratorio di fisica da qualche anno, è stata, per cura dell'egregio nostro sig. Preside comm. Cavallero, annessa una stanza fotometrica, provvista di apparecchi fotometrici diversi, e che fu recentemente disposta in modo da poter servire assai bene, a tal genere di ricerche.

Riferiremo qui intorno alle esperienze istituite con quattro varietà di olii: due di olio di ravizzone e due di olio d'oliva.

Per determinare i poteri illuminanti relativi, di queste diverse qualità di olii abbiamo operato nel seguente modo. L'olio era bruciato in una lampada a movimento di orologeria, tipo Carcel, nella quale si regolava il consumo orario in modo che rimanesse entro a determinati limiti (38-46 gr.) (1). Le fiamme ad olio erano comparate successivamente sempre colla fiamma di uno stesso becco a gas (tipo Argan-Bengel), di cui si regolava il consumo in modo da rendere l'intensità luminosa di essa eguale sul fotometro a quella di ciascuna fiamma ad olio, poste le due fiamme ad eguale distanza dal fotometro stesso. In queste condizioni si può ammettere che il rapporto fra le intensità luminose delle fiamme ad olio ci sia dato dal rapporto fra i volumi di gas consumati dal becco a gas.

Le esperienze furono eseguite con un apparecchio fotometrico di Dumas e Regnault (*Ann. Chim. Phys.*, 1862 (3) 65), costrutto da Brunt. Esso si compone di un telaio di ghisa il quale è fissato orizzontalmente per mezzo di viti sopra un robusto tavolo di legno e porta un contatore a gas, un contatore a secondi, il candeliere per il becco a gas col relativo manometro ad acqua, una bilancia, sull'uno dei piatti della quale si pone la lampada ad olio, e finalmente il fotometro di Foucault, sostenuto da uno schermo opaco e posto sul fondo di un tubo a pareti annerite, che serve a dirigere l'occhio dell'osservatore.

Il becco e la lampada sono fissati ad eguale distanza dal diaframma del fotometro e le due fiamme si trovano in una stessa linea orizzontale.

(1) Le esperienze di Audoin e Berard (*Ann. Chim. et Phys.*, 1862 (3) 65) hanno dimostrato che se il consumo d'olio non sta entro a questi limiti non si può ammettere proporzionalità fra esso e quello del gas.

Il contatore a gas deve misurare la quantità di gas consumata dal becco mentre vien consumata una determinata quantità di olio nella lampada. Esso è posto a mano dell' osservatore ed è munito di un rubinetto a vite micrometrica, che permette di regolare continuamente il consumo del becco. L' asse del contatore porta due aghi, l' uno fisso, l' altro libero; un sistema di leve permette di imprimere in un dato istante a quest' ultimo ago il movimento dell' albero di rotazione e di far partire nello stesso tempo il contatore a secondi.

La bilancia porta la lampada ad olio e serve a misurarne il consumo. È disposta in modo che l' istante in cui essa passa per la posizione di equilibrio, ossia il suo indice passa a zero, è indicato da un piccolo martello, in equilibrio instabile, che cade sopra un campanello. Se allora si pone un peso noto sul piatto, nel quale sta la lampada, quando si sia consumata una quantità di olio di peso eguale, il giogo della bilancia ripasserà per la posizione di equilibrio, e l' istante ne sarà di nuovo accusato dal suono del campanello. Se si è contato il tempo trascorso fra i due istanti si può calcolare il consumo orario della lampada.

L' andamento della operazione era il seguente. Si accendeva il becco a gas e lo si lasciava bruciare per una mezz' ora circa Intanto si accendeva la lampada e se ne regolava il consumo. Ciò si otteneva specialmente col produrre dei piccoli spostamenti nel vetro della lampada. Per procedere al saggio fotometrico si tarava la lampada con un peso supplementare, e si rendeva egualmente intensa la luce delle due fiamme, regolando il consumo del gas nel becco. Il campanello della bilancia annunciava l' istante in cui essa era in equilibrio; allora con un solo movimento si metteva l' indice del contatore in rapporto coll' asse e si determinava la partenza del contatore a secondi. Si poneva un peso di 10 gr. nel piattello della lampada e si era di nuovo avvertiti dal campanello, quando egual peso d' olio era consumato. In quell' istante si fermava l' indice del contatore a gas e quello del contatore a secondi. Si leggeva il consumo di gas ed il tempo trascorso e si avevano così tutti i dati per paragonare il consumo dell' olio con quello del gas.

Prima di incominciare le esperienze ebbimo cura di verificare il contatore del gas per mezzo di un apposito gazometro

annesso all'apparecchio e di assicurarci che non vi fossero fughe di gas negli apparecchi. Si è determinata pure la correzione da portarsi nelle indicazioni del contatore a secondi.

La lampada Carcel adoperata è una lampada normale, le cui dimensioni sono le seguenti:

Diametro esterno del becco.	mm.	23,5
Diametro interno (corrente d'aria interna) .	»	16,5
Diametro della corrente d'aria esterna. . .	»	46,0
Altezza totale del vetro	»	290,0
Distanza della strangolatura dalla base del vetro	»	61,0
Diametro esterno al livello della strangolatura.	»	46,5
Diametro esterno del vetro all'estremità superiore	»	30,0
Spessore medio del vetro.	»	2,0

La miccia aveva le dimensioni volute ed era tenuta alta 10^{mm}.

Abbiamo adoperato per i diversi olii sempre la stessa lampada.

Il becco a gas è un becco Argan-Bengel in porcellana a 40 fori con paniere e con cono. Le dimensioni sono le seguenti:

Altezza totale del becco	mm.	78,0
Distanza dall'origine della galleria alla sommità del becco	»	28,0
Altezza totale della parte cilindrica del becco.	»	38,0
Diametro esterno del cilindro di porcellana .	»	25,0
Diametro interno della corrente d'aria interna	»	12,0
Diametro del cerchio sul quale sono fatti i fori	»	20,0
Distanza media dei fori	»	0,8
Altezza del vetro.	»	245,0
Spessore medio del vetro	»	3,2
Diametro esterno del vetro in basso. . . .	»	49,0
in alto	»	50,5
Numero dei fori nel paniere		112
Diametro medio dei fori del paniere. . . .	mm.	3,0

Con ciascuna qualità di olio si eseguirono almeno tre saggi successivi.

Daremo qui soltanto i valori medii per il consumo effettivo di olio e di gas misurato.

Gli olii studiati sono i seguenti:

I. Olio di ravizzone. — Colore giallo scuro con tendenza al rosso; dà un leggero deposito. Densità 0,912

II. Olio di ravizzone. — Colore giallo, limpido. Densità 0,910.

III. Olio di oliva. — Colore verde, limpido. Densità 0,912.

VI. Olio di oliva di color verde oscuro; dà leggero deposito. Densità 0,914. Contiene molta clorofilla, come lo dimostra il suo colore e risultò meglio dalla osservazione dello spettro di assorbimento.

Abbiamo scelto per unità di intensità luminosa la fiamma Carcel. Perciò abbiamo istituito gli stessi saggi colla stessa lampada caricata con olio di colza raffinato quale è quello che serve per la lampada normale.

Nella tabella seguente si trovano di raffronto i dati medii di almeno tre saggi fotometrici successivi eseguiti per ciascuna delle varietà di olio, in ciascuno dei quali si bruciarono 10 gr. d'olio, dopo regolato il consumo orario della lampada in modo da oscillare nei limiti sopraindicati. Nella seconda colonna è inscritto il consumo effettivo medio di gas misurato nei saggi, mentre bruciavano 10 gr. di olio; nella terza colonna il consumo effettivo medio di olio calcolato per un'ora; nella quarta il consumo orario per il becco a gas, calcolato perchè la sua intensità luminosa eguagli quello della lampada ad olio che brucia 42 gr. all'ora. Nella quinta colonna abbiamo i poteri illuminanti (intensità luminosa ridotta a parità di consumo) espressi in Carcel.

La pressione del gas si è conservata in media uguale a due millimetri di acqua.

QUALITÀ D'OLIO	Consumo effettivo di gas corrispond. a 10 gr. di olio in litri	Consumo effettivo orario di olio in gr.	Consumo di gas calcolato per 42 gr. di olio in litri	Poteri illuminanti espressi in Carcel
Olio di ravizzone I	34.3	40.7	143.8	0.91
Olio di ravizzone II	34,8	43.8	144.4	0,92
Olio di oliva III	30,4	43.8	127.3	0,81
Olio di oliva IV	31,3	43,9	132,3	0,84
Olio di colza V	37,6	39,3	156,8	1

Facciamo subito osservare come, per avere una fiamma a gas d'eguale intensità di quella della nostra lampada Carcel normale, quando consuma 42 gr. di olio di colza, è stato necessario un consumo di litri 156,8 di gas all'ora col nostro becco Bengel a 40 fori e con cono. Audoin e Berard (loc. cit.) esperimentando sopra un gas di ricchezza media, ottenuto da carboni del Belgio, hanno per un becco dello stesso genere trovato necessario un consumo di 160 litri per avere una fiamma d'intensità eguale a quella della Carcel tipo. Vediamo dunque come il nostro numero differisce assai poco da questo, avuto riguardo alle differenze che possono presentare nel potere illuminante i gas-luce di diversa provenienza. Il gas da noi adoperato è quello fornito dalla Società Italiana del gas di Torino.

Si deduce poi dai valori ottenuti come il potere illuminante dell'olio di ravizzone è superiore a quello dell'olio d'oliva, ed essi stanno fra di loro nel rapporto di

$$\frac{0{,}915}{0{,}825} = 1{,}11\,.$$

Se noi riferiamo il potere illuminante a parità di spesa otteniamo il prezzo della luce dei due olii. Poniamo il prezzo medio dell'olio di ravizzone a lire 1,30 al k., di quello di oliva da ardere a lire 1,50 al k. Per un consumo di 42 gr. all'ora abbiamo che la spesa dell'illuminazione è per l'olio di ravizzone di centesimi

$$\frac{130 \times 42}{1000} = 5{,}5\,,$$

per l'olio di oliva di centesimi

$$\frac{150 \times 42}{1000} = 6{,}3\,.$$

Per avere la spesa di illuminazione a parità di luce, cioè il prezzo della luce, si dividono semplicemente quei valori per i poteri illuminanti e si avrà per l'olio di ravizzone

$$\frac{5{,}5}{0{,}915} = 6{,}0$$

e per l'olio di oliva

$$\frac{6,3}{0,825} = 7,6 .$$

Il rapporto fra i due prezzi della luce sarà

$$\frac{6,0}{7,6} = 0,8 .$$

Trovammo che le nostre determinazioni confermano in modo assai soddisfacente quelle anteriori di Guélard e Deslauriers (*Dinglers Journ.*, t. 185, p. 110), eseguite con metodo affatto diverso. Essi con un apparecchio speciale, che chiamarono lucimetro, trovarono che per ottenere la stessa intensità di luce si devono bruciare nello stesso tempo le seguenti quantità in peso di:

Olio di ravizzone giallo (colza) . . .	100
Id bianco	109,12
Olio di oliva	121,55

Ora a parità di intensità luminosa il potere illuminante di una sostanza è inversamente proporzionale al consumo, cioè abbiamo che i poteri illuminanti di quelle tre qualità d'olio stanno come

$$1 : 0,91 : 0,82,$$

numeri che concordano assai bene con quelli da noi ottenuti.

Anche Rumford (Bussy et Buignet, *Manipulations de physique*) già prima aveva riconosciuto un potere illuminante superiore per l'olio di ravizzone che non per quello di oliva, ed aveva trovato che per ottenere la stessa intensità luminosa bisognava far bruciare nello stesso tempo e nelle stesse condizioni:

110 p.	di olio di oliva	in una lampada	Argand.
129 p.	» »	»	ordinaria.
125 p.	» ravizzone	»	»

Abbiamo creduto di dover tuttavia aggiungere alle determinazioni già esistenti anche le nostre, sia perchè tutti i dati che si riferiscono alla illuminazione hanno sempre una grande im-

portanza pratica, sia perchè i metodi fotometrici offrono tali difficoltà ed incertezze, che è sempre utile aumentare il numero delle determinazioni di questo genere, specialmente ripetendole con processi diversi.

Torino, 25 aprile 1883.

SUL FENOMENO DI *HALL*; NOTA DI AUGUSTO RIGHI.

Ricerche tuttora in corso su questo importantissimo fenomeno, mi hanno condotto a due risultati, dei quali credo utile dare immediatamente un cenno, riservando ad altro tempo una descrizione completa delle mie esperienze.

Il primo risultato riguarda la forma della lamina adoperata. Invece di tagliarla in forma di croce, come si è finora usato di fare, gli lascio una forma assolutamente qualunque, e vi applico tre elettrodi, invece di quattro, posti comunque; per uno di essi entra la corrente, e per gli altri due esce, dopo essersi biforcata nella lamina. Queste due correnti parziali, prima di ricongiungersi in un unico filo, circolano in opposte direzioni nei rocchetti del galvanometro, reso quasi astatico da una calamita; anzi ciascuno dei rocchetti è a due fili, ed ognuna delle due correnti percorre uno dei fili d'un rocchetto, ed uno dell'altro. Una resistenza appropriata introdotta in uno dei due circuiti, oppure uno o due altri rocchetti percorsi dalla corrente totale, servono a compensare l'effetto delle due correnti, in modo che al chiudersi del circuito di cui fa parte la lamina, lo specchietto del galvanometro non si sposti, o si sposti di poco.

Il fenomeno di Hal, quando la lamina è collocata fra i poli di una elettrocalamita, in cui s'inverte la corrente di una forte pila, è manifestato da deviazioni galvanometriche, dovute ad una diversa ripartizione della corrente nella lamina, sotto l'azione del magnetismo. Il senso della deviazione si desume, figurando

che le linee equipotenziali nella lamina sieno girate angolarmente in senso opposto della corrente che circola nell' elettrocalamita, per l' oro e per gli altri metalli nei quali l' effetto Hall ha lo stesso segno, e nello stesso senso della corrrente magnetizzante, per i metalli nei quali l' effetto Hall ha segno contrario che nell' oro. Così per esempio, se in una foglia d' oro la corrente entra da un elettrodo a sinistra, ed esce da due elettrodi posti a destra uno sotto l' altro, e se nell' elettrocalamita fra i poli della quale la foglia è collocata, la corrente circola nel senso degli aghi d' un orologio, la corrente nella lamina sarà aumentata nell' elettrodo destro inferiore, e diminuita nel superiore.

Questo metodo di constatare il fenomeno di Hall, richiede l'uso di una corrente più intensa nella lamina, che non il metodo ordinario, poichè nel circuito è incluso la resistenza del galvanometro; ma ha poi l' immenso vantaggio di rendere possibile la ricerca, anche quando d' un dato corpo non si possono ottenere lamine che di piccolissime dimensioni, e di forma irregolare qualunque.

Il secondo risultato riguarda il fenomeno di Hall nel bismuto, metallo nel quale non era ancora stato constatato, forse per la difficoltà di ridurlo in larghe e sottili lamine. Con piccoli frammenti irregolari assai sottili di bismuto, ho trovato, col metodo precedente, che l' effetto Hall si presenta in questo metallo con una intensità straordinaria e nello stesso senso che nell' oro. A parità di corrente, una lamina di bismuto grossa 79 millesimi di millimetro, diede deviazioni 5 o 6 volte maggiori, che una foglia d' oro grossa 87 millionesimi di millimetro, cioè circa mille volte più sottile.

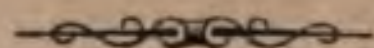
Da una grossolana determinazione è risultato, che nel bismuto il *coefficiente rotatorio di resistenza* è circa un 5000 volte quello dell' oro.

Son riuscito ultimamente ad ottenere delle laminette di bismuto abbastanza regolari in forma di croce, ed ho potuto con esse verificare il fenomeno nella maniera solita. L' effetto, sia nel senso che nella intensità, fu conforme alle previsioni.

Sono rimarchevolissimi i risultati forniti da una piccola croce di bismuto grossa 17 millesimi di millimetro, lunga 18^{mm} e larga 4^{mm} nel lato percorso dalla corrente, giacchè sono giunto a pro-

durre il fenomeno di Hall, non già colla potente elettrocalamita che d'ordinario si adopera, ma con una semplice sbarretta d'acciaio calamitato. Infatti colla corrente d'una coppia Bunsen, ottenni deviazioni galvanometriche permanenti di mezzo metro circa della scala, accostando fino a circa 2^{mm} di distanza dal bismuto l'uno o l'altro polo d'una calamita cilindrica lunga 324^{mm} e grossa 14^{mm}. La distanza fra la scala e lo specchio era $2^{m},80$, e naturalmente la calamita e la lamina su cui agiva, erano abbastanza lontane dal galvanometro, onde la calamita stessa non avesse azione diretta sensibile sull'ago di questo. Piccoli aghi magnetici accostati alla lamina diedero pure effetti sensibili. Non dubito quindi che si riesca ad ottenere col bismuto il fenomeno Hall prodotto solo dal magnetismo terrestre.

Anche colla disposizione a tre elettrodi, si rende evidente l'effetto prodotto da una sbarra calamitata sopra laminette sottili di bismuto percorse dalla corrente.



SULLA TEORIA DEL POTENZIALE; NOTA DEL PROF. E. BELTRAMI.

W. Thomson ha osservato per il primo (a quanto credo) che il *potenziale* d'una distribuzione di massa, la cui funzione potenziale sia U, può essere rappresentato dall'espressione semplicissima

$$\frac{1}{8\pi}\int \Delta_1 U . dS .$$

dove

$$\Delta_1 U = \left(\frac{dU}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dU}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dU}{dz}\right)^2$$

e dove l'integrazione si estende allo spazio *infinito* S. Analogamente, il potenziale mutuo di due distribuzioni di massa, le cui funzioni potenziali siano U e V, può essere rappresentato dall'espressione

$$\frac{1}{4\pi}\int \Delta_1 (U, V)\, dS ,$$

dove

$$\Delta_1(U,V)=\frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx}+\frac{dU}{dy}\frac{dV}{dy}+\frac{dU}{dz}\frac{dV}{dz},$$

e dove l'integrazione si estende di nuovo allo spazio infinito S.

Finchè si tratta di distribuzioni ordinarie queste proposizioni non vanno soggette ad alcuna eccezione e sono semplici corollari del teorema di Green (cfr. Betti, *Teorica delle forze newtoniane*, p. 121-125). Ma, nel caso generale, esse non sussistono punto e vengono sostituite da altre, le quali sono meno generalmente note delle precedenti e si ottengono, nel modo più semplice, invertendo l'enunciato della questione e studiando direttamente l'espressione

$$W_{uv}=\frac{1}{4\pi}\int\Delta_1(U,V)\,dS\,, \tag{1}$$

dove dS è un elemento, circostante al punto (x, y, z) cui si riferiscono le funzioni U, V, dello spazio infinito S al quale si estende l'integrale.

Supporremo che U, V sieno due funzioni potenziali, epperò che le loro derivate prime sieno monodrome in tutto lo spazio, e, generalmente parlando, continue e finite. Supporremo inoltre che i punti donde emanano le forze sieno tutti nel finito, epperò che i tre prodotti

$$R^2\frac{dU}{dx}\,,\quad R^2\frac{dU}{dy}\,,\quad R^2\frac{dU}{dz}\,, \tag{1$_a$}$$

dove R è la distanza del punto (x, y, z) dall'origine delle coordinate, tendano, per $R=\infty$, verso limiti, variabili colla direzione del raggio R, ma sempre finiti. Lo stesso dicasi dei prodotti

$$R^2\frac{dV}{dx}\,,\quad R^2\frac{dV}{dy}\,,\quad R^2\frac{dV}{dz} \tag{1$_b$}$$

e quindi anche del prodotto

$$R^4\Delta_1(U,V)\,.$$

Ne consegue che si potrà sempre prendere R tanto grande da

rendere piccolo quanto si voglia il contributo recato all' integrale (1) dallo spazio infinito esterno alla sfera di raggio R.

Se la quantità Δ_1 (U, V) diventa infinita nei punti di una linea, ma se, al tempo stesso, si può assegnare un numero finito $\mu > 0$, tale che l' espressione

$$lim\,[\rho^{2-\mu}\,\Delta_1\,(U, V)]_{\rho=0},$$

dove ρ è la distanza normale del punto (x, y, z) dalla detta linea, sia sempre finita, il contributo recato all' integrale (1) dall' intorno di questa è evanescente insieme coll' intorno stesso. Ne consegue che *una* delle due distribuzioni può comprendere linee cariche di masse finite, o correnti lineari d' intensità finita; ma tali linee o tali correnti non potrebbero appartenere simultaneamente alle due distribuzioni e quindi, in tali casi, non si potrebbe porre U = V. Del resto escluderemo, per semplicità, il caso di linee cariche di masse finite.

Lo spazio esterno ad una superficie sferica, comprendente tutte le sedi di forza cui appartengono le funzioni potenziali U e V, è semplicemente connesso. Ne risulta che se queste funzioni non sono monodrome, è sempre possibile renderle tali per mezzo di diaframmi opportunamente condotti *entro* la suddetta superficie, cioè nel finito. Per tal modo le dette funzioni si possono sempre supporre monodrome, continue e finite colle loro derivate in tutto lo spazio esterno alla superficie immaginata. Ora se sopra un' altra superficie sferica, di raggio R molto più grande, col centro nell' origine delle coordinate, si immagina tracciato un arco di cerchio massimo e si chiama θ l' angolo al centro di quest' arco, dalla già ammessa proprietà dei prodotti (1), segue che il prodotto

$$R\,\frac{dU}{d\theta}$$

è sempre finito lungo un tale arco, per quanto grande sia R, e che quindi è anche finito il prodotto

$$R\,(U - U'),$$

dove U ed U' sono i valori di U corrispondenti al principio ed alla fine dell' arco stesso. Dunque se il limite del prodotto RU,

per $R = \infty$, è finito quando il raggio R ha una certa direzione, esso resta necessariamente finito (sebbene in generale variabile) qualunque sia la direzione del raggio R. Ora se la funzione potenziale U, le cui derivate sono monodrome, non è monodroma essa stessa, si può fissarne arbitrariamente il valore in un punto dello spazio. È dunque lecito, nelle ipotesi ammesse, supporre che amendue i prodotti

$$(1)_c \qquad RU, \qquad RV$$

restino sempre finiti per $R = \infty$.

Importa finalmente osservare che quando, per rendere monodroma una delle funzioni, per esempio U, si introduce un diaframma (finito, giusta le fatte convenzioni), si viene con ciò ad aggiungere alla prima distribuzione una corrente lineare lungo il contorno del diaframma stesso. Quest'aggiunta non è invero che apparente, poichè tale corrente serve appunto ad eliderne un'altra che nasce, lungo lo stesso contorno, dalla discontinuità simultaneamente introdotta nei valori della funzione U, considerata come momento di un doppio strato (1). Ma, anche prescindendo da ciò, è utile notare che una cosiffatta corrente lineare non è di quelle che impediscano la supposizione $U = V$; poichè, potendo essa venire spostata in infiniti modi, è sempre lecito ammettere ch'essa abbia un posto diverso nelle due distribuzioni, quand'anche queste sieno intrinsecamente identiche rispetto alla loro effettiva azione elettromagnetica.

Premesso tutto ciò, rammentiamo che se i tre prodotti

$$U\frac{dV}{dx}, \qquad U\frac{dV}{dy}, \qquad U\frac{dV}{dz}$$

sono monodromi, continui e finiti in uno spazio qualunque S', si ha

$$\int \Delta_1(U, V)\, dS' = -\int U\, \Delta_2 V\, dS' - \int U \frac{dV}{dn'}\, d\sigma',$$

dove σ' è la superficie, od il complesso delle superficie che limi-

(1) È evidente che quando la funzione U è polidroma, le correnti di cui essa è funzione potenziale non possono estendersi, al più, che in due dimensioni: giacchè, se occupassero uno spazio, non potrebbero ammettere ivi una funzione potenziale.

tano lo spazio S', e dove n' è la normale diretta verso questo spazio medesimo.

Analogamente, se i tre prodotti

$$V\frac{dU}{dx}, \qquad V\frac{dU}{dy}, \qquad V\frac{dU}{dz}$$

sono monodromi, continui e finiti nel detto spazio, si ha

$$\int\Delta_1(U, V)\,dS' = -\int V\,\Delta_2\,U\,dS' - \int V\frac{dU}{dn'}\,d\sigma'.$$

Conviene osservare che se una parte della superficie σ' è all'infinito, gli integrali ad essa relativi, nell'ultimo termine di ciascuno dei secondi membri, riescono nulli, per le proprietà dei prodotti $(1)_a$, $(1)_b$, $(1)_c$. Basta quindi considerare la sola parte di σ' che è situata nel finito.

Denotiamo con S_u, S_v gli spazi *finiti* nei quali le due espressioni $\Delta_2\,U$, $\Delta_2\,V$ (rispettivamente) sono diverse da zero, spazi i quali possono avere parti comuni ed anche coincidere intieramente. Denotiamo inoltre con σ_u, σ_v le superficie di discontinuità per le funzioni U, V (rispettivamente) o per le loro derivate prime. Anche queste superficie, nelle quali sono da comprendersi i diaframmi introdotti, quando occorra, per rendere monodrome le dette funzioni, possono avere parti comuni e possono trovarsi, in tutto od in parte, entro gli spazi S_u, S_v od ai loro limiti: ma, dalle ipotesi già fatte, segue che esse devono trovarsi tutte nel finito.

Si faccia ora coincidere lo spazio denominato S' collo spazio infinito S, escludendo da questo soltanto l'intorno di ciascuna delle superficie di discontinuità σ_u, σ_v. Al limite si ottiene

$$\int\Delta_1(U, V)\,dS$$

$$= -\int U\,\Delta_2\,V\,dS_v - \int\left(U_n\frac{dV}{dn} + U_{n'}\frac{dV}{dn'}\right)d\sigma$$

$$= -\int V\,\Delta_2\,U\,dS_u - \int\left(V_n\frac{dU}{dn} + V_{n'}\frac{dU}{dn'}\right)d\sigma,$$

dove σ denota il complesso delle superficie σ_u, σ_v, n, n' sono le

due opposte normali dell'elemento $d\sigma$ ed U_n, U_n' sono i valori di U sulle due corrispondenti faccie di questo elemento (così V_n e V_n').

Distinguendo le due parti, σ_u, e σ_v, di σ ed ammettendo che le superficie di discontinuità per una delle due funzioni U, V non sieno tali, per le derivate dell'altra, ossia che uno strato semplice dell'una distribuzione non coincida con uno strato doppio dell'altra, si trova

$$\int \Delta_1 (U, V)\, dS$$

$$= -\int U \Delta_2 V\, dS_v - \int U \left(\frac{dV}{dn} + \frac{dV}{dn'}\right) d\sigma_v - \int (U_n - U_n') \frac{dV}{dn} d\sigma_u$$

$$= -\int V \Delta_2 U\, dS_u - \int V \left(\frac{dU}{dn} + \frac{dU}{dn}\right) d\sigma_u - \int (V_n - V_n') \frac{dU}{dn} d\sigma_v .$$

Ma dal teorema di Green, tenendo conto delle condizioni ammesse per le due funzioni U, V, rese ora monodrome, si traggono le espressioni

$$\text{(2)} \qquad \begin{aligned} U &= \int \frac{k_u dS_u}{r} + \int \frac{h_u d\sigma_u}{r} + \int g_u \frac{d\frac{1}{r}}{dn} d\sigma_u , \\ V &= \int \frac{k_v dS_v}{r} + \int \frac{h\ \ d\sigma_v}{r} + \int g_v \frac{d\frac{1}{r}}{dn} d\sigma_v \end{aligned}$$

dove

$$\text{(2)}_a \qquad \begin{aligned} \Delta_2 U &= -4\pi k_u, \quad \frac{dU}{dn} + \frac{dU}{dn'} = -4\pi h_u, \quad U_n - U_n' = 4\pi g_u , \\ \Delta_2 V &= -4\pi k_v, \quad \frac{dV}{dn} + \frac{dV}{dn'} = -4\pi h_v, \quad V_n - V_n' = 4\pi g_v ; \end{aligned}$$

si ha dunque finalmente

$$\text{(3)} \qquad \begin{aligned} W_{uv} &= \frac{1}{4\pi} \int \Delta_1 (U, V)\, dS \\ &= \int U k_v\, dS_v + \int U h_v\, d\sigma_v - \int \frac{dU}{dn} g_u\, d\sigma_u \\ &= \int V k_u dS_u + \int V h_u\, d\sigma_u - \int \frac{dU}{dn} g_v\, d\sigma_v , \end{aligned}$$

epperò anche

$$
(3)_a \quad \int \mathrm{U} k_v \, d\mathrm{S}_v + \int \mathrm{U} h_v \, d\sigma_v + \int \frac{d\mathrm{U}}{dn} g_v \, d\sigma_v
= \int \mathrm{V} k_u \, d\mathrm{S}_u + \int \mathrm{V} h_u \, d\sigma_u + \int \frac{d\mathrm{V}}{dn} g_u \, d\sigma_u
$$

Si possono ora considerare i diversi casi possibili.

Supponiamo dapprima che si abbia

$$g_u = g_v = 0,$$

cioè che amendue le distribuzioni sieno *ordinarie*. In tale ipotesi i due ultimi membri delle eguaglianze (3) sono espressioni notoriamente equivalenti del potenziale mutuo, che diremo P_0, di queste due distribuzioni. Questo potenziale è quindi espresso anche da

$$
(4) \qquad \mathrm{P}_0 = \frac{1}{4\pi} \int \Delta_1 (\mathrm{U}, \mathrm{V}) \, d\mathrm{S} ,
$$

ed in ciò consiste la proposizione ben nota, rammentata al principio.

Supponiamo, in secondo luogo, che si abbia

$$h_u = k_u = h_v = k_v = 0.$$

cioè che amendue le distribuzioni sieno di *doppio strato*. In tale ipotesi i due ultimi membri delle eguaglianze (3), *cambiati di segno*, sono espressioni equivalenti del potenziale mutuo, che diremo P_1, di queste due distribuzioni. Questo potenziale è quindi espresso anche da

$$
(4)_a \qquad \mathrm{P}_1 = -\frac{1}{4\pi} \int \Delta_1 (\mathrm{U}, \mathrm{V}) \, d\mathrm{S} ,
$$

talchè questo potenziale ammette la stessa espressione che nel caso precedente, ma col segno cambiato.

Supponiamo, in terzo luogo, che una delle distribuzioni, per esempio la prima, sia ordinaria e la seconda non costi che di doppi strati, cosicchè si abbia

$$g_u = h_v = k_v = 0.$$

In tale ipotesi le eguaglianze (3) danno

$$(4)_b \qquad \int \Delta_1 (U, V)\, dS = 0,$$

equazione la quale mostra che il potenziale mutuo di due distribuzioni di specie diversa *non* è esprimibile sotto la forma (1). Dalle stesse eguaglianze (3) segue anche, nel caso ora considerato, la relazione

$$(4)_c \qquad \int V k_u\, dS_u + \int V h_u\, d\sigma_u - \int \frac{dU}{dn} g_v\, d\sigma_v = 0,$$

che verrà interpretata più sotto.

Passiamo finalmente al caso generale, a quello, cioè, di due distribuzioni *complesse*. Decomponiamo la funzione U in due parti

$$U = U_0 + U_1,$$

delle quali la prima corrisponda alla distribuzione ordinaria (h_u, k_u), la seconda a quella di doppio strato (g_u). Si ha allora (3)

$$W_{uv} = \int U_0 k_v\, dS_v + \int U_0 h_v\, d\sigma_v$$

$$+ \int U_1 k_v\, dS_v + \int U_1 h_v\, d\sigma_v - \int \frac{dV}{dn} g_u\, d\sigma_u.$$

Ma la relazione $(3)_a$, applicata alle due funzioni U_1, V, dà

$$\int U_1 k_v\, dS_v + \int U_1 k_v\, d\sigma_v + \int \frac{dU_1}{dn} g_v\, d\sigma_v = \int \frac{dV}{dn} g_u\, d\sigma_u:$$

quindi si può scrivere

$$W_{uv} = \left\{ \int U_0 k_v\, dS_v + \int U_0 h_v\, d\sigma_v \right\} - \left\{ \int \frac{dU_1}{dn} g_v\, d\sigma_v \right\}.$$

Ora la prima espressione fra parentesi è il potenziale mutuo, P_0, delle sole parti ordinarie delle due distribuzioni, la seconda è il potenziale mutuo, P_1, dei soli doppi strati ad esse appartenenti: si ha dunque

$$(4)_d \qquad \frac{1}{4\pi} \int \Delta_1 (U, V)\, dS = P_0 - P_1,$$

vale a dire che, quando le due distribuzioni sono complesse, l'espressione (1) non rappresenta più il potenziale mutuo, nè col proprio segno, nè col segno cambiato, ma bensì la *differenza* dei potenziali mutui delle parti omonime delle due distribuzioni.

Questa proprietà è del resto una conseguenza necessaria delle precedenti; giacchè, ponendo

$$U = U_0 + U_1, \qquad V = V_0 + V_1,$$

si ha

$$\Delta_1(U, V) = \Delta_1(U_0, V_0) + \Delta_1(U_1, V_1)$$
$$+ \Delta_1(U_0, V_1) + \Delta_1(U_1, V_0),$$

ed essendo, per le equazioni (4)b, (4), (4)a,

$$\int \Delta_1(U_0, V_1)\, dS = 0, \qquad \int \Delta_1(U_1, V_0)\, dS = 0,$$

$$\int \Delta_1(U_0, V_0) = 4\pi P_0, \qquad \int \Delta_1(U_1, V_1)\, dS = -4\pi P_1,$$

si ricade appunto sulla relazione (4)d

Giova osservare che se, conservando ad $U_0, U_1, V_0, V_1, P_0, P_1$ i significati precedenti, si ponesse invece $U = U_0 + iU_1$, $V = V_0 + iV_1$, si otterrebbe

$$\frac{1}{4\pi}\int \Delta_1(U, V)\, dS = P_0 + P_1.$$

Quando le due distribuzioni sono di specie diversa, il potenziale mutuo non ammette una definizione generale; questa definizione esiste quando la distribuzione ordinaria di spazio e di superficie è quella che rappresenta, rispetto ai punti esterni, un corpo magnetico. Designamo con α, β, γ le componenti del momento magnetico, riferito all'unità di volume, in un punto qualunque (a, b, c) dello spazio S_u occupato dal corpo magnetico, talchè si abbia

$$(5) \qquad U = \int \left(\frac{d\frac{1}{r}}{da}\alpha + \frac{d\frac{1}{r}}{db}\beta + \frac{d\frac{1}{r}}{dc}\gamma \right) dS_u$$

e quindi

$$k_u = -\left(\frac{d\alpha}{da} + \frac{d\beta}{db} + \frac{d\gamma}{dc}\right)$$

$$h_u = -\left(\alpha\frac{da}{dn} + \beta\frac{db}{dn} + \gamma\frac{dc}{dn}\right)$$

In questo caso la superficie σ_u è necessariamente quella che limita lo spazio S_u o, più esattamente, quella che separa le singole regioni dello spazio in cui le funzioni α, β, γ sono continue. Ponendo

$$(5)_a \qquad V = \int g_v \frac{d\frac{1}{r}}{dn} d\sigma_v$$

ed ammettendo che la superficie σ_v possa bensì attraversare lo spazio S_u, ma che le *vere* correnti di cui V è la funzione potenziale restino al di fuori di questo spazio, si deduce dall'equazione $(4)_c$, per note trasformazioni (con riguardo all'eventuale discontinuità di V entro S_u ed alla corrispondente equazione $(2)_a$),

$$(5)_b \qquad \int\left(\frac{dV}{da}\alpha + \frac{dV}{db}\beta + \frac{dV}{dc}\gamma\right) dS_u$$

$$= \int \frac{dU}{dn} g_v \, d\sigma_v - 4\pi \int g_v \left(\alpha\frac{da}{dn} + \beta\frac{db}{dn} + \gamma\frac{dc}{dn}\right) d\sigma_v .$$

Quest'equazione esprime, nel caso ora considerato, il teorema di reciprocità che sussiste per ogni potenziale mutuo, e rende ragione del doppio modo in cui può essere calcolato il potenziale del magnete sul doppio strato. Così Kirchhoff, in una questione particolare ove interviene questa determinazione *(Zur Theorie des in einem Eisenkörper inducirten Magnetismus* (1870), pag. 226 delle *Gesammelte Abhandlungen)* si vale della prima espressione: all'incontro Roiti, in un'altra questione, analiticamente identica *(Dell'azione elettromotrice dei solenoidi neutri* (1874) nel *Nuovo Cimento)*, si vale, implicitamente, della seconda. Le due espressioni non si possono, in generale, trasformare l'una nell'altra se non tenendo conto della relazione $(4)_b$. Nel caso particolare considerato dai due citati Autori questa relazione diventa, accidentalmente, un'identità, per essere $U = 0$.

Le proposizioni precedenti possono essere presentate sotto una forma più generale.

Consideriamo due sistemi, ciascun dei quali comprenda distribuzioni ordinarie (di spazio e di superficie) e distribuzioni galvaniche stazionarie e chiuse (pure di spazio e di superficie), colla sola restrizione che queste distribuzioni sieno tutte nel finito. Designiamo con X, Y, Z le componenti della forza totale (ordinaria ed elettromagnetica) esercitata dal primo sistema sul punto (x, y, z) e poniamo

$$(6)\qquad \begin{cases} X = -\dfrac{dT}{dx} + \dfrac{dV}{dz} - \dfrac{dW}{dy}, \\ Y = -\dfrac{dT}{dy} + \dfrac{dW}{dx} - \dfrac{dU}{dz}, \\ Z = -\dfrac{dT}{dz} + \dfrac{dU}{dy} - \dfrac{dV}{dx}, \end{cases}$$

dove T, U, V, W sono quattro funzioni potenziali della forma

$$T = \int \frac{t\,dS_0}{r} + \int \frac{\mathbf{t}\,d\sigma_0}{r}$$

$$U = \int \frac{u\,dS_1}{r} + \int \frac{\mathbf{u}\,d\sigma_1}{r}, \quad V = \int \frac{v\,dS_1}{r} + \int \frac{\mathbf{v}\,d\sigma_1}{r},$$

$$W = \int \frac{w\,dS_1}{r} + \int \frac{\mathbf{w}\,d\sigma_1}{r},$$

le tre ultime delle quali soddisfanno in ogni punto dello spazio alla nota relazione

$$\frac{dU}{dx} + \frac{dV}{dy} + \frac{dW}{dz} = 0.$$

Le quantità analoghe del secondo sistema sieno designate colle stesse lettere, accentate.

Tenendo conto di tutte le relazioni (di spazio e di superficie) cui soddisfanno le funzioni

$$T, U, V, W;\ t, u, v, w;\ \mathbf{t}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$$

(cfr. la mia precedente Nota *Sull' equivalenza delle distribuzioni magnetiche e galvaniche*) e delle analoghe relative al secondo sistema, si trova

$$(6)_a \qquad \frac{1}{4\pi}\int (XX' + YY' + ZZ')\,dS$$

$$= \int Tt'\,dS'_0 + \int Tt'\,d\sigma'_0 + \int (Uu' + Vv' + Ww')\,dS'_1$$

$$+ \int (Uu' + Vv' + Ww')\,d\sigma'_1$$

$$= \int T'\,t\,dS_0 + \int T'\,t\,d\sigma_0 + \int (U'u + V'v + W'w)\,dS_1$$

$$+ \int (U'u + V'v + W'w)\,d\sigma_1$$

Ora, conservando a P_0, P_1 i significati precedenti, si ha

$$P_0 = \int T\,t'\,dS'_0 + \int T\,t'\,d\sigma'_0$$

$$= \int T'\,t\,dS_0 + \int T'\,t\,d\sigma_0,$$

$$P_1 = -\int (Uu' + Vv' + Ww')\,dS'_1 - \int (Uu' + Vv' + Ww')\,d\sigma'_1$$

$$= -\int (U'u + V'v + W'w)\,dS_1 - \int (U'u + V'v + W'w)\,d\sigma_1;$$

si ottiene quindi $(6)_a$, come nel caso già considerato prima $(4)_d$,

$$(6)_b \qquad \frac{1}{4\pi}\int (XX' + YY' + ZZ')\,dS = P_0 - P_1$$

In particolare, quando i due sistemi sono di specie diversa, per esempio quando

$$U = V = W = T' = 0,$$

si trova

$$(6)_c \qquad \int (XX' + YY' + ZZ')\,dS = 0,$$

relazione in cui rientra la $(4)_b$.

Per interpretare ed applicare rettamente queste diverse relazioni, non bisogna dimenticare che le quantità X, Y, Z sono definite dalle equazioni (6), epperò non sono sempre identificabili

in senso assoluto, colle componenti della forza. È noto, per esempio, che nell'interno di un magnete la forza magnetica non ammette una definizione assoluta, come nei punti esterni. Ciò non ostante la formola (6)$_a$ può essere applicata, con opportuni artifizi, anche ai corpi magnetici.

Supponiamo, per esempio, che si tratti dell'azione mutua d'un magnete e di un sistema di correnti. Sia M la funzione potenziale del magnete, (U', V', W') il sistema potenziale delle correnti (U, V, W) il sistema potenziale della distribuzione galvanica equivalente, in azione esterna, al magnete. Si ha, come è noto,

$$\frac{dV}{dz}-\frac{dW}{dy}=4\pi\alpha-\frac{dM}{dx},$$

$$\frac{dW}{dx}-\frac{dU}{dz}=4\pi\beta-\frac{dM}{dy},$$

$$\frac{dU}{dy}-\frac{dV}{dx}=4\pi\gamma-\frac{dM}{dz}$$

dove $\alpha=\beta=\gamma=0$ se il punto (x,y,z) è esterno allo spazio S_0 occupato dal magnete. Tenendo conto di ciò e ponendo

$$T=-M, \qquad T'=0, \qquad t'=0, \qquad \mathbf{t}'=0,$$

le quantità X, Y, Z diventano rispettivamente eguali a $4\pi\alpha$, $4\pi\beta$, $4\pi\gamma$ in tutto lo spazio S_0 ed a zero in tutto lo spazio esterno ad S_0 e si ottiene (6)$_a$

$$(6)_d \qquad -\int(\alpha X'+\beta Y'+\gamma Z')\,dS_0$$

$$=-\int(Uu'+Vv'+Ww')\,dS'_1-\int(U\mathbf{u}'+V\mathbf{v}'+W\mathbf{w}')\,d\sigma_1'$$

eguaglianza i cui due membri sono espressioni equivalenti del potenziale mutuo cercato.

È facile vedere come si modificherebbero queste varie formole se vi fossero anche correnti lineari d'intensità finita.



SULLE FUNZIONI ASSOCIATE E SPECIALMENTE SU QUELLE DELLA CALOTTA SFERICA; MEMORIA DEL PROF. EUGENIO BELTRAMI. *

Due sono gli scopi principali del lavoro: il primo si è di sottoporre a più minuta e completa disamina una forma singolare, al tempo stesso che semplice, della funzione potenziale di un disco simmetricamente elettrizzato, che io avevo incontrata nella mia Memoria del 1881: *Sulla teoria delle funzioni potenziali simmetriche* (§ 10) e di cui mi ero allora limitato a dare qualche cenno sommario, senza punto considerare, fra le altre cose, la funzione ad essa associata. Nel presente lavoro ho considerato le due funzioni ad un tempo e ne ho stabilito i caratteri e le proprietà più importanti per le svariate applicazioni ond' esse sembrano suscettibili.

In secondo luogo mi sono servito di queste due funzioni, alle quali, verso la fine della Memoria, ho mostrato come si possano dare diverse altre forme, per dedurne, col metodo d'inversione, le funzioni associate d'ogni distribuzione simmetrica sopra una calotta sferica. In tal modo, oltre la funzione potenziale d'una tale distribuzione, che era nota solamente per alcuni casi molto particolari, ho potuto ottenere eziandio l'equazione delle corrispondenti linee di forza, che non mi consta essere stata data per alcun caso: e non è fuor di luogo il notare che le due funzioni associate, così determinate per la calotta sferica, sono formate direttamente colle coordinate cartesiane del punto variabile.

Ho trattato alquanto più diffusamente il problema dell'equilibrio elettrico sopra una calotta sferica, sia per la sua importanza speciale, sia per mostrare la facilità con cui le formole della presente Memoria si prestano alla deduzione dei principali elementi della questione.

§ 1. *Delle funzioni associate in generale.*

La funzione potenziale V d'un sistema di masse simmetricamente distribuite intorno all'asse delle z dipende evidentemente dalle sole due variabili

$$z \text{ ed } u=\sqrt{x^2+y^2}.$$

Tutte le considerazioni relative a questa funzione si possono quindi riportare ai punti d'un piano meridiano del sistema, cioè d'un piano passante per l'asse di simmetria: le variabili u e z sono le coordinate cartesiane d'un punto qualunque di questo piano, piano del quale non considereremo che la regione $u>0$.

In tutto lo spazio esterno alle masse potenzianti l'equazione di Laplace può essere utilmente sostituita dalle due equazioni differenziali parziali simultanee di primo ordine

$$(1) \qquad \frac{dW}{du}=u\frac{dV}{dz}, \qquad \frac{dW}{dz}=-u\frac{dV}{du},$$

nelle quali W è una nuova funzione di u e di z, che diciamo *associata* alla funzione potenziale V e che, eguagliata ad una costante arbitraria, fornisce l'equazione delle *linee di forza* esistenti in ogni piano meridiano del sistema.

Le due equazioni (1) possono essere presentate sotto una forma più generale e più significativa. Sia s l'arco di una linea tracciata ad arbitrio nel piano (uz) e sieno n, n' le direzioni delle due normali opposte che si spiccano da uno stesso punto (s) di questa linea. La prima di queste due direzioni, cioè la n, abbia colla direzione in cui cresce l'arco s la stessa relazione che la direzione dell'asse positivo delle z ha con quella dell'asse positivo delle u. In tali condizioni è facile riconoscere che le equazioni (1) traggono necessariamente con sè le seguenti:

$$(1)_a \qquad \frac{dW}{ds}=u\frac{dV}{dn}, \qquad \frac{dW}{dn}=-u\frac{dV}{ds},$$

le quali, alla loro volta, comprendono sotto di sè le (1) come caso particolare (per $s=u$, $n=z$). Al tempo stesso si ha

$$(1)_a' \qquad \frac{dW'}{ds}=-u\frac{dV'}{dn'}, \qquad \frac{dW'}{dn'}=u\frac{dV'}{ds},$$

dove, per maggior chiarezza, abbiamo denotato con V', W' i valori che le due funzioni associate possedono, nell'immediata prossimità della linea s, dalla parte della normale n', per distinguerli da quelli, V e W, che esse possedono dalla parte della normale n.

Dalle precedenti equazioni $(1)_a$, $(1)_a'$ si trae

$$(1)_b \qquad \begin{aligned} \frac{d(\mathrm{W}-\mathrm{W}')}{ds} &= u\left(\frac{d\mathrm{V}}{dn}+\frac{d\mathrm{V}'}{dn'}\right), \\ \frac{d\mathrm{W}}{dn}+\frac{d\mathrm{W}'}{dn'} &= -u\,\frac{d(\mathrm{V}-\mathrm{V}')}{ds}. \end{aligned}$$

Sia ora σ la superficie generata dalla rotazione della linea s intorno all'asse delle s. Se il sistema di masse cui appartiene la funzione potenziale V comprende una distribuzione *semplice* sulla superficie σ, è noto che, nei punti di questa superficie, si ha $\mathrm{V}=\mathrm{V}'$ e quindi anche

$$\frac{d(\mathrm{V}-\mathrm{V}')}{ds}=0.$$

Dunque, in forza della seconda equazione $(1)_b$, nei punti di una tal superficie si ha pure

$$\frac{d\mathrm{W}}{dn}+\frac{d\mathrm{W}'}{dn'}=0,$$

donde consegue che la derivata normale della funzione associata W si mantiene continua attraverso ad ogni superficie materiale, sede d'una distribuzione semplice appartenente al sistema di masse di cui V è la funzione potenziale.

All'incontro non può essere, in un punto della superficie σ,

$$\frac{d(\mathrm{W}-\mathrm{W}')}{ds}=0$$

se in questo stesso punto non è anche, in forza della prima equazione $(1)_b$,

$$\frac{d\mathrm{V}}{dn}+\frac{d\mathrm{V}'}{dn'}=0;$$

dunque i valori che la funzione associata W prende sulle due faccie d'ogni superficie, sede d'una distribuzione semplice appartenente al sistema di masse di cui V è la funzione potenziale presentano necessariamente una differenza variabile da punto a punto.

Designando con h la densità d'una distribuzione semplice esistente sulla superficie σ, la massa compresa nella zona generata dall'arco $s_1 - s_0$ (supposto $s_1 > s_0$) è

$$= 2\pi \int_{s_0}^{s_1} hu\, ds\,,$$

ossia, in virtù della prima equazione $(1)_b$ e della nota espressione di h,

$$(2) \qquad = \frac{(W - W')_0 - (W - W')_1}{2}.$$

Questa formola, la quale assegna un significato molto semplice alla differenza $W - W'$, comprende come caso particolare quella già stabilita da Kirchhoff per le distribuzioni elettriche in equilibrio (*Zur Theorie des Condensators*, 1877, p. 103 delle *Gesammelte Abhandlungen*).

Quando la superficie σ si considera come la rappresentazione approssimata d'un conduttore elettrizzato, di spessore estremamente piccolo, in tutta l'estenzione del quale la funzione potenziale V abbia un valor costante, le due faccie della detta superficie sono, in generale, sedi di due distinte distribuzioni semplici. La carica della zona anzidetta, in ciascuna di queste due distribuzioni, è data (come risulta facilmente dalla considerazione delle prime equazioni dei due gruppi $(1)_a$, $(1)_a'$) da

$$(2)_a \qquad \frac{W_0 - W_1}{2} \quad \text{sulla faccia di normale } n,$$

$$(2)_a' \qquad \frac{W_1' - W_0'}{2} \quad \text{sulla faccia di normale } n'.$$

La formola (2) darebbe, in quest'ipotesi, la somma algebrica delle due cariche.

Nel caso particolare che la superficie σ sia piana, cioè che la linea s sia una retta perpendicolare all'asse di simmetria, e che la funzione potenziale V appartenga ad una distribuzione semplice esistente *unicamente* sul piano σ, si ha evidentemente

$$\frac{dV}{dn} = \frac{dV'}{dn'}$$

e quindi, in virtù delle due prime equazioni $(1)_a$, $(1)_a'$,

$$\frac{d(W+W')}{ds}=0 .$$

Se dunque σ è un'area piana circolare e se si dispone della costante additiva contenuta in W per guisa che sia $W=W'=0$ lungo il contorno dell'area, sarà $W=W'=0$ in ogni punto del piano *esterno* all'area e $W+W'=0$ in ogni punto dell'area stessa. Ciò posto, consideriamo un conduttore in forma di disco circolare, elettrizzato simmetricamente intorno all'asse, sotto l'influenza di forze elettriche esterne, pure simmetriche, le cui funzioni associate sieno v, w, per guisa che la somma $V+v$ sia costante in tutto il disco. Da ciò che precede e dall'osservare che in ogni punto di σ si ha $w=w'$, risulta che la carica della corona compresa fra l'orlo del disco ed il cerchio interno di raggio u è data da

$$(2)_a \qquad \frac{W+w-w_a}{2} \qquad \text{sulla faccia di normale } n,$$

$$(2)_a' \qquad \frac{W-w+w_a}{2} \qquad \text{sulla faccia di normale } n',$$

W essendo il valore che prende, sulla circonferenza di raggio u e sulla faccia di normale n, la funzione associata alla funzione potenziale dell'elettricità del disco e w, w_a essendo i valori di w sulla detta circonferenza e su quella di raggio a, supposto a il raggio del disco. La carica totale su amendue le faccie della detta corona è $=W$.

§ 2. *Determinazione d'una classe di funzioni associate.*

Le equazioni (1) esprimono che i due binomii

$$(3) \qquad V\,ds-\frac{W\,du}{u}=dV_1, \qquad V\,u\,du+W\,ds=dW_1$$

sono i differenziali esatti (nello spazio esterno alle masse potenzianti) di due nuove funzioni V_1, W_1, dalle quali le V, W dipendono mediante le formole

$$(3)_a \qquad V = \frac{dV_1}{dz}, \qquad W = -u\frac{dV_1}{du};$$

$$(3)_b \qquad V = \frac{1}{u}\frac{dW_1}{du}, \quad W = \frac{dW_1}{dz};$$

e poichè queste traggono con sè le relazioni

$$\frac{dW_1}{du} = u\frac{dV_1}{dz}, \qquad \frac{dW_1}{dz} = -u\frac{dV_1}{du}$$

che hanno l'identica forma delle (1), si conclude che le due nuove funzioni V_1, W_1 costituiscono, in generale (cioè prescindendo dalle altre proprietà necessarie delle funzioni associate, da verificarsi in ciascun caso particolare), il sistema d'una funzione potenziale (esterna) e della sua funzione associata.

Dalle formole $(3)_a$, $(3)_b$ risulta che mediante una sola funzione, sia potenziale, sia associata, si può formare una serie ascendente (per integrazione) ed una serie discendente (per derivazione) di coppie di funzioni associate. Il carattere generale delle funzioni V è contenuto nell'equazione di Laplace

$$(4) \qquad \frac{d}{du}\left(u\frac{dV}{du}\right) + \frac{d}{dz}\left(u\frac{dV}{dz}\right) = 0,$$

che risulta dalle (1) eliminando W; e quello delle funzioni W è contenuto nell'equazione

$$(4)_a \qquad \frac{d}{du}\left(\frac{1}{u}\frac{dW}{du}\right) + \frac{d}{dz}\left(\frac{1}{u}\frac{dW}{dz}\right) = 0,$$

che risulta dalle medesime (1) eliminando V. Di queste due equazioni differenziali parziali del second'ordine bisogna tener conto quando si forma, per integrazione, una serie ascendente di funzioni associate, nell'espressione delle quali intervengono funzioni arbitrarie.

Il più semplice esempio di funzione potenziale simmetrica è quello che risulta dall'ipotesi d'una massa unitaria concentrata in un punto dell'asse di simmetria.

Designando con c l'ordinata di questo punto, ponendo

$$r = \sqrt{u^2 + (z-c)^2}$$

e denotando con v, w le funzioni associate relative a questo caso si trova

$$(5) \qquad v = \frac{1}{r}, \qquad w = \frac{z-c}{r}$$

$$(5)_a \qquad v_1 = \log\frac{r+z-c}{u}, \qquad w_1 = r.$$

La funzione v_1, essendo monodroma, continua e finita colle sue derivate in tutti i punti dello spazio, ad eccezione di quelli dell'asse di simmetria ($u = 0$), è la funzione potenziale d'una distribuzione lineare lungo quest'asse. La densità di tale distribuzione è data da

$$-\frac{1}{2}u\frac{dv_1}{du}, \quad \text{ossia da} \quad \frac{1}{2}w, \quad \text{per} \quad u = 0:$$

questa densità è dunque $= \frac{1}{2}$ in tutti i punti dell'asse nei quali $z > c$ ed è $= -\frac{1}{2}$ in tutti quelli nei quali $z < c$. Le superficie equipotenziali di questa distribuzione sono coni di rotazione col vertice nel punto ($u = 0$, $z = c$), epperò le linee di forza ($w_1 =$ cost.) sono semi-circonferenze col centro in questo punto.

Le due funzioni v e w_1 hanno in comune una proprietà molto spiccata: sono, cioè, le sole funzioni di r (distanza del punto potenziato variabile da un punto fisso dell'asse) che rendano soddisfatte le equazioni caratteristiche (4), $(4)_a$.

Si dimostra molto facilmente, mediante le equazioni (1), che se (V, W), (v, w) sono due coppie *qualunque* di funzioni associate, il binomio

$$(6) \qquad V\,dw + W\,dv$$

è sempre un differenziale esatto (nello spazio esterno alle masse). Di qui segue, in particolare, con riguardo alle formole (5), che, qualunque sia il punto ($u = 0$, $z = c$), il binomio

$$(6)_a \qquad V\,d\frac{z-c}{r} + W\,d\frac{1}{r} = dP$$

è sempre il differenziale esatto d'una certa funzione P delle variabili u e z. Questa funzione non possede il carattere nè di una

funzione potenziale nè d'una funzione associata, poichè soddisfa all' equazione differenziale parziale

$$\frac{d}{du}\left(\frac{r^2}{u}\frac{dP}{du}\right)+\frac{d}{dz}\left(\frac{r^2}{u}\frac{dP}{dz}\right)=0:$$

ma vedremo in seguito ch' essa gode d' un' altra proprietà molto interessante.

Dalla forma lineare ed omogenea delle equazioni (1) apparisce senz' altro che se si hanno più coppie di funzioni associate (V, W), la somma ΣCV è una nuova funzione potenziale e la somma ΣCW è la corrispondente funzione associata (sempre nello spazio esterno a tutte le masse), C rappresentando un fattore costante, diverso per ciascuna coppia (V, W). Così, per esempio, se nelle due funzioni v_1, w_1 definite dalle equazioni $(5)_a$ si attribuiscono successivamente diversi valori alla costante c, si potrà porre

$$V_1=\Sigma C v_1\,,\qquad W_1=\Sigma C w_1\,,$$

dove a ciascun' ordinata c corrisponde una diversa costante C.

Essendo w_1 funzione della sola quantità r, la seconda di queste espressioni ha un carattere di maggior semplicità in confronto della prima. Perciò, scrivendo $f(c)$ in luogo di C e considerando un integrale in luogo d' una somma, porremo

$$U=\int_{c_0}^{c_1} f(c)\,r\,dc$$

e concluderemo dalle equazioni $(3)_b$, scrivendo U al posto W_1, che, qualunque sia la funzione $f(c)$, le due espressioni

$$V=\frac{1}{u}\frac{dU}{du}=\int_{c_0}^{c_1}\frac{f(c)\,dc}{r}\,,\qquad W=\frac{dU}{dz}=\int_{c_0}^{c_1}\frac{f(c)\,(z-c)\,dc}{r}$$

rappresentano il sistema d' una funzione potenziale e della corrispondente funzione associata.

Fintantochè la variabile d' integrazione c è reale, la prima delle due espressioni precedenti non è altro, evidentemente, che la funzione potenziale d' una distribuzione lineare sul segmento c_1-c_0 dell' asse di simmetria. Ma se si dà a c un valore com-

plesso e se si prende la parte reale del risultato, si ottengono funzioni potenziali d'altre distribuzioni. Facciamo, per esempio, $c = it$ e, mutando opportunamente la designazione della funzione arbitraria $f(c)$, poniamo

$$(7) \qquad U = \int_{-a}^{a} F'(t) \sqrt{u^2 + (z + it)^2}\, dt ,$$

dove a è una costante reale e positiva e dove $F(t)$ è una funzione reale, monodroma, continua e finita nell'intervallo da $t = 0$ a $t = a$, che si annulla per $t = 0$ e la cui derivata $F'(t)$ è proseguita nell'intervallo da $t = 0$ a $t = -a$ colla legge

$$F'(t) = F'(-t) .$$

In tali ipotesi il valore di U riesce di per sè stesso reale e le espressioni che se ne deducono per V e per W, cioè

$$(7)_a \quad V = \int_{-a}^{a} \frac{F'(t)\, dt}{\sqrt{u^2 + (z + it)^2}} , \qquad W = \int_{-a}^{a} \frac{F'(t)(z + it)\, dt}{\sqrt{u^2 + (z + it)^2}}$$

hanno significati molto interessanti, rappresentano, cioè, la funzione potenziale e la funzione associata d'una distribuzione simmetrica sul disco circolare di raggio a, giacente nel piano $z = 0$. Ciò verrà dimostrato nel § 4.

(Per maggiori svolgimenti intorno alle proprietà generali esposte nella prima parte di questo § e conducenti alle formole testè stabilite per V e W, si vegga la mia Nota del 1878 *Sulle funzioni potenziali di sistemi simmetrici intorno ad un asse*, inserita negli *Atti del R. Istituto Lombardo*).

§ 3. *Osservazioni retrospettive.*

La prima delle espressioni $(7)_a$ è, in sostanza, quella che già ottenni nel § 10 della Memoria *Sulla teoria delle funzioni potenziali simmetriche*, pubblicata nel 1881. Ivi essa si presentava come il risultato della trasformazione d'un'altra espressione di V, che formava il principale argomento del lavoro, ed io davo appunto termine a questo con un cenno sommario delle proprietà di quella formola. Ma ora credo opportuno di completare quei

cenni, prima di tutto considerando simultaneamente le *due* funzioni associate V e W, sotto le forme corrispondenti $(7)_a$, ed in secondo luogo dimostrandone le proprietà fondamentali indipendentemente da qualunque prenozione sulla natura e sul significato di esse, all'infuori di quella dell'essere esse due funzioni associate, la prima delle quali soddisfa visibilmente alle note condizioni di continuità e di convergenza (all'infinito) di una funzione potenziale.

V'è anche un'altra considerazione di massima per la quale credo utile stabilire direttamente le proprietà delle espressioni $(7)_a$: ed è l'intervento in queste espressioni d'una variabile complessa ausiliare. Il nesso intimo che vige fra la teoria del potenziale e quella delle funzioni di variabile complessa è noto da lungo tempo, specialmente per ciò che si riferisce ai potenziali logaritmici. Ma, più recentemente, esso è stato invocato utilmente anche nella risoluzione d'altre questioni relative al potenziale, ed in specie per quella dei condensatori elettrici, come si può vedere in Maxwel (*Treatise*, parte I, cap. XII), Kirchhoff (Memoria già citata), Betti (*Teorica delle forze newtoniane*, pag. 263). Nelle lezioni di Riemann (*Schwere, Elektricität und Magnetismus*) si fa uso dell'integrazione complessa nel calcolo delle componenti d'attrazione d'un cilindro ellittico finito. E non mancano altri esempii di consimili applicazioni. È probabile che l'uso delle variabili complesse, come strumento per la deduzione di funzioni potenziali più difficilmente trattabili con altri processi, si possa estendere ulteriormente, e sotto aspetti diversi. Ma mi sembra che fin d'ora s'intravegga molto chiaramente l'opportunità, per non dire la spontaneità, di tale applicazione a quella classe di funzioni potenziali che ho chiamato *simmetriche*, perchè appartengono a sistemi di masse simmetricamente distribuite intorno ad un asse rettilineo e dipendono perciò, come le logaritmiche, da due sole variabili indipendenti.

Ciò apparisce molto manifestamente dal già citato e bellissimo lavoro di Kirchhoff. Da un breve cenno contenuto nel *Jahrbuch ueber die Fortschritte der Mathematik*, t. XI, p. 752, rilevo che, in un lavoro del quale sfortunatamente non ho potuto prendere cognizione, Mehler aveva già svolto nel 1879, mediante espressioni della specie di quelle considerate nella citata mia

Memoria del 1881 e nella presente, una nuova soluzione del celebre problema di Poisson intorno a due conduttori sferici elettrizzati. Finalmente, alla pag. 523 delle *Wissenschaftliche Abhandlungen* di Helmholtz è inserita una breve Nota (in data del 1881) nella quale si fa cenno d'un principio di trasformazione del potenziale, che è fondato sull'uso dell'immaginario e che rientra nel genere di considerazioni cui ora alludo.

Del resto gli svolgimenti dei §§ successivi giustificano l'attenzione di cui mi sembrano meritevoli le formole $(7)_a$ e le proprietà che ora procedo a dimostrarne.

§ 4. *Proprietà delle funzioni associate definite nel § 2.*

Poniamo

$$(8)\qquad \sqrt{u^2+(z+it)^2}=S+iT\,,$$

donde

$$(8)_a\qquad u^2+z^2-t^2=S^2-T^2\,,\qquad zt=ST$$

e quindi

$$(8)_b\qquad \begin{aligned} S^2&=\tfrac{1}{2}\left[\sqrt{(u^2+z^2-t^2)^2+4z^2t^2}+u^2+z^2-t^2\right],\\ T^2&=\tfrac{1}{2}\left[\sqrt{(u^2+z^2-t^2)^2+4z^2t^2}-u^2-z^2+t^2\right],\end{aligned}$$

espressioni in cui il radicale deve prendersi in valore assoluto. Se si immagina fatto un taglio nel piano (uz) lungo la retta $z=0$, da $u=0$ ad $u=a$, il punto (u,z) non può mai compiere un giro intorno ad uno dei punti nei quali la quantità S diventa nulla nel corso dell'integrazione rispetto a t, epperò questa quantità non può mai cangiare di segno. Se dunque si conviene di prendere sempre positivamente il valore di S dato dalla prima delle equazioni $(8)_b$, bisogna, in virtù della seconda equazione $(8)_a$, dare sempre al valore di T, desunto dalla seconda equazione $(8)_b$, il segno del prodotto zt. Ne segue che, per $z=\pm 0$ e per t positivo, si ha

$$(8)_c\qquad \begin{aligned} S&=\sqrt{u^2-t^2}\,, & T&=0\,, &&\text{se } t<u\\ S&=0\,, & T&=\pm\sqrt{t^2-u^2} &&\text{se } t>u\end{aligned}$$

Delle due funzioni $(7)_a$ la prima evidentemente non cambia di valore nè di segno cambiando z in $-z$; la seconda invece conserva lo stesso valore assoluto, ma cangia di segno. Da quest' ultima proprietà risulta (§ 1) che la distribuzione di massa cui appartengono le due funzioni associate V e W giace sul piano $z=0$. Ora facendo $z=\pm 0$ si ha, per le equazioni $(8)_c$,

$$(9)\begin{cases} V=2\int_0^u \frac{F'(t)\,dt}{\sqrt{u^2-t^2}}, & W=\pm 2\int_u^a \frac{F'(t)\,t\,dt}{\sqrt{t^2-u^2}}, \quad \text{se } u<a, \\ V=2\int_0^a \frac{F'(t)\,dt}{\sqrt{u^2-t^2}}, & W=0, \quad \text{se } u>a, \end{cases}$$

dunque, per ciò che si avvertì alla fine del § 1, la detta distribuzione giace tutta entro il cerchio di raggio a ed è tale che la porzione di massa, che diremo E_u, contenuta fra questo cerchio ed il cerchio interno di raggio u, è data da

$$(9)_a \qquad E_u=2\int_u^a \frac{F(t)\,t\,dt}{\sqrt{t^2-u^2}}.$$

La carica totale è

$$(9)_b \qquad E=2F(a)$$

e la densità h in ogni punto della circonferenza di raggio u è data da

$$(9)_c \qquad h=-\frac{1}{2\pi u}\frac{dE_u}{du}.$$

Reciprocamente, data la densità h in funzione di u, si può determinare la corrispondente funzione $F'(t)$. Infatti dall' equazione precedente e dalla $(9)_a$ si deduce

$$\int_s^a uh(u)\sqrt{u^2-s^2}\,du=-\frac{1}{2\pi}\int_s^a \frac{dE_u}{du}\sqrt{u^2-s^2}\,du$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_s^a \frac{E_u\,u\,du}{\sqrt{u^2-s^2}}=\frac{1}{\pi}\int_s^a \frac{u\,du}{\sqrt{u^2-s^2}}\int_u^a \frac{F'(t)\,t\,dt}{\sqrt{t^2-u^2}}$$

ossia, invertendo l'ordine delle integrazioni colla regola di Diriclet,

$$-\frac{1}{\pi}\int_s^a F'(t)\,t\,dt\int_s^t \frac{u\,du}{\sqrt{(t^2-u^2)(u^2-s^2)}} = \tfrac{1}{2}\int_s^a F'(t)\,t\,dt.$$

Si ha dunque per ogni valore di t compreso fra 0 ed a,

$$\int_t^a F'(t)\,t\,dt = 2\int_t^a uh(u)\sqrt{u^2-t^2}\,du,$$

epperò, derivando rispetto a t, si ottiene il cercato valore di $F'(t)$ sotto la forma

$$(10) \qquad F'(t) = 2\int_t^a \frac{h(u)\,u\,du}{\sqrt{u^2-t^2}}.$$

A riprova di quest'espressione, si può osservare che essa, sostituita nell'equazione $(9)_a$, dà

$$E_u = 2\pi\int_u^a h(u)\,u\,du,$$

formola che riproduce per l'appunto la definizione di E_u.

D'altra parte, scrivendo $V(u)$ in luogo di V nel primo membro della prima equazione (9), si ha da questa stessa equazione

$$\int_0^s \frac{V(u)\,u\,du}{\sqrt{s^2-u^2}} = 2\int_0^s \frac{u\,du}{\sqrt{s^2-u^2}}\int_0^u \frac{F'(t)\,dt}{\sqrt{u^2-t^2}}$$

$$= 2\int_0^s F'(t)\,dt\int_t^s \frac{u\,du}{\sqrt{(s^2-u^2)(u^2-t^2)}} = \pi\,F(s).$$

Quindi se si prende per $F(t)$ la funzione

$$(10)_a \qquad F(t) = \frac{1}{\pi}\int_0^t \frac{V(u)\,u\,du}{\sqrt{t^2-u^2}},$$

si ottengono dalle equazioni $(7)_a$ le due funzioni associate relative a *quella* distribuzione per la quale la funzione potenziale

prende sul disco i *dati* valori $V(u)$, valori che devono supporsi continui e finiti.

Anche di questo risultato possiamo ottenere la verificazione osservando che la precedente espressione di $F(t)$, scritta nella forma

$$F(t) = -\frac{1}{\pi}\int_0^t V(u)\frac{d\sqrt{t^2-u^2}}{du}du$$

$$= \frac{1}{\pi}V(0)\,t + \frac{1}{\pi}\int_0^t V'(u)\sqrt{t^2-u^2}\,du$$

dà

$$F'(t) = \frac{1}{\pi}V(0) + \frac{t}{\pi}\int_0^t \frac{V'(u)\,du}{\sqrt{t^2-u^2}},$$

il qual valore di $F'(t)$, sostituito nella prima dell' equazioni (9) dà alla sua volta

$$V = \frac{2}{\pi}V(0)\int_0^u \frac{dt}{\sqrt{u^2-t^2}} + \frac{2}{\pi}\int_0^u \frac{t\,dt}{\sqrt{u^2-t^2}}\int_0^t \frac{V'(s)\,ds}{\sqrt{t^2-s^2}}$$

$$= V(0) + \frac{2}{\pi}\int_0^u V'(s)\,ds\int_s^u \frac{t\,dt}{\sqrt{(u^2-t^2)(t^2-s^2)}} = V(u),$$

come appunto dev' essere.

Le formole (10), $(10)_a$ rendono possibile la determinazione, mediante le equazioni $(7)_a$, delle due funzioni associate relative a qualunque distribuzione simmetrica semplice sul disco di raggio a, quando sia data o la densità h di tale distribuzione, od il valore V che la funzione potenziale deve prendere in ogni punto del disco stesso.

§ 5. *Applicazioni delle formole precedenti.*

Facciamo subito alcune applicazioni semplici dei precedenti teoremi, le quali ci serviranno di base per la trattazione di successivi problemi d' indole diversa.

Per ottenere le formole relative alla distribuzione *in equilibrio* sul disco, si porrà nell' equazione $(10)_a$ $V(u) = 1$ e si troverà

$$(11) \qquad F(t) = \frac{t}{\pi} .$$

Le equazioni $(7)_a$, $(9)_a$, $(9)_b$, $(9)_c$ danno in tal caso i risultati noti, che non è necessario di quì trascrivere.

Per ottenere invece le formole relative alla distribuzione *uniforme*, si porrà nell' equazione (10) $h(u) = 1$ e si troverà

$$(12) \qquad F'(t) = 2\sqrt{a^2 - t^2} ,$$

donde, per le equazioni $(7)_a$,

$$(12)_a \quad V = 2\int_{-a}^{a} \frac{dt\sqrt{a^2 - t^2}}{\sqrt{u^2 + (z + it)^2}} , \qquad W = 2\int_{-a}^{a} \frac{dt(z + it)\sqrt{a^2 - t^2}}{\sqrt{u^2 + (z + it)^2}} ,$$

espressioni molto notevoli per la loro semplicità e dalle quali si possono ricavare molto facilmente le analoghe funzioni V, W per il cilindro retto omogeneo, terminato a due sezioni rette.

Consideriamo, in vista di una successiva applicazione, la distribuzione in cui la densità h è inversamente proporzionale al cubo della distanza del punto cui la densità si riferisce da un punto $(z = c)$ dell' asse di simmetria. Si ha in questo caso, denotando con b una costante,

$$h = \frac{b}{r^3} , \qquad \text{dove} \qquad r^2 = u^2 + c^2 ,$$

epperò l' equazione (10) dà

$$F'(t) = 2b\int_t^a \frac{u\,du}{r^3\sqrt{u^2 - t^2}} = 2b\int_{\sqrt{c^2+t^2}}^{\sqrt{c^2+a^2}} \frac{dr}{r^2\sqrt{r^2 - c^2 - t^2}}$$

$$= \frac{2b}{c^2 + t^2}\int_{\sqrt{c^2+t^2}}^{\sqrt{c^2+a^2}} d\sqrt{1 - \frac{c^2 + t^2}{r^2}} .$$

cioè

$$(13) \qquad F'(t) = \frac{2b\sqrt{a^2 - t^2}}{r_0(c^2 + t^2)} , \quad \text{dove} \quad r_0^2 = a^2 + c^2 .$$

Fermiamoci un poco più sulla distribuzione elettrica provocata per induzione nel disco, comunicante col suolo, da un' unità elettrica positiva collocata nel punto ($u = 0$, $z = c > 0$). Ponendo a tal fine nell' equazione $(10)_a$

$$V(u) = -\frac{1}{\sqrt{c^2+u^2}}$$

si ottiene

$$F(t) = -\frac{1}{\pi}\int_0^t \frac{u\,du}{\sqrt{(c^2+u^2)(t^2-u^2)}} = -\frac{1}{\pi}\,\text{Arc}\cos\frac{c}{\sqrt{c^2+t^2}},$$

donde

$$(14) \qquad F'(t) = -\frac{c}{\pi(c^2+t^2)}.$$

Sostituendo questo valore nelle equazioni $(7)_a$ si ha

$$(14)_a \qquad \begin{cases} V = -\dfrac{c}{\pi}\displaystyle\int_{-a}^{a}\frac{dt}{(c^2+t^2)\sqrt{u^2+(z+it)^2}}, \\[2ex] W = -\dfrac{c}{\pi}\displaystyle\int_{-a}^{a}\frac{(z+it)\,dt}{(c^2+t^2)\sqrt{u^2+(z+it)^2}}. \end{cases}$$

Alla superficie del disco si ha, in virtù delle formole (9),

$$(14)_b \quad W = \mp\frac{2c}{\pi}\,\frac{1}{\sqrt{c^2+u^2}}\,\text{Arc}\cos\sqrt{\frac{c^2+u^2}{c^2+a^2}}, \quad z = \pm 0.$$

Per calcolare le cariche su ciascuna delle due faccie separatamente, si osservi (cfr. la fine del § 1) che le funzioni associate relative al sistema costituito dal punto inducente e dallo strato indotto sono, ricordando le formole (5),

$$\frac{1}{r}+V, \quad \frac{z-c}{r}+W, \quad \text{dove} \quad r = \sqrt{u^2+(z-c)^2}.$$

Alla superficie del disco la seconda di queste funzioni diventa, per la formola $(14)_b$,

$$-\frac{c}{r}\left\{1 \pm \frac{2}{\pi}\,\text{Arc}\cos\frac{r}{r_0}\right\},$$

dove $r = \sqrt{a^2 + c^2}$, $r_0 = \sqrt{a^2 + c^2}$ e dove il segno superiore corrisponde alla faccia rivolta verso il punto inducente, l'inferiore alla faccia opposta. Ne risulta che la carica E_u è, per la prima faccia,

$$E_u = -\frac{c}{\pi r}\,\text{Arc}\cos\frac{r}{r_0} - \frac{c}{2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)$$

e per la seconda

$$E_u' = -\frac{c}{\pi r}\,\text{Arc}\cos\frac{r}{r_0} + \frac{c}{2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right).$$

Di quì deduconsi facilmente la carica totale, la densità su ciascuna faccia, ecc. Una più minuta discussione di questo caso d'induzione può trovarsi in una mia Nota *Intorno ad alcune questioni d' elettrostatica* (Atti del R. Istituto Lombardo, 1877), dove ho già dato le espressioni delle due funzioni associate sotto un'altra forma, di cui mostrerò più tardi (§ 10) il nesso colla presente.

§ 6. *Teorema d' inversione.*

Ritorniamo nuovamente al caso d'un sistema simmetrico qualunque e, designando con c un'ordinata costante, poniamo

(15) $$u + i(z - c) = \xi, \quad u - i(z - c) = \eta, \quad i = \sqrt{-1}.$$

Introducendo queste nuove variabili ξ, η al posto delle u, z nelle funzioni V, W, le equazioni fondamentali (1) diventano

$(15)_a$ $$\frac{dW}{d\xi} = i\,\frac{\xi + \eta}{2}\,\frac{dV}{d\xi}, \qquad \frac{dW}{d\eta} = -i\,\frac{\xi + \eta}{2}\,\frac{dV}{d\eta}.$$

Si eseguisca ora l'inversione (per raggi vettori reciproci) rispetto al punto ($u = 0$, $z = c$) come centro, col raggio r_0, e si denotino con u', z' le coordinate del punto reciproco di (u, z). Ponendo

(15)' $$u' + i(z' - c) = \xi', \qquad u' - i(z' - c) = \eta',$$

tale inversione è rappresentata dalle formole semplicissime

$(15)_b$ $$\xi\eta' = \xi'\eta = r_0^2.$$

Sieno V', W' le funzioni associate relative ad un sistema di masse esistenti nello spazio (u', z'): considerando queste funzioni come formate colle variabili ξ', η', avremo $(15)_a$

$$(15)_a' \quad \frac{dW'}{d\xi'} = i\,\frac{\xi'+\eta'}{2}\,\frac{dV'}{d\xi'}, \qquad \frac{dW'}{d\eta'} = -i\,\frac{\xi'+\eta'}{2}\,\frac{dV'}{d\eta'}.$$

Ma, in virtù delle relazioni $(15)_b$, le funzioni V', W' si possono anche concepire formate colle variabili ξ, η: in tale ipotesi le precedenti equazioni $(15)_a'$ diventano

$$\frac{dW'}{d\xi} = -i\,\frac{\xi+\eta}{2\xi\eta}\,r_0^2\,\frac{dV'}{d\xi}, \qquad \frac{dW'}{d\eta} = i\,\frac{\xi+\eta}{2\xi\eta}\,r_0^2\,\frac{dV'}{d\eta},$$

donde

$$\frac{dW'}{d\xi} \pm \frac{dW'}{d\eta} = -i\,\frac{\xi+\eta}{2\xi\eta}\,r_0^2\left\{\frac{dV'}{d\xi} \mp \frac{dV'}{d\eta}\right\}.$$

Di quì, riponendo al posto delle variabili ξ, η le primitive coordinate u, z, si ricavano le relazioni seguenti

$$(16) \qquad \frac{dW'}{du} = -\frac{r_0^2 u}{r^2}\,\frac{dV'}{dz}, \qquad \frac{dW'}{dz} = \frac{r_0^2 u}{r^2}\,\frac{dV'}{du},$$

dove

$$r = \sqrt{u^2 + (z-c)^2}\,.$$

Sono queste le relazioni che hanno luogo fra due funzioni associate V', W' quando queste sono espresse non già colle *proprie* variabili u', z', ma colle variabili *inverse* u, z.

Ora dalla teoria dell'inversione è noto che, se V è la funzione potenziale d'un sistema di masse, la funzione potenziale V' del sistema inverso si ottiene operando l'inversione delle variabili nella funzione

$$V' = CVr,$$

dove C è una costante da determinarsi opportunamente ed r è la distanza del punto variabile (u, z) dal centro d'inversione. Sostituendo questo valore di V' nelle equazioni (16) si ottiene

$$\frac{dW'}{du} = -\frac{Cr_0^2 u}{r}\,\frac{dV}{dz} - \frac{Cr_0^2 u(z-c)}{r^3}\,V,$$

$$\frac{dW'}{dz} = \frac{Cr_0^2 u}{r}\,\frac{dV}{du} + \frac{Cr_0^2 u^2}{r^3}\,V,$$

ossia, in virtù delle equazioni (1),

$$\frac{dW'}{du}+\frac{Cr_0^2}{r}\frac{dW}{du}=-\frac{Cr_0^2u(z-c)}{r^3}V,$$

$$\frac{dW'}{dz}+\frac{Cr_0^2}{r}\frac{dW}{dz}=\frac{Cr_0^2u^2}{r^3}V,$$

dove W è la funzione associata della primitiva funzione potenziale V. Di quì risulta

$$d\left(W'+\frac{Cr_0^2}{r}W\right)=Cr_0^2\left\{Vd\frac{z-c}{r}+Wd\frac{1}{r}\right\},$$

epperò, introducendo la funzione P definita dall'equazione (6)$_2$, si conclude

$$(17)\qquad V'=CVr,\qquad W'=Cr_0^2\left(P-\frac{W}{r}\right).$$

Per avere dunque le funzioni V', W', formate colle coordinate inverse u', z' basta operare l'inversione delle coordinate u, z, dei secondi membri di queste ultime equazioni.

Ma vi è di più. Tale inversione può essere rappresentata dalle relazioni

$$rr'=r_0^2,\qquad \frac{z'-c}{r'}=\frac{z-c}{r},$$

dove

$$r'=\sqrt{u'^2+(z'-c)^2};$$

ora dalle equazioni (17), in virtù di queste relazioni, si trae

$$V'd\frac{z'-c}{r'}+W'd\frac{1}{r'}$$

$$=CVrd\frac{z-c}{r}+C\left(Pdr-\frac{Wdr}{r}\right)$$

$$=CPdr+Cr\left(Vd\frac{z-c}{r}+Wd\frac{1}{r}\right)$$

$$=d(CPr);$$

dunque la funzione P ha quest'importante proprietà, che mentre, *prima* dell'inversione, si ha

$$(17)_a \qquad V d\frac{z-c}{r} + W d\frac{1}{r} = dP,$$

dopo l'inversione si ha

$$(17)_a' \qquad V' d\frac{z'-c}{r'} + W' d\frac{1}{r'} = dP',$$

dove si è posto

$$(17)_b \qquad P' = CPr.$$

In altre parole: operando sulla funzione P, definita dall'equazione $(17)_a$, al modo stesso in cui si opera sulla funzione potenziale V per avere la funzione potenziale V' del sistema inverso, cioè mutando P in $P' = CPr$ ed invertendo poscia le variabili, si ottiene una funzione P' delle variabili u', z' la quale somministra le due funzioni associate V', W' del sistema inverso precisamente nello stesso modo, $(17)_a'$, in cui la funzione P delle variabili u, z somministrava, $(17)_a$, le due funzioni associate del sistema primitivo.

Questo teorema completa, nel caso dei sistemi simmetrici, il principio d'inversione stabilito da W. Thomson per le sole funzioni potenziali. Esso è già stato da me dimostrato nella sovracitata Nota *Sulle funzioni potenziali di sistemi simmetrici intorno ad un asse* (Atti del R. Istituto Lombardo, 1878). Ma sebbene esso sia ivi presentato in una forma egualmente generale, le variabili colle quali sono formate le funzioni analoghe a P e P' si prestano meno agevolmente delle attuali alle applicazioni che si hanno in vista nel presente lavoro.

Si osservi che dall'equazione $(17)_a$ segue

$$(17)_c \qquad \begin{cases} V = r\left(\dfrac{dP}{dz} - \dfrac{z-c}{u}\dfrac{dP}{du}\right), \\[2ex] W = -ru\left(\dfrac{dP}{du} + \dfrac{z-c}{u}\dfrac{dP}{dz}\right). \end{cases}$$

Dalla $(17)_a'$ si hanno due relazioni analoghe fra P', V', W', u', z'. Ma è più comodo giovarsi delle equazioni (17), sostituendo in esse i precedenti valori di V, W. Così le funzioni V', W', vengono espresse per mezzo della sola P e non resta che operare nei risultati l'inversione delle variabili.

§ 7. *Applicazione alle funzioni associate della calotta sferica.*

Calcoliamo la funzione P relativa ad una distribuzione simmetrica sul solito disco circolare, relativa, cioè al caso che le funzioni V, W sieno del tipo $(7)_a$.

Ponendo, per un momento,

$$z = c + r\cos\theta, \qquad c + it = s,$$

le dette funzioni V, W diventano

$$V = \int_{-a}^{a} \frac{F'(t)\,dt}{\sqrt{r^2 + 2rs\cos\theta + s^2}},$$

$$W = \int_{-a}^{a} \frac{F'(t)(r\cos\theta + s)\,dt}{\sqrt{r^2 + 2rs\cos\theta + s^2}},$$

Usando il simbolo δ come caratteristico d'una differenziazione relativa alle sole variabili r e θ, si trova

$$V\delta\frac{z-c}{r} + W\delta\frac{1}{r}$$

$$= \int_{-a}^{a} \frac{\delta\cos\theta + (r\cos\theta + s)\,\delta\dfrac{1}{r}}{\sqrt{r^2 + 2rs\cos\theta + s^2}} F'(t)\,dt$$

$$= \int_{-a}^{a} \frac{\delta\dfrac{\cos\theta}{r} + s\dfrac{1}{r}\,\delta\dfrac{1}{r}}{\sqrt{1 + 2s\dfrac{\cos\theta}{r} + \dfrac{s^2}{r^2}}} F'(t)\,dt$$

$$= \int_{-a}^{a} \frac{F'(t)\,dt}{s}\,\delta\frac{\sqrt{r^2 + 2rs\cos\theta + s^2}}{r}.$$

Di quì segue immediatamente che la cercata funzione P è data da

$$(18) \qquad P = \frac{1}{r}\int_{-a}^{a} \frac{F'(t)\sqrt{u^2 + (z + it)^2}\,dt}{c + it}$$

e che per conseguenza si ha

$$(18)' \qquad P' = C \int_{-a}^{a} \frac{F'(t)\sqrt{u^2 + (z+it)^2}\,dt}{c+it},$$

formola in cui le coordinate u, z devono intendersi sostituite dalle loro espressioni in funzione delle coordinate u', z' del punto reciproco.

Mediante la funzione P' così determinata si possono, in base al teorema ed alle formole del § precedente, assegnare le funzioni associate d'ogni distribuzione inversa d'una distribuzione simmetrica sul disco circolare, cioè le *funzioni associate d'ogni distribuzione simmetrica sopra una calotta sferica.*

Così, per esempio, dando ad $F'(t)$, la forma (13) e quindi prendendo per P' la funzione

$$P' = \frac{2bC}{r_0} \int_{-a}^{a} \frac{\sqrt{(a^2-t^2)[u^2+(z+it)^2]}\,dt}{(c^2+t^2)(c+it)};$$

indi trasformando le coordinate u, z nelle inverse u', z' e ricavando le funzioni V', W' nei diversi modi indicati nel § precedente, si otterrebbero le funzioni associate d'una calotta sferica di densità *costante.*

Così ancora, dando ad $F(t)$ la forma (11) ed alla costante C il valore $-\frac{1}{r_0^2}$, con che si ottiene

$$P' = -\frac{1}{\pi r_0^2} \int_{-a}^{a} \frac{\sqrt{u^2+(z+it)^2}}{c+it}\,dt,$$

indi eseguendo le stesse operazioni, si otterrebbero le funzioni associate della distribuzione indotta sopra una calotta sferica comunicante col suolo da un'unità elettrica positiva collocata nel polo esterno della calotta stessa (1).

In generale, la conoscenza dell'espressione (18)' permette di risolvere, rispetto alle distribuzioni simmetriche sopra una ca-

(1) Chiamo poli di una calotta i due centri di questa sulla superficie sferica cui la calotta appartiene.

lotta sferica, gli stessi problemi che le formole $(7)_a$ permettono di risolvere rispetto a quelle sopra un disco circolare, e la simultanea dipendenza da P' di ambedue le funzioni V', W' fa sì che ogni qualvolta riesce determinabile la funzione potenziale, riescono determinabili eziandio le linee di forza.

Il primo problema relativo a distribuzioni di materia sopra una calotta sferica fu trattato da Green nel celebre *Essay* (*Papers*, p. 57). Ivi l'illustre Autore espone una soluzione approssimata del problema di determinare la funzione potenziale dell'elettricità in equilibrio sopra un conduttore sferico cavo, dotato d'una piccola apertura circolare. Questa soluzione, sommamente ingegnosa, e notevolissima anche per ciò che ha potuto servire di guida in altre importanti ricerche di fisica matematica non era tuttavia atta a dar lume per la trattazione rigorosa dell'analogo problema nel caso di un'apertura d'ampiezza finita. Sir W. Thomson è stato il primo ad affrontare la soluzione di questo problema, anche nel caso dell'induzione da un punto esterno, ed a trovare la legge della densità elettrica, ch'egli diede senza dimostrazione nel 1847 (*Journal de Liouville*, A. 1847 e *Reprint*, p. 152-154). Molto tempo prima che questi facesse conoscere la dimostrazione delle sue formole (*Reprint*, p. 178-191), Lipschitz determinò completamente la funzione potenziale della calotta sferica, tanto nel caso della distribuzione in equilibrio, quanto in quello della distribuzione indotta da un punto esterno (Giornale di Crelle, T. 61). Più recentemente Betti (*Teorica delle forze newtoniane*, p. 241) e C. Neumann (Memorie della Società Reale di Lipsia, T. XII) ripigliarono, con metodi in parte diversi dai precedenti, lo studio delle medesime questioni, le quali si possono ora considerare come compiutamente dilucidate.

Nel caso dell'induzione da un punto esterno, non collocato sull'asse della calotta, la distribuzione elettrica su questa non è nè può essere simmetrica rispetto all'asse medesimo, e però questo caso esce dal campo d'applicazione delle nostre formole. Ma quando si tratta della distribuzione in equilibrio o di quella indotta da un punto dell'asse, la distribuzione è simmetrica e le formole dimostrate permettono di determinarne le due funzioni associate, cioè non solo la funzione potenziale, ma eziandio le linee di forza.

Noi ci tratterremo alquanto, nel seguente §, sul caso della distribuzione in equilibrio, non solo perchè è il più interessante ma specialmente perchè è quello che, nel metodo, del resto elegantissimo, di Thomson, si deduce con artifizio maggiore.

§ 8. *Della distribuzione elettrica in equilibrio sopra una calotta sferica.*

Nel § 5 abbiamo già dedotto le formole relative all' induzione provocata nel disco circolare di raggio a, col centro nell' origine da un punto unitario ($u = 0$, $z = c > 0$) dell' asse di simmetria. L' inversione, eseguita rispetto a questo punto come centro, col raggio $r_0 = \sqrt{a^2 + c^2}$, fa conoscere la distribuzione elettrica in equilibrio sulla calotta sferica avente per orlo l' orlo del disco e per polo esterno il centro d' inversione. Dando poi alla costante C il valore -1, si ottiene così quella particolare distribuzione per la quale il valore costante della funzione potenziale in ogni punto della calotta è $= 1$ e per la quale quindi la carica totale è quella che chiamasi *capacità elettrica* della calotta.

Per isvolgere questo caso, basta porre nell' equazione (18) il valore (14) di $F'(t)$, nel qual modo si ha

$$(19) \qquad P = -\frac{c}{\pi r}\int_{-a}^{a}\frac{\sqrt{u^2 + (z+it)^2}\,dt}{(c^2+t^2)(c+it)}.$$

Sostituendo quest' espressione, insieme colle $(14)_3$, nelle formole (17), e facendo $C = -1$, si troveranno le funzioni associate V' e W' della distribuzione elettrica di livello potenziale $= 1$ sulla calotta sferica, funzioni nelle quali non resterà che da eseguire l' inversione delle coordinate u, z nelle u' z'. Noi non trascriveremo queste espressioni, e ci limiteremo a far notare che in tutti gli integrali che in esse compaiono non entra altra irrazionalità che la radice quadrata d' un polinomio di 2° grado rispetto alla variabile d' integrazione t, talchè i detti integrali sono tutti esprimibili per funzioni algebriche, circolari e logaritmiche. Le coordinate curvilinee introdotte dagli altri metodi per l' espressione finita di V sono, o possono considerarsi come il natu-

rale risultato delle sostituzioni che converrebbe di fare per agevolare l'esecuzione delle sopraddette integrazioni.

Mostriamo piuttosto come dal metodo quì tenuto si possa trarre facilmente partito per la determinazione completa della distribuzione elettrica in equilibrio sulla calotta.

La funzione (19) può scriversi, in virtù della formola (8), nel modo seguente

$$P = -\frac{c}{\pi r}\int_{-a}^{a} \frac{cS + tT}{(c^2 + t^2)^2}\, dt\,,$$

od anche in quest'altro modo

$$P = \frac{1}{\pi r}\left\{ c\frac{d}{dc}\int_0^a \frac{S\,dt}{c^2 + t^2} + \frac{d}{dc}\int_0^a \frac{T\,t\,dt}{c^2 + t^2}\right\}.$$

Per $z = \pm 0$ si ha (8)c

$$\int_0^a \frac{S\,dt}{c^2+t^2} = \int_0^u \frac{dt\sqrt{u^2 - t^2}}{c^2 + t^2} = \frac{\pi}{2}\left(\frac{r}{c} - 1\right), \quad r = \sqrt{u^2 + c^2}\,,$$

$$\int_0^a \frac{T\,t\,dt}{c^2 + t^2} = \pm\int_u^a \frac{t\,dt\sqrt{t^2 - u^2}}{c^2 + t^2} = \pm\left(\sqrt{a^2 - u^2} - r \operatorname{Arc\,tg}\frac{\sqrt{a^2 - u^2}}{r}\right);$$

quindi

$$\frac{d}{dc}\int_0^a \frac{S\,dt}{c^2 + t^2} = \frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{r} - \frac{r}{c^2}\right),$$

$$\frac{d}{dc}\int_0^a \frac{T\,t\,dt}{c^2 + t^2} = \pm\left(\frac{c\sqrt{a^2 - u^2}}{r_0^2} - \frac{c}{r}\operatorname{Arc\,tg}\frac{\sqrt{a^2 - u^2}}{r}\right)$$

$$= \pm\left(\frac{c\sqrt{r_0^2 - r^2}}{r_0^2} - \frac{c}{r}\operatorname{Arc\,cos}\frac{r}{r_0}\right),$$

epperò

$$P = \frac{c}{\pi r^2}\left\{\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{r^2}{c^2}\right) \pm \frac{r\sqrt{r_0^2 - r^2}}{r_0^2} \mp \operatorname{Arc\,cos}\frac{r}{r_0}\right\}, \quad z = \pm 0.$$

Per $u = a$, cioè per $r = r_0$, questa quantità si riduce a

$$\frac{c}{\pi r_0^2} \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{r_0^2}{c^2}\right),$$

ossia a

$$\frac{c}{\pi r^2} \frac{\pi}{2} \left(\frac{r^2}{r_0^2} - \frac{r^2}{c^2}\right).$$

Aggiungendo a P questa quantità *costante*, presa con segno negativo, il che è manifestamente lecito, si ottiene

$$\mathrm{P} = \frac{c}{\pi r^2} \left\{ \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) \pm \frac{r\sqrt{r_0^2 - r^2}}{r_0^2} \mp \operatorname{Arc\,cos} \frac{r}{r_0} \right\}, \quad s = \pm 0.$$

Se si sostituisce questo valore di P, insieme con quello di W dato dall'equazione $(14)_b$ ed equivalente a

$$\mathrm{W} = \mp \frac{2c}{\pi r} \operatorname{Arc\,cos} \frac{r}{r_0}, \qquad s = \pm 0,$$

nella seconda delle equazioni (17) e se si fa in questa $\mathrm{C} = -1$, si ottiene

$$\mathrm{W}' = \frac{c r_0^2}{\pi r^2} \left\{ \frac{\pi}{2} \left(\frac{r^2}{r_0^2} - 1\right) \mp \frac{r\sqrt{r_0^2 - r^2}}{r_0^2} \mp \operatorname{Arc\,cos} \frac{r}{r_0} \right\}, \quad s = \pm 0;$$

e se finalmente si opera l'inversione rappresentata da $r\rho = r_0^2$ (dove ρ sta in luogo di r') si trova

$$(19)_a \quad \mathrm{W}' = \frac{\rho^2}{2\pi \mathrm{R}} \left\{ \frac{\pi}{2} \left(\frac{\rho_0^2}{\rho^2} - 1\right) \mp \frac{\rho_0\sqrt{\rho^2 - \rho_0^2}}{\rho^2} \mp \operatorname{Arc\,cos} \frac{\rho_0}{\rho} \right\},$$

dove R è il raggio della superficie sferica di cui fa parte la calotta considerata, cioè dove si è posto

$$\frac{r_0^2}{c} = 2\mathrm{R}, \qquad r_0 = \rho_0.$$

Dietro quanto precede, questa quantità W' è dunque il valore che la funzione associata della distribuzione in equilibrio sulla calotta sferica di raggio R prende nei punti della calotta stessa, e propriamente i segni superiori appartengono ai punti della faccia *convessa* della calotta (i quali corrispondono per inversione a quelli della faccia del disco rivolta al punto inducente, cioè

a quelli per i quali $s = +0$), mentre i segni inferiori appartengono ai punti della faccia *concava* (i quali corrispondono a quelli della faccia $s = -0$ del disco): ρ è la distanza del punto cui si riferisce W' dal polo esterno della calotta, ρ_0 è il valore di ρ nei punti dell'orlo terminale della calotta. Per $\rho = \rho_0$ la funzione W' si annulla, epperò essa passa con continuità dai valori positivi che possiede sulla faccia concava ai valori negativi che possiede sulla faccia convessa.

Rammentando le convenzioni su cui furono fondate le formole $(2)_a$, $(2)_a'$, si vedrà che le cariche della zona compresa fra l'orlo della calotta ed il parallelo (ρ) sono date rispettivamente da

$$+\frac{1}{2}W_\rho' \qquad \text{per la faccia concava,}$$

$$-\frac{1}{2}W_\rho' \qquad \text{per la faccia convessa.}$$

Designando dunque queste cariche con E_ρ, E_ρ' si ha $(19)_a$

$$(19)_b \quad \begin{cases} E_\rho = \dfrac{\rho^2}{4\pi R}\left(\text{Arc cos}\,\dfrac{\rho_0}{\rho} + \dfrac{\rho_0\sqrt{\rho^2-\rho_0^2}}{\rho^2}\right) - \dfrac{\rho^2-\rho_0^2}{8R}\,. \\[2ex] E_\rho' = \dfrac{\rho^2}{4\pi R}\left(\text{Arc cos}\,\dfrac{\rho_0}{\rho} + \dfrac{\rho_0\sqrt{\rho^2-\rho_0^2}}{\rho^2}\right) + \dfrac{\rho^2-\rho_0^2}{8R}\,, \end{cases}$$

Le cariche totali, E ed E', sulle dette due faccie, si ottengono facendo $\rho = 2R$ e sono facilmente riducibili alle forme

$$(19)_c \quad \begin{cases} E = \dfrac{a+s}{2\pi} - \dfrac{a^2 R}{2\rho_0^2}\,, \\[2ex] E' = \dfrac{a+s}{2\pi} + \dfrac{a^2 R}{2\rho_0^2}\,, \end{cases}$$

dove s è il raggio sferico della calotta, cioè l'arco generatore di questa: la capacità elettrica della calotta è dunque data da

$$(19)_d \qquad E + E' = \frac{a+s}{\pi}\,,$$

formola semplice ed elegante già notata da Betti e trovata pure da Neumann.

Se con ε s'indica l'angolo formato da un raggio R diretto

all'orlo della calotta con quello diretto al polo esterno di questa si ha

$$s = (\pi - \varepsilon) R, \qquad a = R \operatorname{sen} \varepsilon, \qquad \rho_0 = 2 R \operatorname{sen} \frac{\varepsilon}{2}$$

e quindi $(19)_c$

$$E = \frac{R}{2} \left(\operatorname{sen}^2 \frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon - \operatorname{sen} \varepsilon}{\pi} \right),$$

$$E' = \frac{R}{2} \left(1 + \cos^2 \frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon - \operatorname{sen} \varepsilon}{\pi} \right).$$

Per piccoli valori di ε si ha di quì

$$E = R \left(\frac{\varepsilon^2}{8} - \frac{\varepsilon^3}{12\pi} \right), \qquad E' = R \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{8} - \frac{\varepsilon^3}{12\pi} \right),$$

$$E + E' = R \left(1 - \frac{\varepsilon^3}{6\pi} \right).$$

Queste formole possono servire di complemento ai risultati dell' ingegnosa analisi approssimata di Green, cui abbiamo già fatto allusione (§ 7).

Dalle espressioni $(19)_b$ si desumono quelle delle densità h, h' sulle due faccie concava e convessa, mediante le formole

$$(19)_e \qquad h = \frac{1}{2\pi\rho} \frac{dE_\rho}{d\rho}, \qquad h' = \frac{1}{2\pi\rho} \frac{dE_\rho'}{d\rho},$$

e queste, sviluppate, riproducono i valori che si trovano cogli altri metodi, i quali non conducono direttamente alle formole $(19)_b$. Omettiamo di dare tale sviluppo e facciamo invece un'osservazione su questi valori delle densità.

§ 9. *Breve digressione.*

La differenza delle cariche sulle due faccie d'una medesima zona è data, per le formole $(19)_b$, da

$$E_\rho' - E_\rho = \frac{\rho^2 - \rho_0^2}{4R} = \frac{\sigma}{4\pi R},$$

dove σ è l'area della zona. Ne risulta $(19)_e$ che la differenza delle densità sulle due faccie è costante in ogni punto ed

$$= \frac{1}{4\pi R}.$$

Per comprendere *a priori* la ragione di questo fatto, il quale non è peculiare al caso della calotta, consideriamo la funzione potenziale

$$V = \int \frac{h\,d\sigma}{r}$$

d'una distribuzione semplice, di densità per ora qualunque, esistente sulla superficie sferica di raggio R, r essendo la distanza dell'elemento superficiale $d\sigma$ dal punto qualunque M, cui si riferisce la funzione V. Se r' è la distanza dello stesso elemento $d\sigma$ dal punto M', inverso di M rispetto alla sfera σ, il valore V' di V in questo secondo punto, cioè il valore

$$V' = \int \frac{h\,d\sigma}{r'},$$

è legato a V dalla nota relazione

$$V' = \frac{\xi}{R} V,$$

dove ξ è la distanza del punto M dal centro della sfera. Denotando con ξ' l'analoga distanza del punto M' e tenendo conto della relazione $\xi\xi' = R^2$, si trova

$$-\frac{dV'}{d\xi'}\frac{R^2}{\xi'^2} = \frac{V}{R} + \frac{\xi}{R}\frac{dV}{d\xi}.$$

Facendo quindi tendere il punto M, e però anche M', verso la superficie sferica e supponendo il primo interno, il secondo esterno a questa, si ha

$$(\alpha) \qquad \frac{dV}{dn} - \frac{dV'}{dn'} = \frac{V}{R},$$

dove n è la normale interna, n' l'esterna.

Ciò posto se la distribuzione di potenziale V è quella dell'elettricità in equilibrio sopra un conduttore di spessore infinitamente piccolo, la cui superficie media possa considerarsi come una porzione (del resto *qualunque*) di superficie sferica di rag-

gio R, e se si suppone $V = 1$ nella massa di questo conduttore, le densità h ed h' dei due strati esistenti sulle faccie di normali n ed n' (la cui somma equivarrebbe alla h che entrava nell' espressione di V) sono date dalle formole

$$h = -\frac{1}{4\pi}\frac{dV}{dn}, \qquad h' = -\frac{1}{4\pi}\frac{dV}{dn'}$$

e l' equazione precedente dà

$$h - h' = \frac{1}{4\pi R}$$

Di quì risulta poi immediatamente, designando con E_σ, E_σ' le cariche su due porzioni finite corrispondenti delle faccie concava e convessa, di comune area σ, che si ha anche

$$E_\sigma' - E_\sigma = \frac{\sigma}{4\pi R}.$$

È da queste relazioni più generali che scaturiscono, come caso particolare, quelle di cui la calotta sferica offre l' esempio.

Osserviamo, per incidenza, che se di nuovo si considera la superficie sferica σ come sede d' una distribuzione semplice di densità h, combinando l' equazione (a) colla

$$\frac{dV}{dn} + \frac{dV'}{dn'} = -4\pi h,$$

si ottiene

$$(b) \qquad 2\frac{dV}{dn} + 4\pi h = \frac{V_\sigma}{R}, \qquad 2\frac{dV'}{dn'} + 4\pi h = -\frac{V_\sigma}{R},$$

dove V_σ designa il comun valore di V e di V' nel punto di σ ove sono erette le normali n, n'. Da queste relazioni si ha

$$2\int\frac{dV}{dn}\frac{d\sigma}{r} + 4\pi V = \frac{1}{R}\int\frac{V_\sigma\, d\sigma}{r},$$

$$2\int\frac{dV'}{dn'}\frac{d\sigma}{r'} + 4\pi V' = -\frac{1}{R}\int\frac{V_\sigma\, d\sigma}{r'};$$

ma dal teorema di Green si ha pure

$$\int \frac{dV}{dn}\frac{d\sigma}{r} = \int V_\sigma \frac{d\frac{1}{r}}{dn} d\sigma - 4\pi V,$$

$$\int \frac{dV'}{dn'}\frac{d\sigma}{r'} = \int V_\sigma \frac{d\frac{1}{r}}{dn'} d\sigma - 4\pi V',$$

quindi

$$(c) \quad \begin{cases} V = \dfrac{1}{4\pi R}\displaystyle\int V_\sigma\left(2R\frac{d\frac{1}{r}}{dn} - \frac{1}{r}\right) d\sigma, \\ V' = \dfrac{1}{4\pi R}\displaystyle\int V_\sigma\left(2R\frac{d\frac{1}{r'}}{dn'} - \frac{1}{r'}\right) d\sigma, \end{cases}$$

formole note, di uso molto comodo. Del resto le relazioni (*a*), (*b*) sono già state stabilite da Green (*Essay*, art. 10), partendo dallo sviluppo di Laplace.

§ 10. *Trasformazioni diverse.*

Nella già citata mia Nota del 1877 avevo stabilito la forma delle funzioni associate V e W per ogni distribuzione simmetrica sopra un disco circolare (veggasi anche Betti, p. 158). Quella forma può chiamarsi ellittica, in quanto implica anche le coordinate ellittiche del punto potenziato, mentre quella usata nel presente lavoro può chiamarsi cartesiana, in quanto non implica che le coordinate cartesiane u, z del detto punto.

La verificazione *diretta* dell'identità fra le due funzioni $(7)_a$ e quelle della Nota citata richiederebbe calcoli lunghi e prolissi. Ma la considerazione dell'unica funzione U, (7), da cui dipendono le V, W, $(7)_a$, permette di giungere molto facilmente, con un opportuno artifizio, alle forme ellittiche delle stesse due funzioni V, W.

Osserviamo infatti che, in virtù dell'equazione (8), la funzione U può essere primieramente scritta sotto la forma

$$U = 2\int_0^a F'(t)\, S\, dt.$$

Osserviamo inoltre che, eliminando z fra le due equazioni $(8)_a$, si ha

$$u^2 = (t^2 + S^2)\left(1 - \frac{T^2}{t^2}\right), \qquad z^2 = S^2 \frac{T^2}{t^2},$$

donde risulta

$$\frac{u^2}{t^2 + S^2} + \frac{z^2}{S^2} = 1,$$

equazione la quale, ponendo

$$t = a\sqrt{1-\mu}, \qquad S = \lambda\sqrt{1-\mu},$$

diventa

$$(20) \qquad \mu = 1 - \frac{u^2}{a^2 + \lambda^2} - \frac{z^2}{\lambda^2}.$$

Assumendo come variabile d'integrazione μ invece di t, la funzione U diventa al tempo stesso

$$U = a\int_0^1 F'(a\sqrt{1-\mu})\,\lambda\,d\mu,$$

dove λ è definita, mercè l'equazione (20), in funzione di μ e di u, z.

Ciò premesso, facciamo variare u e z, dando a queste coordinate gli incrementi infinitesimi δu e δz: il corrispondente incremento δU della funzione U sarà dato da

$$\delta U = a\int_0^1 F'(a\sqrt{1-\mu})\,\delta\lambda\,d\mu,$$

dove $\delta\lambda$ è definito, in virtù dell'equazione (20), il cui primo membro deve mantenersi costante, dall'equazione

$$(20)_a \qquad \delta\mu + \frac{d\mu}{d\lambda}\delta\lambda = 0,$$

nella quale si è posto

$$(20)_b \qquad \delta\mu = -\frac{2u\delta u}{a^2 + \lambda^2} - \frac{2z\delta z}{\lambda^2}.$$

Ora se si designa con λ_0 la radice positiva (unica) dell'equazione (20) per $\mu = 0$ e se si osserva che, mentre λ cresce da $\lambda = \lambda_0$ a $\lambda = \infty$, la quantità μ cresce da $\mu = 0$ a $\mu = 1$, si scorge che assumendo come variabile d'integrazione λ in luogo di μ, si ha

$$\delta U = a \int_{\lambda_0}^{\infty} F'(a\sqrt{1-\mu})\, \delta\lambda\, \frac{d\mu}{d\lambda}\, d\lambda\,;$$

dunque (20)a

$$\delta U = -a \int_{\lambda_0}^{\infty} F'(a\sqrt{1-\mu})\, \delta\mu\, d\lambda\,,$$

ossia, (20)b,

$$\delta U = 2\,au\,\delta u \int_{\lambda_0}^{\infty} \frac{F'(a\sqrt{1-\mu})\, d\lambda}{a^2+\lambda^2} + 2az\delta z \int_{\lambda_0}^{\infty} \frac{F'(a\sqrt{1-\mu})\, d\lambda}{\lambda^2}\,,$$

equazione dalla quale si trae

$$\frac{dU}{du} = 2\,au \int_{\lambda_0}^{\infty} \frac{F'(a\sqrt{1-\mu})\, d\lambda}{a^2+\lambda^2}\,.$$

$$\frac{dU}{dz} = 2\,az \int_{\lambda_0}^{\infty} \frac{F'(a\sqrt{1-\mu})\, d\lambda}{\lambda^2}\,.$$

Poichè dunque le funzioni (7)a furono ricavate da U colle formole

$$V = \frac{1}{u}\,\frac{dU}{du}\,, \qquad W = \frac{dU}{dz}\,,$$

è chiaro che, ponendo

(21) $$F'(a\sqrt{1-\mu}) = \pi a \phi(\mu)\,,$$

esse possono anche esprimersi nel modo seguente

(21)a $$\begin{cases} V = 2\pi a^2 \displaystyle\int_{\lambda_0}^{\infty} \frac{\phi(\mu)\, d\lambda}{a^2+\lambda^2}\,, \\ W = 2\pi a^2 z \displaystyle\int_{\lambda_0}^{\infty} \frac{\phi(\mu)\, d\lambda}{\lambda^2}\,, \end{cases}$$

e queste sono appunto le formole stabilite nella Nota citata. Le equazioni (10), $(10)_a$ della presente Memoria si convertono, mercè la formola (21), nelle analoghe equazioni già dimostrate in quel primo scritto per la funzione $\phi(\mu)$. L'attuale deduzione di V, W dalla funzione U venne in altro modo giustificata nella Nota del 1878 *Intorno alle funzioni potenziali di sistemi simmetrici intorno ad un asse* (Atti del R. Istituto Lombardo).

Vi è ancora un'altra forma notevole delle funzioni V, W, forma la quale potrebbe chiamarsi *circolare*, in causa del significato geometrico della nuova variabile d'integrazione che in essa interviene. Pongasi

$$\lambda = a\varkappa\sqrt{\frac{\zeta}{c}},$$

dove $\varkappa$ è la nuova variabile anzidetta, c una costante *positiva* e ζ il valore *assoluto* di z. Per tale sostituzione l'equazione (20) si converte nella seguente

$$\mu = \frac{c}{a^2}\left(\frac{a^2}{c} - \frac{u^2}{c+\varkappa^2\zeta} - \frac{\zeta}{\varkappa^2}\right),$$

la quale può scriversi anche così:

$$u^2 + \zeta^2 - \left\{\frac{a^2(1-\mu)\varkappa^2}{c} - \frac{c}{\varkappa^2}\right\}\zeta = a^2(1-\mu),$$

o più semplicemente, riponendo t al posto di $a\sqrt{1-\mu}$,

$$(22)\qquad u^2 + \zeta^2 - \left\{\frac{t^2\varkappa^2}{c} - \frac{c}{\varkappa^2}\right\}\zeta = t^2;$$

e le espressioni $(21)_a$, riponendo la funzione F al posto di ϕ mediante la relazione (21), diventano similmente

$$(22)_a\qquad \left\{\begin{aligned} V &= 2\sqrt{c\zeta}\int_{\varkappa_0}^{\infty}\frac{F'(t)\,d\varkappa}{c+\varkappa^2\zeta}, \\ W &= 2\frac{z}{\zeta}\sqrt{c\zeta}\int_{\varkappa_0}^{\infty}\frac{F'(t)\,d\varkappa}{\varkappa^2}, \end{aligned}\right.$$

dove $\varkappa_0$ è la radice positiva (unica) dell'equazione (22) per $t=a$.

È chiaro che mentre, rispetto alle formole $(21)_a$, l'equazione $\mu = 0$ rappresenta una famiglia di ellissoidi di rotazione, aventi per comun cerchio focale il solito disco circolare di raggio a; rispetto invece alle formole $(22)_a$, l'equazione $t = a$ (trasformata della $\mu = 0$) rappresenta una famiglia di calotte sferiche, tutte terminate all'orlo del disco stesso.

Quando si fa l'inversione rispetto ad un punto dell'asse, lasciando inalterata la circonferenza base di tutte queste calotte (come si è veduto nell'esempio svolto più sopra), esse non fanno che trasformarsi le une nelle altre. In tale inversione giova considerare l'equazione (22) sotto la forma

$$(22)_b \qquad u^2 + \left(\zeta + \frac{c}{x^2}\right)\left(\zeta - \frac{t^2 x^2}{c}\right) = 0,$$

La forma circolare $(22)_a$ delle funzioni associate si presta molto opportunamente alla trattazione dei problemi relativi alla calotta sferica. Ma non è mia intenzione di addentrarmi per ora in tale argomento, bastandomi d'aver mostrato il vantaggio che si può ritrarre dall'uso delle funzioni associate, sotto la forma che ho detto cartesiana.



SUI CAMBIAMENTI DI LUNGHEZZA D'ONDA OTTENUTI COLLA ROTAZIONE D'UN POLARIZZATORE, E SUL FENOMENO DEI BATTIMENTI PRODOTTO COLLE VIBRAZIONI LUMINOSE; PER A. RIGHI.

Riassunto [1].

I.

In un lavoro precedente [2] mi occupai per incidenza di un fenomeno ottico corrispondente a quello acustico dei battimenti, e dimostrai che se si potessero fare interferire due raggi di numeri di vibrazioni poco differenti, invece di ottenere sopra un diaframma le ordinarie frangie d'interferenza immobili, si ve-

(1) Vedi *Mem. dell'Acc. di Bologna*, serie IV, t. IV.
(2) *Nuovo Cimento*, 3. serie, t. III, pag. 212 1878).

drebbero le stesse frangie dotate di moto uniforme in direzione ad esse perpendicolare, e con velocità tale da passare ogni secondo tante frangie luminose per un dato punto del diaframma, quant'è la differenza del numero di vibrazioni per secondo dei due raggi interferenti. In un determinato punto del diaframma si avrebbero così delle variazioni periodiche d'intensità luminosa, cioè dei veri battimenti luminosi, giacchè le frangie nere rappresentano ad un dato istante nel caso ottico, le regioni ove nel caso acustico si ha distruzione di suono o silenzio, mentre che le frangie luminose rappresentano le regioni ove l'orecchio sentirebbe i due suoni sommarsi e dare il battimento.

Ma è impossibile effettuare l'esperienza, facendo interferire due raggi scelti per quanto si può vicini in uno spettro, non solo perchè per ragioni note non si può avere interferenza fra raggi indipendenti, ma anche per l'enorme differenza nel numero di vibrazioni di quei due raggi.

Le proprietà della luce che esce da un nicol girante, mi suggerirono l'idea di far interferire dei raggi il numero di vibrazioni dei quali si sia aumentato o diminuito meccanicamente. Infatti il Verdet (1) e prima l'Airy (2) dimostrarono che la luce che esce da un nicol che giri uniformemente, come in una nota esperienza di Dove (3), può considerarsi come l'assieme di un raggio polarizzato circolarmente in un senso, e di un altro polarizzato circolarmente in senso contrario, di diversi numeri di vibrazioni. Anzi se N è il numero di vibrazioni per secondo della luce che entra nel nicol girante, ed n il numero dei giri per secondo, il numero di vibrazioni del raggio circolare sul quale le molecole d'etere girano nel senso di rotazione del nicol è $N + n$, e quelle del raggio circolare opposto è $N - n$.

Studiando vari casi del genere di questo del nicol girante, ho potuto dimostrare come in varie altre maniere resti modificato il numero di vibrazioni di un raggio luminoso. Ecco gli enunciati dei casi principali da me trattati, nei quali, meno che del primo, la luce che cade sul sistema girante, invece d'essere

(1) *Oeuvres d'E. Verdet*, t. VI, pag. 88.
(2) *On the ondulatory theory of optics*, ed. 1877, p. 156.
(3) *Pogg. Ann.* LXXI, p. 97.

luce naturale come nel caso contemplato dal Verdet, è luce di già polarizzata.

a). Un raggio di luce naturale di N vibrazioni, passando attraverso ad un sistema girante capace di polarizzare circolarmente la luce (cioè un nicol congiunto ad una mica di un quarto d'onda coll'asse a 45° dalla sezione principale del nicol), si trasforma in un semplice raggio polarizzato circolarmente, il cui numero di vibrazioni è $N + n$ *oppure* $N - n$, *secondo che la rotazione meccanica del sistema si fa o nello stesso senso o in senso contrario, della rotazione delle molecole di etere sul raggio circolare,* n *essendo il numero dei giri del sistema girante per secondo.*

b). Un raggio circolare di N vibrazioni che passi per un nicol girante ad n *giri per secondo, si trasforma in due raggi circolari inversi; quello che è di egual senso dell'incidente ha pure lo stesso numero N di vibrazioni, mentre invece il numero di vibrazioni dell'altro è* $N + 2n$ *oppure* $N - 2n$, *secondo che la rotazione del nicol si compie o in senso contrario o nello stesso senso, del movimento delle molecole d'etere sul raggio incidente.*

c). Un raggio circolare di N vibrazioni che attraversi un sistema capace di polarizzare circolarmente la luce naturale (nicol e mica d'un quarto d'onda), il quale giri ad n *giri per secondo, resta identico a se stesso, se il raggio circolare che produrrebbe il sistema è dello stesso senso del raggio incidente. Ma se invece è di senso contrario, il raggio emergente è un semplice raggio circolare inverso all'incidente, e di* $N + 2n$ *oppure di* $N - 2n$ *vibrazioni, secondo che il sistema mobile gira o in senso contrario o nello stesso senso del moto delle particelle di etere sul raggio incidente.*

d). Un raggio circolare di N vibrazioni che passi per una lamina di mica di un quarto d'onda girante nel proprio piano colla velocità di n *giri al secondo, si trasforma come nel caso b).*

e). Un raggio di N vibrazioni, dotato della polarizzazione rettilinea, che passi per una mica di mezz'onda girante nel proprio piano, ad n *giri per secondo, si trasforma in due raggi circolari inversi, l'uno di* $N + 2n$ *vibrazioni, polarizzato nel*

senso della rotazione, e l' altro di $N - 2n$, *polarizzato in senso contrario. Si ha dunque lo stesso effetto come a far passare un raggio di luce naturale attraverso ad un nicol che faccia* $2n$ *giri al secondo.*

f). Un raggio circolare di N *vibrazioni che passi per una mica di mezz' onda girante, ad* n *giri per secondo, si trasforma in un semplice raggio circolare di senso opposto all' incidente, ed il cui numero di vibrazioni è* $N + 2n$ *oppure* $N - 2n$, *secondo che la rotazione della mica si compie o in senso contrario o nello stesso senso, del moto delle particelle d' etere nel raggio circolare incidente.*

Enunciati un poco più complicati si hanno, quando il raggio incidente sia polarizzato elitticamente. Ecco, come esempio, la dimostrazione relativa al caso a); per le altre rimando alla Memoria completa. Preso per piano di figura [1], un piano perpendicolare al raggio luminoso, sia O il punto di questo piano ove passa il raggio, Ox, Oy due assi ortogonali fissi nello spazio, Ou la direzione della vibrazione rettilinea che esce dal nicol ad un dato istante, $O\xi$ la posizione che occupa la sezione principale della mica d' un quarto d' onda connessa al nicol girante, ed $O\eta$ la perpendicolare ad $O\xi$. Sieno ω l'angolo $uO\xi$ ed α l' angolo xOu. La vibrazione

$$u = a \operatorname{sen}(2\pi N t)$$

che esce dal nicol, si decomporrà entrando nella mica nelle due

$$\xi = a \cos\omega . \operatorname{sen}(2\pi N t), \qquad \eta = a \operatorname{sen}\omega . \operatorname{sen}(2\pi N t).$$

La ξ sarà la vibrazione del raggio straordinario nella mica, ed η quella del raggio ordinario. Se s ed o sono le loro velocità di propagazione e d la grossezza della mica, le vibrazioni all' uscita da questa saranno:

$$\xi' = a \cos\omega \operatorname{sen}\left[2\pi N\left(t - \frac{d}{s}\right)\right], \qquad \eta' = a \operatorname{sen}\omega \operatorname{sen}\left[2\pi N\left(t - \frac{d}{o}\right)\right].$$

Ma siccome supponiamo la mica di grossezza tale da stabilire

(1) Il lettore è pregato a fare la figura.

fra i due raggi una differenza di fase di un quarto d'onda (in media $d = 0^{mm},032$), sarà

$$\frac{d}{o} - \frac{d}{s} = \frac{1}{4N}, \quad \text{da cui} \quad \frac{d}{o} = \frac{d}{s} + \frac{1}{4N}.$$

Per cui η' diviene:

$$\eta' = -a \operatorname{sen} \omega \cos\left[2\pi N\left(t - \frac{d}{s}\right)\right].$$

Indichiamo ora con X ed Y le componenti delle vibrazioni che escono dal sistema girante, secondo gli assi fissi nello spazio. Avremo

$$X = \xi' \cos(\alpha - \omega) - \eta' \operatorname{sen}(\alpha - \omega), \quad Y = \eta' \cos(\alpha - \omega) + \xi' \operatorname{sen}(\alpha - \omega).$$

Mettendo invece di ξ' ed η' i valori trovati, ed adoperando le note formole trigonometriche che servono a trasformare i prodotti di seni e coseni in somme, ed infine ponendo $\omega = 45°$, giacchè supponiamo che il sistema girante sia tale da produrre quando fosse immobile, un raggio circolare, si ottiene facilmente:

$$X = \frac{a}{\sqrt{2}} \operatorname{sen}\left[2\pi N\left(t - \frac{d}{s}\right) + \alpha - 45°\right],$$

$$Y = -\frac{a}{\sqrt{2}} \cos\left[2\pi N\left(t - \frac{d}{s}\right) + \alpha - 45°\right].$$

Ora se il sistema gira uniformemente ad n giri per secondo, l'angolo α varierà in proporzione di t, e potremo porre $\alpha = \alpha_0 + 2\pi n t$. Sostituendo si ha

$$X = \frac{a}{\sqrt{2}} \operatorname{sen}\left[2\pi (N + n) t - \frac{2\pi N d}{s} + \alpha_0 - 45°\right]$$

$$Y = -\frac{a}{\sqrt{2}} \cos\left[2\pi (N + n) t - \frac{2\pi N d}{s} + \alpha_0 - 45°\right].$$

Queste formole rappresentano evidentemente un raggio circolare levogiro di $N + n$ vibrazioni al secondo.

Questo caso, come pure *c*) ed *f*), hanno una particolare importanza. La luce che emerge dal sistema girante, è in questi tre casi semplice come la luce incidente, ma di diversa lunghezza d'onda. È indubitabile quindi che qualora si posse-

dessero spettroscopi abbastanza potenti, la variazione di lunghezza d'onda potrebbe confermarsi sperimentalmente.

Si possono ampliare però gli effetti in più maniere. Così per esempio approfittando del caso *f*), si possono montare su due assi paralleli, giranti in senso contrario, molte lamine di mica di mezz' onda, in modo che quelle fissate sopra uno degli assi, entrino negli intervalli che restano fra quelle fissate sull'altro.

Un raggio polarizzato circolarmente potrà così attraversare successivamente tutte le miche. Ad ogni passaggio esso s'invertirà, cioè da destrogiro diverrà levogiro o viceversa, e di più aumenterà o diminuirà sempre di $2n$ nel numero delle vibrazioni. Od anche si potrà collocare un' unica mica di mezz' onda girante, fra due specchi piani quasi paralleli, e far riflettere il raggio circolare alternativamente molte volte sui due specchi. Dopo ogni riflessione sarà così costretto ad attraversare la mica girante; ma onde gli effetti si sommino, bisogna ad ognuno degli specchi sovrapporre una mica d' un quarto d' onda. É noto che un raggio circolare che attraversi una mica di mezz' onda da destrogiro diviene levogiro, o viceversa. Ora il raggio che si rifletterà sugli specchi attraverserà due volte ogni mica d' $^1/_4$ d' onda e subirà la stessa trasformazione, senza della quale il secondo passaggio nella mica girante distruggerebbe l' effetto del primo, il quarto quello del terzo ecc.

Ad onta però di questi artifizi non è sperabile coi mezzi attuali di dare una dimostrazione sperimentale delle variazioni di lunghezza d' onda dimostrate teoricamente.

Negli altri casi precedentemente enunciati, e cioè nel caso considerato da Verdet e nei *b*) *d*) *e*) da me trattati, può dirsi solo che la luce emergente *può essere considerata* come costituita da raggi di diversi numeri di vibrazioni coesistenti. Il Verdet ammette che uno spettroscopio potente li separerebbe, ma parmi che ciò non possa accadere. Così per esempio nel caso di Verdet mentre la luce emergente dal nicol girante può essere considerata come costituita da raggi circolari opposti, di numeri di vibrazioni diversi, essa può del pari essere considerata come luce dotata di polarizzazione rettilinea, ma il cui piano di polarizzazione si sposta continuamente.

E siccome la dispersione in un prisma non dipende dall'a-

zimut della vibrazione, lo spettroscopio deve agire sopra un tal raggio come sopra uno di luce naturale, e dare sempre lo spettro corrispondente al moto vibratorio risultante che ha luogo nell' etere che occupa la fenditura dello strumento. Se con un analizzatore circolare o altrimenti si intercettasse uno dei due raggi circolari certamente allora si avrebbe la riga corrispondente al numero di vibrazioni dell' altro, anzichè quella corrispondente al moto vibratorio risultante.

Ma, ripeto, nei casi *a*) *c*) *f*) nei quali la luce che emerge dal sistema girante è semplice, parmi che non possa esservi dubbio, che essa debba refrangersi nel prisma prendendo la direzione corrispondente al numero di vibrazioni quale resta modificato dalla rotazione del nicol e della mica; e se un giorno si potranno ottenere o rotazioni abbastanza rapide o spettroscopi abbastanza potenti, si constaterà uno spostamento delle righe dovuto alla rotazione di un polarizzatore, nello stesso modo che si ha uno spostamento simile dovuto, in virtù del principio di Döppler, al moto relativo della sorgente luminosa e dell' osservatore.

II.

È possibile in varie maniere modificare con polarizzatori giranti, il numero di vibrazioni dei raggi che interferiscono nell' esperienza di Fresnel. Ecco in breve alcune delle disposizioni da me realizzate; per le altre e per i dettagli di tutte, veggasi la memoria completa.

a) I raggi solari polarizzati in modo che le vibrazioni si facciano verticalmente, cadono sulla solita lente cilindrica che li concentra in una lineetta verticale, poi sugli specchi di Fresnel disposti con somma cura onde diano frangie senza diffrazione. Dopo giungono ad una lente acromatica, oltre la quale si producono due immagini coniugate della lineetta focale della lente cilindrica. Se più lontano ancora si pone un diaframma, su di esso appariscono le frangie dovute all' interferenza della luce emessa dalle due sorgenti coniugate suddette. Ma subito al di là di queste vien collocata una lamina di Bravais (formata da due miche d' $^1/_4$ d' onda, la cui linea di congiunzione è verticale, mentre dalle due parti l' asse delle miche è a 45°), in modo che

la luce di ciascuna delle due immagini debba attraversare la metà corrispondente della lamina. Infine fra la lamina di Bravais ed il diaframma si pone un' analizzatore debitamente orientato.

Se il nicol od il prisma birefrangente che serve a polarizzare la luce solare, si fa girare uniformemente, o se lasciandolo fisso si pone subito dopo di esso una lamina di mica di $^1/_4$ onda girante, si veggono le frangie sul diaframma spostarsi uniformemente, nel modo previsto dalla teoria. Ecco come può interpretarsi l' esperienza. La luce che cade sugli specchi, può considerarsi come composta di un raggio circolare destrogiro d' un dato numero di vibrazioni, e di uno levogiro, di numero di vibrazione differente. Le due metà della lamina di Bravais e l' analizzatore, costituiscono due analizzatori circolari che agiscono sulle due immagini coniugate, la luce delle quali produce le frangie; e mentre per una di esse vien arrestato il raggio destrogiro, per l' altro invece è arrestato il levogiro. Le luci che cadono sul diaframma dalle due sorgenti coniugate, sono dunque di diverso numero di vibrazione, d' onde i battimenti.

b) Si può sopprimere l' analizzatore che segue la lamina di Bravais, e porre fra questa e gli specchi un grosso quarzo normale all' asse. Allora è facile dimostrare, e l' esperienza lo conferma, che sul diaframma devono apparire due sistemi distinti di frangie; in esse il movimento progressivo si fa in direzioni contrarie. Se il quarzo è solo di 8 o 10 millimetri di grossezza, i due sistemi sono assai vicini e in parte si confondono. In tal caso secondo il senso in cui gira il polarizzatore o la mica mezz' onda, o veggonsi nascere le frangie nel mezzo del fenomeno ottico e poi sdoppiarsi e allontanarsi dalle due parti, a guisa di onde sull' acqua, oppure nascere agli estremi ed andare a sparire nel centro. L' esperienza è quanto mai bella a vedersi.

c) La maniera seguente di operare ha uno speciale interesse. I raggi solari passano prima per un polarizzatore circolare (nicol seguito da mica d' $^1/_4$ d' onda coll' asse a 45° dalla sezione principale del nicol) che li polarizza circolarmente, divenendo per esempio raggi destrogiri; poi questi raggi sono concentrati da una lente cilindrica in una lineetta verticale. Ad una conveniente distanza incontrano una lente convergente, che li rende paralleli poi il biprisma poi una seconda lente convergente che produce

due piccole lineette luminose, immagini di quella che si forma nel fuoco della lente cilindrica. Ricevendo ad una distanza sufficiente nell'occhio munito d'un oculare, i raggi emessi dalle due lineette coniugate, si veggono le ordinarie frangie d'interferenza. Ciò posto si ponga davanti ad una metà del biprisma, una lamina di mica di mezz'onda, che deve rimanere fissa, e contro l'altra metà una mica di egual grossezza, ma mobile intorno ad un'asse orizzontale, mentre un piccolo diaframma rettangolare posto verticalmente contro lo spigolo del prisma, nasconde il contorno delle miche. Accadrà allora che i raggi, che abbiamo supposti destrogiri passando per le miche diverranno levogiri; ma mentre quelli che attraversano la mica fissa, conservano la loro lunghezza d'onda, quelli invece che passano per la mica girante, aumenteranno o diminuiranno nel numero delle vibrazioni, secondo il senso della rotazione, come nell'enunciato *f*). I raggi che emettono le due lineette coniugate divengono così atti a produrre non più le frangie immobili, ma le frangie in moto cioè i battimenti.

È degno di nota che in questa esperienza viene modificato uno solo dei due raggi interferenti.

d) Col parallelepipedo di quarzo ideato da Fresnel per mostrare la doppia rifrazione circolare nella direzione dell'asse, e che è costituito da due o tre prismi di quarzo di rotazioni inverse, sono giunto a proiettare delle frangie d' interferenze estremamente belle e vivaci, tali da potere essere viste da molte persone e a molta distanza. Rendendo poi mobile il polarizzatore si hanno le solite frangie mobili. Si può operare in due maniere.

Entri la luce solare da una stretta fessura verticale, e cada sul polarizzatore, quindi sopra una lente convergente che formerà una lineetta brillante, immagine della fessura. Al di là di questa immagine si pone il parallelepipedo e più lungi il diaframma. La luce polarizzata che parte da essa, si scinde entro il parallelepipedo in raggi destrogiri e levogiri diversamente deviati in causa della doppia rifrazione circolare del quarzo. I destrogiri formano (stante la lieve loro divergenza) una certa immagine virtuale della lineetta luminosa ed i levogiri un'altra immagine, quasi come fa il biprisma ordinario. Però, per note ragioni, la luce di queste due immagini non dà frangie d'inter-

[illegible] per esempio [illegible] Se poi il polariz- [illegible] si hanno le fran- [illegible] caso i numeri [illegible] differenti. [illegible] grosse secondo [illegible] luminosa fornita [illegible]

[illegible] parallelepi- [illegible] del quarzo, e [illegible] sono le velocità [illegible] e V quella [illegible] le due immagini [illegible]

[illegible]

[illegible] La luce solare [illegible] polarizzatore, poi imme- [illegible] lente conver- [illegible] per cadere poi sul dia- [illegible] si trova una po- [illegible] delle magnifiche [illegible] quando la di- [illegible] parallelepipedo e la lente, e [illegible] coniugate ri- [illegible] luce parallela [illegible] frangie che dà [illegible] Babinet. Sono le stesse [illegible] pel suo polarisco- [illegible] ancora state otte- [illegible] se si interpone una [illegible] fenomeno delle [illegible]

[illegible] la maniera nella quale sono ottenuti i raggi interferenti di numero diverso di vibrazioni, ognuna di queste, e di altre esperienze analoghe che qui non sono narrate.

si possa descrivere e spiegare considerando quale deve essere la posizione delle frangie per ogni successiva posizione del corpo girante. Ma un tal modo di interpretare i fenomeni, mentre è spesso più lungo e difficile, è anche meno consentaneo al vero, giacchè difatti, per quanto si è detto è da ritenersi che quando i raggi a lunghezza d'onda alterata, sono stati separati, hanno una esistenza reale, ed un prisma li devierebbe in ragione della lunghezza d'onda modificata.

Queste esperienze realizzano dunque il fenomeno ottico dei battimenti. Esse riescono tutte assai belle, poichè richiamano alla mente la periodicità e la natura vibratoria dei moti dell'etere, nello stesso modo che i battimenti sonori impongono sempre in certo modo l'idea di oscillazioni o di moti alternativi, anche in persone che ignorano la natura dei suoni.



SULLA RELAZIONE DI ALCUNE PROPRIETÀ FISICHE DEGLI AERIFORMI COL RAPPORTO DEI CALORI SPECIFICI A PRESSIONE COSTANTE ED A VOLUME COSTANTE; NOTA DI A. VIOLI.

Il calore specifico molecolare di un aeriforme, a volume costante e considerato in condizioni nelle quali più si avvicina allo stato di gas perfetto, per l'ipotesi di Clausius è uguale alla somma dei calori specifici degli elementi semplici componenti (1). Talchè se indichiamo con p, c', il peso molecolare e il calore specifico dell'aeriforme a volume costante; con $n_1, n_2, n_3, \ldots$; $p_1, p_2, p_3, \ldots$; $c_1, c_2, c_3, \ldots$; rispettivamente i numeri degli atomi, i pesi atomici e i calori specifici degli elementi semplici, avremo

$$pc' = n_1 p_1 c_1 + n_2 p_2 c_2 + n_3 p_3 c_3 + \ldots$$

e supponendo che nelle condizioni accennate anche per gli aeriformi il prodotto del calore specifico per il peso atomico dell'elemento semplice sia uguale ad una costante a, e si abbia

$$a = p_1 c_1 = p_2 c_2 = p_3 c_3 = \ldots,$$

(1) Berthelot, *Essai de Mécanique Chimique*, t. I, pag. 113, Paris 1879.

ponendo

$$n = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots\ldots$$

il calorico specifico molecolare dell' aeriforme a volume costante sarà espresso da

(1) $$p c' = a n\,.$$

Ma siccome il peso atomico della maggior parte degli elementi semplici è un multiplo di quello dell' idrogeno, la quantità a rappresenterà il calorico specifico atomico dell' idrogeno; per conseguenza *il calore specifico molecolare di un aeriforme, a volume costante e nello stato di gas perfetto, è uguale al calore specifico atomico dell' idrogeno moltiplicato per il numero degli atomi componenti la sua molecola.*

Dalla (1) abbiamo ancora

(2) $$c' = a\frac{n}{p}$$

cioè *il calore specifico di un aeriforme, a volume costante e nello stato di gas perfetto, è proporzionale al numero degli atomi della sua molecola, ed è inversamente proporzionale al suo peso molecolare.*

Rappresentando ora con c il calorico specifico dell' aeriforme a pressione costante e nello stato di gas perfetto, e chiamando k il rapporto dei due calori specifici di esso a pressione costante, e a volume costante si avrà

(3) $$c = c' k = a\frac{n}{p} k\,.$$

(*Continua*)

NECROLOGIA

Nel 15 Settembre scorso morì il Prof. **Plateau** della Università di Gand. Egli si rese celebre colle sue esperienze sulla tensione delle superficie liquide, esperienze descritte nella sua classica opera « *Sulla statica esperimentale e teorica dei liquidi* ». A lui si devono ancora molti pregevoli lavori d'ottica fisiologica, in conseguenza dei quali egli perdè la vista per avere messo troppo alla prova la sensibilità de' suoi occhi. Ma dopo tale sventura il suo figlio Felice e il suo genero G. Van der Mensbrugghe, ambidue Professori all'Università di Gand, eseguivano le esperienze che egli a loro indicava. L'illustre fisico era membro delle principali Accademie Scientifiche di Europa.

BIBLIOGRAFIA

(**Hydrologische Untersuchungen....**). *Ricerche idrologiche sopra il Weser, l' Elba, il Reno ed altri minori fiumi, con applicazioni alla pratica, e teoria relativa a nuovi istrumenti,* per GIOVANNI VON WAGNER Professore a Braunschweig 1881. — Abbenchè questo libro si allontani alquanto dal campo ordinario di questo Giornale, pure, per la sua importanza, abbiam creduto bene di raccomandarlo ai nostri lettori.

(**Die Gas Maschine....**). *Le macchine a gas. Descritte nella loro forma, e modo di agire,* per R. SCHÖTTLER, Braunschweig und Leipzig 1882. — Anche questo è un libro che noi raccomandiamo al lettore. L'A. si è proposto di fare un lavoro, che servisse d'introduzione allo studio del nuovo genere di macchine. È un lavoro riccamente corredato di molte tavole, che contengono i disegni delle macchine Lenoir, Hugon, Bisschop, Barsanti-Matteucci, Gilles, Langen e Otto, Wittig e Hees, Körting-Lieckfeld, Simon ec.

(Taschenbuch für Chemiker un Hüttenleute). ***Manuale per chimici e fonditori*****, pubblicato dalla *****Società delle fonderie*****. Berlino 1883. — Lo scopo prefissosi dalla *****Società delle fonderie***** nella pubblicazione di questo Manuale, fu di compilare un libro che a somiglianza dell' « *****Des Ingenieurs Taschenbuch***** », presentasse agli studiosi della chimica e ai pratici delle fonderie, i metodi, le regole e i resultati più importanti relativi alla loro scienza, nella forma più concisa e più chiara. Il libro contiene una parte relativa alle matematiche, che contiene le formule pei calcoli numerici, algebrici, trigonometrici, per la geometria: lo stesso, relativamente alla statica e alla dinamica dei solidi e dei fluidi. Per la fisica, contiene le formule per le principali determinazioni, con moltissime tavole relative ai pesi ed ai calorici specifici; così pure per la chimica, comprendendovi le analisi organica elementare e l'analisi spettrale. Segue poi la chimica tecnologica con tutte le indicazioni relative alle varie industrie, ed in special modo a quella delle diverse fonderie. È un volume di circa 1000 pagine in 4.° e di buonissima stampa.**

Avvertiamo che il libro, non solamente contiene le formule e i dati necessari per la pratica, ma anche la descrizione dei metodi e degli apparecchi della fisica e della chimica, per quanto può essere utile allo scopo del libro. È per questo che noi raccomandiamo il libro anche a'cultori della fisica e chimica pura.



PROPRIETÀ TERMICHE NOTEVOLI DELL'IODURO D'ARGENTO E DEI CORPI $PbI_2.AgI$; $Cu_2I_2.AgI$; $Cu_2I_2.2AgI$; $Cu_2I_2.3AgI$; $Cu_2I_2.4AgI$; $Cu_2I_2.12AgI$; NOTA DEL PROFESSORE M. BELLATI E DEL DOTTORE R. ROMANESE.

Nella classe degli ioduri, forse più che in altre classi di corpi, è frequente il caso che a determinate temperature si presentino delle modificazioni di struttura, accompagnate da fenomeni fisici notevoli. Così i corpi $HgI_2.\ 2AgI$; $HgI_2.\ 3AgI$; $HgI_2.\ Cu_2I_2$, che abbiamo considerati in un precedente lavoro (¹), cangiano di colore a temperature ben definite e contemporaneamente assorbono od emettono una quantità notevole di calore e si dilatano o contraggono in modo affatto anormale. Anche l'ioduro mercurico e quello di piombo presentano anomalie dovute a cangiamenti di struttura. Ma forse il corpo più interessante a questo riguardo è l'ioduro d'argento, il quale presenta il singolare fenomeno di diminuire, anzichè crescere di volume quando venga riscaldato.

Anche altre sostanze in cui sia contenuto l'ioduro d'argento presentano dei fenomeni termici interessanti. Possiamo, ad esempio, citare alcuni clorobromoioduri d'argento, la cui dilatazione fu studiata da Rodwell (²), e tutti quei corpi di cui ci occuperemo nel presente lavoro. In questo la parte sperimentale che veramente ci spetta è quella che riguarda le determinazioni calorimetriche (³): le proprietà generali e la dilatazione termica delle varie sostanze furono invece studiate dal Rodwell in Inghilterra. Noi quì riassumeremo anche le ricerche del fisico inglese, onde rendere più completa l'esposizione delle singolari proprietà termiche di questi corpi. Avvertiamo poi che gli esemplari dei corpi, sui quali abbiamo sperimentato, sono quegli stessi che servirono agli studi del Rodwell e che egli gentilmente ci ha forniti.

(1) *Atti R. Istituto veneto* (1880) (5), VI. — *Nuovo Cimento* (1880) (3), VIII.

(2) *Philosophical Transactions of the Royal Society*. Parte III, 1882.

(3) I risultati delle nostre esperienze furono pubblicati anche nelle *Philos. Transactions of the Royal Society*. Parte III, 1882.

Dapprima indicheremo brevemente i metodi seguiti nelle varie determinazioni, poi esporremo i risultati ottenuti per i singoli corpi.

1. Il Rodwell misurò la dilatazione delle varie sostanze, ridotte in aste lunghe circa sei pollici e riscaldate in un truogolo contenente acqua, oppure paraffina o ceresina, a seconda delle temperature. Una combinazione di leve ingrandiva circa 5400 volte le variazioni di lunghezza delle aste, e una vite micrometrica permetteva di valutare in misura assoluta queste variazioni. La vite aveva il passo di $^1/_{100}$ di pollice e la testa divisa in 250 parti eguali. Potendo agevolmente leggere la metà di queste divisioni, si stimavano variazioni di $^1/_{50000}$ di pollice, ossia di circa 0,00051 mm. Esperienze preliminari, fatte su metalli di cui era nota la dilatazione, mostrarono che lo strumento, usato con le debite cautele, dava risultati molto soddisfacenti.

Per determinare la dilatazione cui vanno soggetti i corpi nel passaggio dallo stato solido al liquido, il Rodwel adoperava un tubo conico di platino, di nota capacità, e lo empiva della sostanza liquefatta alla temperatura di fusione: avvenuta la solidificazione, pesava il tutto, poi riempiva di mercurio la cavità prodottasi per la solidificazione, e tornava a pesare. Allora, conoscendo la temperatura di fusione del corpo e la dilatazione del platino, era facile calcolare la densità del corpo stesso prima e dopo della solidificazione.

Le temperature di fusione furono in generale determinate dal Carnelley.

2. Nelle misure calorimetriche da noi fatte abbiamo seguito il metodo delle mescolanze.

L'apparecchio riscaldante (*Tav. I, fig.* 1) consta di un lungo vaso cilindrico verticale d'ottone, fornito d'agitatore e contenente paraffina: un secondo vaso più stretto e un po' più corto del primo, chiuso al di sopra da un grosso turacciolo di sovero, s'immerge nella paraffina lungo l'asse del primo cilindro e costituisce così una camera, dove l'aria assume molto prossimamente la temperatura della paraffina esteriore. Entro a questa camera sta poi l'apparecchio rappresentato dalla figura 2, sostenuto ad altezza conveniente per mezzo del termometro che at-

traversa a sfregamento il turacciolo del secondo cilindro. La sostanza che si vuol studiare, ridotta mediante la fusione a bastoncini sottili, è distribuita entro al cilindro della figura 2 intorno al serbatoio del termometro. Questo cilindro a doppie pareti di ottone, lungo circa 12 cent. e del diametro di 3 cent., è chiuso superiormente da un turacciolo che dà passaggio al termometro e inferiormente da una porticina circolare a due battenti e a doppia parete. Durante il riscaldamento la porticina è chiusa e serve a sostenere i bastoncini del corpo: la si apre quando si vuol fare cadere questi bastoncini nel calorimetro, e perciò basta portare l'apparecchio della figura 2 sopra la bocca del calorimetro e premere all'estremità della leva rappresentata a sinistra della figura. Per togliere il cilindro dall'apparecchio riscaldante, portarlo fino al calorimetro, e lasciar in questo cadere il corpo, s'impiega appena qualche secondo. In tempo così breve, e protetto dall'involucro a doppia parete, il corpo non soffre alcuna perdita apprezzabile di calore. È appunto per questa ragione, e per potere con facilità mantenere a lungo costante la temperatura, che abbiamo adottata la disposizione ora descritta, sebbene richieda molto tempo per ogni determinazione.

Per la misura delle temperature nell'apparecchio riscaldante abbiamo usato un termometro del Geissler diviso in mezzi gradi e campionato sul termometro ad aria.

La correzione per la diversa temperatura della colonnina di mercurio sporgente al di fuori dell'apparecchio riscaldante era di solito nulla, ed in ogni caso (anche a temperature assai alte) molto piccola, perchè la lunghezza dei vasi cilindrici permetteva d'immergere il termometro nella camera dell'aria calda fino al livello superiore della colonnina di mercurio.

Il calorimetro (fig. 3) era costituito da un cilindro di rame a pareti sottilissime, contenente circa 125 grammi d'acqua. Esso era fornito di coperchio e circondato da un vaso di latta piuttosto grande ripieno d'acqua. Ad agitar l'acqua del calorimetro serviva un telaio di filo di rame coperto da una reticella d'ottone mosso in su e in giù mediante un'asticina di rame munita di manico di legno. I bastoncini del corpo assoggettato all'esperienza venivano a cadere sulla reticella e agitati con questa nell'acqua, cedevano prontamente il loro calore. Il termometro del

calorimetro era diviso in decimi di grado, ed era stato accuratamente confrontato con un termometro campione: le letture si facevano di mezzo in mezzo minuto mediante un cannocchiale. L'equivalente in acqua del vaso calorimetrico, dell'agitatore e del termometro, era di gr. 2,660.

Nelle esperienze calorimetriche e nei calcoli relativi si seguì il metodo del Regnault, migliorato dal Wüllner (1). A rendere poi minori le correzioni, prima d'ogni esperienza si raffreddava l'acqua del calorimetro al di sotto della temperatura dell'ambiente.

3. **Ioduro d'argento, *Ag*I.** — L'ioduro d'argento su cui si sperimentò fu ottenuto per precipitazione da una soluzione diluita di nitrato d'argento trattata con una soluzione di ioduro potassico.

Quando è fuso, l'ioduro d'argento è un liquido mobile del colore del bromo. Diventa solido a 527° secondo Carnelley e a 540° circa secondo W. Kohlrausch (2): a questa temperatura è trasparente, molto flessibile e di colore ambra oscuro. Col raffreddamento il colore si fa più chiaro e verso 163° è giallo pallido. Fra 160° e 140° l'ioduro d'argento cangia di struttura, e da plastico e amorfo che era, si fa cristallino opaco e prende un colore verde pallido. In questo passaggio la commozione molecolare è tanto grande, che spesso si producono nella massa delle lunghe fessure e si staccano con violenza dei pezzi. La densità dell'ioduro d'argento a 0° è circa 5,6750: successive fusioni non alterano sensibilmente la densità dell'ioduro d'argento, ma pare che lo riducano più fragile.

Dalle esperienze che il Fizeau ha fatto col suo metodo delicatissimo sull'ioduro d'argento risulta che il coefficiente di *contrazione* cubica fra — 10° e 70° è 0,00000417. In un grosso cristallo esagonale la contrazione è massima lungo l'asse principale: invece in direzione perpendicolare a questo asse avviene

(1) *Wiedem. Ann.* X, p. 284, 1880.
(2) Id. XVII, p. 647, 1882.

na piccola dilatazione. A — 60° l'ioduro d'argento presenterebbe un minimo di densità (1).

Da — 10° a 70° il Rodwell adottò il coefficiente trovato dal Fizeau; da 70° a 142° continua la contrazione che a quest'ultima temperatura si fa più rapida ed è rapidissima fra 148° e 151,3. A 156°,5 la contrazione si riduce insensibile, e a 163° comincia l'espansione che poi continua fino al punto di fusione. I risultati ottenuti dal Rodwell sono riassunti nelle tabelle seguenti:

Coefficienti medi di dilatazione cubica

fra	0°	e	70° C.	. . . . . .	= — 0,00000417
»	70	»	142	. . . . . .	= — 0,00001749
»	142	»	148	. . . . . .	= — 0,00016363
»	148	»	151,3	. . . . . .	= — 0,00420000
»	151,3	»	153	. . . . . .	= — 0,00120000
»	153	»	156,5	. . . . . .	= — 0,00030000
»	156,5	»	163	. . . . . .	= 0,00000000
»	163	»	527	. . . . . .	= + 0,00006921

Volume a	0° C.	= 1,000000
»	124	= 0,998765
»	133	= 0,998608
»	142	= 0,998450
»	148	= 0,997469
»	151,3	= 0,983609
»	153	= 0,981560
»	156,5	= 0,980510
»	163	= 0,980510
»	200	= 0,982377
»	400	= 0,996219
»	527 (solido)	= 1,005008
»	527 (liquido)	= 1,040908

4. Le nostre sperienze calorimetriche sono compendiate nel quadro che segue. In esso Q rappresenta il numero di calorie tolto dall'unità di peso della sostanza raffreddandosi da T a t;

(1) C. R. (1867), LXIV, p. 314, 771.

τ è la temperatura iniziale dell'acqua del calorimetro: si è pres il partito di esporre nel quadro questa temperatura e di ome tere la correzione per il differente calore specifico dell'acqua all diverse temperature, essendo ben noto che la legge di variazion di questo calore specifico è ancora molto incerta.

Ag I

N.°	t	T	Q osservato	Q calcolato	Differenza	τ
1	15°,67	67°,68	2,994	2,990	+0,004	14°,1
2	14,72	75,28	3,489	3,497	—0,008	12,9
3	14,03	110,68	5,713	5,705	+0,008	11,6
4	14,97	138,66	7,430	7,434	—0,004	11,0
5	20,68	163,15	14,90	14,87	+0,03	13,0
6	19,13	162,7	14,90	14,93	—0,03	11,4
7	21,01	264,0	20,66	20,67	—0,01	11,4
8	22,11	259,5	20,38	20,35	+0,03	11,0
9	21,87	259,7	20,35	20,37	—0,02	11,6

Con questi dati abbiamo calcolato il medio calore specifico dell'ioduro d'argento fra due temperature qualunque t e T i feriori a 142°, il calore specifico c_1 per temperature superiori 163°, e il calore di trasformazione λ supponendo che il cangi mento di struttura avvenga a 150°. Per calore di trasformazio intendiamo la quantità di calore assorbita od emessa dall'unit di peso del corpo nel cangiamento di struttura, supposto che l temperatura rimanga costante.

$$c = 0,054389 + 0,0000372\,(T + t)\,,$$
$$c_1 = 0,0577\,.$$
$$\lambda = 6,25\,.$$

Nel quadro precedente sono indicate le differenze fra i va lori calcolati e gli osservati.

Come si vede, il calore specifico c dell'ioduro d'argento v crescendo abbastanza rapidamente al crescere della temperatur quantunque il volume diminuisca. Avvenuto il cangiamento d struttura, il calore specifico c_1 ha un valore più piccolo di quell che, a temperature corrispondenti, si dedurrebbe dalla form

rappresentante *c*. Il cangiamento di struttura, che avviene fra 142° e 163°, è accompagnato da una notevole contrazione e da un grande assorbimento di calore. Questo calore di trasformazione, impiegato unicamente a fare il lavoro molecolare relativo al cangiamento di struttura, è tanto, che basterebbe a riscaldare il corpo di oltre 90°.

5. Altri fenomeni accompagnano la modificazione di struttura. Uno di noi, insieme al Dott. G. Faè, aveva già avviata e portata molto innanzi una serie d'esperienze sulla conducibilità elettrica dell'ioduro d'argento, quando nel decembre dello scorso anno comparve negli *Annali di Wiedemann* un lavoro di W. Kohlrausch sopra lo stesso argomento (¹). Siccome i risultati a cui eravamo giunti concordano pienamente con quelli più completi del Kohlrausch, crediamo inutile di riferire le nostre esperienze. Ci limitiamo a riassumere brevemente questi risultati.

Partendo da 700° e venendo a temperature più basse, la resistenza elettrica dell'ioduro d'argento va continuamente crescendo senza accennare ad alcun salto dovuto alla fusione; ma quando la struttura del corpo da amorfa diventa cristallina, la resistenza si fa grandissima e continua poi a crescere con grande rapidità quando la temperatura diminuisce. La curva che rappresenta la resistenza di questo corpo in funzione della temperatura fa dunque un gomito intorno a 150°. Per il cloruro ed il bromuro d'argento, questo gomito si presenta invece al punto di fusione.

Ecco i valori trovati dal Kohlrausch per la resistenza specifica dell'ioduro d'argento, presa eguale ad *uno* quella del mercurio.

(1) *Das electrische Leitungsvermögen von Chlorsilber, Bromsilber und Jodsilber.* — *Wied. Ann.* XVII, p. 642.

Temperatura	$r.10^{-3}$	Temperatura	$r.10^{-3}$
700°	4,2	150,7°	30
650	4,5	149,1	50
600	4,7	147,1	100
550	4,9	145,9	150
500	5,0	145,2	200
450	5,12	143	500
400	5,4	140,6	1000
350	5,8	139,4	2000
300	6,25	138,7	5000
250	6,8	138	10000
200	8,1	134	20000
160	8,75	131	50000
156	10	124	100000
153,6	15	114	200000
152	20	107	500000
		86	1000000

La soluzione d'acido solforico di massima conducibilità ha la resistenza $r.10^{-3} = 14,5$; l'ioduro d'argento allo stato amorfo conduce dunque meglio di questa e di altre soluzioni elettrolitiche alla temperatura ordinaria. Anche l'ioduro d'argento conduce *elettroliticamente* a qualsiasi temperatura. Di ciò si sono accertati il Braun ed il Kohlrausch. Noi possiamo anzi aggiungere che operando con elettrodi d'argento a temperatura un po' alta, per es. a 100°, ed usando soltanto sei coppie Leclanché, la decomposizione elettrolitica dell'ioduro d'argento è assai manifesta. Intorno al catodo si formano dei depositi filamentosi d'argento, i quali si protendono verso l'anodo, facendo così diminuire molto sensibilmente la resistenza dell'ioduro d'argento assoggettato all'esperienza.

6. **PbI_2, $PbI_2 . AgI$.** — L'ioduro di piombo, PbI_2, presenta anch'esso qualche singolarità nella dilatazione. Fra 0° e 205° il coefficiente medio di dilatazione cubica è 0,00007614; da 205° a 253 è 0,00008317; poi fra 253° e 265° ha luogo una grande espansione corrispondente a un coefficiente 0,0006378, e infine la dilatazione continua rapida con un coefficiente 0,000180. A 383° avviene la fusione e nel passaggio dallo stato solido al liquido si ha una espansione eguale a circa $^3/_{100}$ del volume a zero. Il calore specifico del PbI_2 è, secondo Regnault, 0,04267.

l corpo $PbI_2.AgI$ contiene circa 66,21 p. °/₀ di ioduro di
ɔo e 33,79 di ioduro d'argento, ossia circa 29,7 p. °/₀ di
bo, 15,6 d'argento e 54,7 di iodio. Col riscaldamento, fino
3° si ha espansione; da 118° a 124° non osservasi alcuna va-
ɔne di volume; a quest'ultima temperatura comincia la con-
ɔne che dura fino a 139°. Poi fino a 144° non si ha sensi-
variazione di volume, e infine subentra di nuovo una dila-
ɔne ch'è maggiore di quella fra 0° e 118° e va rapidamente
cendo colla temperatura. La fusione ha luogo a 350°, cioè a
peratura notevolmente più bassa di quella a cui fondono l'io-
ɔ d'argento e l'ioduro di piombo. Il peso specifico è 5,923.

Ecco i risultati delle esperienze del Rodwel.

Fra	0°	e	118° C.	. . . . . .	= + 0,0000306
»	124	»	128	. . . . .	= — 0,0003240
»	128	»	130	. . . . .	= — 0,0012990
»	130	»	131	. . . . .	= — 0,0017330
»	131	»	133	. . . . .	= — 0,0039000
»	133	»	139	. . . . .	= — 0,0004329
»	144	»	150	. . . . .	= + 0,0001150
»	150	»	350	. . . . .	= + 0,000144

Volume a	0° C.	. . . .	= 1,000000
»	118	. . . .	= 1,003610
»	124	. . . .	= 1,003610
»	128	. . . .	= 1,002314
»	130	. . . .	= 0,999716
»	131	. . . .	= 0,994517
»	133	. . . .	= 0,986717
»	139	. . . .	= 0,984120
»	144	. . . .	= 0,984120
»	150	. . . .	= 0,984810
»	300	. . . .	= 1,006500
»	350 (solido)	. . . . . .	= 1,013790
»	350 (liquido)	. . . . . .	= 1,024370

La tabella seguente riassume i risultati delle nostre espe-
nze calorimetriche.

$PbI_2 . AgI$

N.°	t	T	Q osservato	Q calcolato	Differenza	τ
10	12°,65	65°,82	2,566	2,558	+0,008	11°,7
11	10,75	62,56	2,484	2,491	−0,007	9,9
12	11,93	113,0	4,909	4,904	−0,005	10,2
13	13,45	112,9	4.815	4,823	−0,008	11,8
14	13,75	171,1	10,531	10,529	+0,002	10,2
15	15,66	171,4	10,455	10,456	−0,001	12,2
16	15,09	242,4	14,52	14,51	+0,01	10,5
17	13,90	242,0	14,52	14,54	−0,02	9,3

$$c = 0,047458 + 0,00000839\,(T + t)\,,$$
$$c_1 = 0,0567\,,$$
$$\lambda = 2,556\,.$$

È degno di nota, che questo corpo possiede eguale densità a tre differenti temperature, per esempio a 0°, a 130, e a 150° circa. La contrazione rapida, che nell'ioduro d'argento comincia solo a 142°, nel $PbI_2 . AgI$ comincia a 124° e finisce a 139°. Questa contrazione poi è maggiore di quella dell' ioduro d'argento, sebbene nel $PbI_2 . AgI$ l'ioduro d'argento entri solo per un terzo circa del peso.

Invece il calore di trasformazione è assai minore per il $PbI_2 . AgI$, che per l'ioduro d'argento. Moltiplicando il calore di trasformazione dell'ioduro d'argento per il peso dello stesso ioduro contenuto nell'unità di peso di $PbI_2 . AgI$, si ottiene 2,11 in luogo di 2,56, che è il valore di λ dedotto dall'esperienza. La differenza di questi due numeri non è molto grande, ma si vede che nel cangiamento di struttura del $PbI_2 . AgI$ viene assorbita una quantità di calore più grande di quella che compete all'ioduro d'argento in quello contenuto. Se per il $PbI_2 . AgI$ si calcola il calore specifico medio fra 0° e 100°, partendo dai calori specifici e dalle proporzioni del PbI_2 e del AgI, si trova 0,0478: la formola empirica desunta dall'esperienze dà 0,0483. Ma se si tenta di ricavare i valori della dilatazione termica del $PbI_2 . AgI$ basandosi sulla dilatazione e sulle proporzioni dei due ioduri che lo compongono, si arriva a valori affatto diversi da quelli osservati.

Il valore di c_1 è maggiore del valore di c desunto dalla formola, estesa oltre i limiti di temperatura entro i quali fu calcolata.

Il Rodwell unì l'ioduro di piombo all'ioduro d'argento anche in altre proporzioni, ma in generale i corpi ottenuti erano troppo fragili per poterli assoggettare ad esperienze.

7. $Cu_2I_2.AgI$; $Cu_2I_2.2AgI$; $Cu_2I_2.3AgI$; $Cu_2I_2.4AgI$; $Cu_2I_2.12Ag$. — L'ioduro di rame, che servì a preparare gli altri corpi, fu ottenuto col metodo di Souberain, versando una soluzione di ioduro potassico in una soluzione di solfato ferroso e di solfato di rame. L'ioduro di rame fu poi lavato con acido solforico diluito e con acqua, quindi fu essiccato a 200°. Esso fonde a 601° ed ha la densità 5,6936. Riscaldato all'aria a temperatura superiore a 230° lascia sfuggire lentamente l'iodio e si converte in ossido. La sua dilatazione è regolare, almeno fino a 300°; il coefficiente medio è 0,00007317. Il suo calore specifico medio fra 13° e 65° è 0,0684, e fra 13° e 148° è 0,0686. Il calore specifico cresce dunque molto lentamente. Tuttavia diamo questi numeri con qualche riserva, perchè il corpo sul quale abbiamo sperimentato era coperto da uno straterello d'ossido.

Fondendo insieme, in opportune proporzioni, dell'ioduro di rame e dell'ioduro d'argento, si prepararono i seguenti corpi:

$Cu_2I_2.AgI$; $Cu_2I_2.2AgI$; $Cu_2I_2.3AgI$; $Cu_2I_2.4AgI$; $Cu_2I_2.12AgI$.

Alcuni dati relativi a queste sostanze sono riuniti nel seguente prospetto.

	$Cu_2I_2.AgI$	$Cu_2I_2.2AgI$	$Cu_2I_2.3AgI$	$Cu_2I_2.4AgI$	$Cu_2I_2.12AgI$
Percento di Cu_2I_2	61,78	44,69	35,01	28,78	11,87
» AgI	38,22	55,31	64,99	71,22	88,13
» Cu .	20,55	14,86	11,66	9,58	3,95
» Ag .	17,54	25,39	29,83	32,70	40,48
» I. .	61,91	59,74	58,51	57,72	55,57
Punto di fusione.	514°	496°	494°	493°	513°
Peso specifico .	5,7302	5,7225	5,7160	5,7064	5,6950

Qui sotto riassumiamo alcune indicazioni relative ai singoli corpi e i risultati delle misure eseguite sopra ciascuno di essi.

a). $Cu_2I_2.AgI$. — È di color bruno, ma ridotto in polvere è d'un bel color giallo. In istrati sottili è trasparente e giallo. Ha frattura resinosa. Non è alterato dalla luce.

Coefficienti medi di dilatazione cubica

da 0° a 223° C.	0,00004998
» 223 » 256	0,00001999
» 256 » 284	0,00000000
» 284 » 309	0,00003999
» 309 » 319	0,00000000
» 319 in su	0,00016665

Volume a 0° C.	= 1,000000
» 100	= 1,004998
» 200	= 1,009996
» 223	= 1,011145
» 256	= 1,011804
» 284	= 1,011804
» 309	= 1,010805
» 319	= 1,010805
» 400	— 1,024303
» 500	= 1,040968
» punto di fusione (514°) solido	= 1,043301
» » (514°) liquido	= 1,103307

$Cu_2I_2.AgI$

N.°	*t*	T	Q osservato	Q calcolato	Differenza	*r*
18	11°,66	63°,59	3,378	3,378	0,00	10°.4
19	15,05	231,1	15,05	15,02	+0,03	9.2
20	15,46	229,2	14,81	14,85	—0,04	9,7
21	20,19	333,0	31,29	31,28	+0,01	8,1
22	22,26	332,7	31,11	31,12	—0,01	10,3

$c = 0,063099 + 0,0000260\,(T + t)$,
$\lambda = 8,67$.

b). $Cu_2I_2 . 2AgI$. — Presenta gli stessi caratteri del $Cu_2I_2 . AgI$; solo è più fragile.

Coefficienti medi di dilatazione cubica

da 0° a 221° C.	. . . .	0,00003750
» 221 » 233	. . . .	0,00000000
» 233 » 298	. . . .	— 0,00010587
» 298 in su	. . . .	+ 0,00009474

Volume a 0° C.	. . . .	= 1,000000
» 221	. . . .	= 1,008287
» 233	. . . .	= 1,008287
» 298	. . . .	= 1,001406
» 300	. . . .	= 1,001595
» 400	. . . .	= 1,011069
» punto di fusione (496°) solido	.	= 1,020164
» » (496°) liquido.		= 1,062958

$Cu_2I_2 . 2AgI$

N.°	*t*	T	Q osservato	Q calcolato	Differenza	*τ*
23	11°,70	63°,86	3,299	3,300	—0,001	10°,6
24	13,10	64,06	3,227	3,226	+0,001	12,0
25	13,36	209,4	13,23	13,26	—0,03	8,7
26	15,12	209,3	13,17	13,14	+0,03	10,5
27	20,85	305,7	27,99	28,01	—0,02	11,3
28	18,24	306,9	28,29	28,27	+0,02	8,5

$c = 0,061035 + 0,0000295\,(T + t)$,
$\lambda = 7,88$.

c). $Cu_2I_2 . 3AgI$. — Differisce nei caratteri dai corpi precedenti solo perchè è più fragile.

Coefficienti medi di dilatazione cubica

da 0°	a 177° C.		0,00002307
» 177	» 194		0,00001285
» 194	» 214		0,00000000
» 214	» 280		— 0,00017424
» 280 in su			+ 0,00009474

Volume a	0° C.	= 1,000000
»	177	= 1,004083
»	194	= 1,004301
»	214	= 1,004301
»	280	= 0,992902
»	300	= 0,994796
»	400	= 1,001270
»	punto di fusione (494°) solido	= 1,013225
»	» (494°) liquido	= 1,081637

$Cu_2I_2 . 3AgI$

N.°	t	T	Q osservato	Q calcolato	Differenza	τ
29	14°48	60°,59	2,846	2,846	0,000	13°,7
30	13,85	179,12	10,781	10,747	+0,034	10,4
31	11,88	179,63	10,867	10,901	—0,034	8,4
32	17,00	290,0	26,27	26,27	0,000	8,7
33	19,31	289,9	26,13	26,13	0,000	11,2
34	20,28	338,3	29,59	29,58	+0,01	10,9
35	19,30	343,2	29,99	30,00	—0,01	9,8

$$c = 0{,}059624 + 0{,}00000280\,(T + t)\,,$$
$$c_1 = 0{,}0726\,,$$
$$\lambda = 7{,}74 \text{ (a } 240^\circ)\,.$$

d) $Cu_2I_2 . 4AgI$. — Somiglia al precedente, ma è ancora più fragile, e la frattura è leggermente cristallina.

Coefficienti medi di dilatazione cubica

da 0° a 159° C.	. . . . . .	0,00001999
» 159 » 180	. . . .	0,00001056
» 180 » 199	. . . .	0,00000000
» 199 » 213	. . . .	— 0,0000720
» 213 » 234	. . . .	— 0,0003798
» 234 » 282	. . . .	— 0,0000720
» 282 in su	. . . .	+ 0,0002050

Volume a 0° C.	. . . .	= 1,000000
» 159	. . . .	= 1,003180
» 180	. . . .	= 1,003296
» 199	. . . .	= 1,003296
» 213	. . . .	= 1,002288
» 234	. . . .	= 1,994313
» 282	. . . .	= 1,990857
» 300	. . . .	= 1,994547
» 400	. . . .	= 1,015047
» punto di fusione (493°) solido .		= 1,034112
» » (350°) liquido.		= 1,065601

$Cu_2I_2 . 4AgI$

N.°	t	T	Q osservato	Q calcolato	Differenza	τ
36	15°,47	98°,94	5,129	5,110	+0,019	13°,8
37	15,61	102,29	5,298	5,319	—0,021	13,9
38	16,83	173,72	10,093	10,094	—0,001	13,6
39	15,91	168,25	9,764	9,761	+0,003	12,8
40	17,67	293,5	26,62	26,57	+0,05	9,0
41	20,07	295,5	26,52	26,57	—0,05	11,6
42	20,91	339.9	29,58	29,64	—0,06	11.4
43	21,61	337,6	29,49	29,44	+0,05	12,2

$$c = 0,056526 + 0,0000410\,(T + t)\,,$$
$$c_1 = 0,0702\,,$$
$$\lambda = 7,95 \text{ (a } 230°)\,.$$

c) $Cu_2I_2 . 12AgI$. — Quando è in pezzi ha color giallo-verde; in strati sottili è giallo e trasparente; in polvere è di un giallo

meno brillante di quello dei corpi precedenti. Ha frattura cristallina. È meno fragile dell'ioduro d'argento.

Coefficienti medi di dilatazione cubica

da 0°	a 124° C.	....	0,00000636
» 124	» 153	....	0,00000000
» 153	» 168	....	— 0,0000831
» 168	» 225	....	— 0,0002890
» 225	in su	....	+ 0,0000667

Volume a	0° C.	....	= 1,000000
»	124	....	= 1,000788
»	153	....	= 1,000788
»	168	....	= 0,998985
»	225	....	= 0,982512
»	300	....	= 0,987511
»	400	....	= 0,994177
»	500	....	= 1,000843
»	502 (solido)	......	= 1,000976
»	502 (liquido)	......	= 1,042612

$Cu_2I_2 . 12\,AgI$

N.°	t	T	Q osservato	Q calcolato	Differenza	τ
44	15°,13	88°,51	4,321	4,316	+0,005	12°,7
45	16,69	88,81	4,238	4,242	—0,004	14.3
46	23,67	233,2	20,53	20,58	—0,05	12.2
47	24,00	234,3	20,67	20,62	+0,05	12,5
48	26,27	338,4	26,56	26,52	+0,04	11,5
49	24,81	327,9	25,97	26,00	—0,03	10,4

$c = 0,05882$ (medio da 16° a 89°),
$c_1 = 0,0580$,
$\lambda = 7,55$ (a 190°).

Abbiamo determinato soltanto il calore specifico medio di questo corpo fra 16° e 89°, perchè nelle avvertenze con cui il Rodwell ci aveva accompagnati i corpi, veniva erroneamente indicata la temperatura di 95° come quella a cui incomincia la trasformazione del corpo, mentre invece risulta dalla pubblicazione posteriore del Rodwell che questa temperatura è di 124°.

8. Non sarà forse inutile aggiungere alcune considerazioni sui risultati precedenti. La prima tabella del § 7 mostra che, sebbene le proporzioni del Cu_2I_2 e dell'AgI sieno molto differenti, la quantità complessiva di iodio varia solo entro limiti ristretti, cioè fra 55,57 e 61,91. La medesima tabella mostra che la temperatura di fusione varia pochissimo da un corpo all' altro ed è sempre inferiore a quella del Cu_2I_2 e dell' AgI. Del pari varia pochissimo il peso specifico, e in ogni caso supera quello dei due ioduri componenti. Coi pesi specifici del Cu_2I_2 e dell'AgI si può calcolare per i singoli corpi $Cu_2I_2 . AgI$, $Cu_2I_2 . 2AgI$, ec. la contrazione $\frac{a-b}{a}$, dove a è il volume che competerebbe al corpo se non avvenisse alcuna diminuzione di volume, e b è il volume effettivo del corpo. Questa contrazione, per i corpi da noi considerati, va diminuendo al crescere del per cento di AgI. Infatti si trova

	$\frac{a-b}{a}$
$Cu_2I_2 . AgI$	0,0076
$Cu_2I_2 . 2AgI$	0,0068
$Cu_2I_2 . 3AgI$	0,0060
$Cu_2I_2 . 4AgI$	0,0046
$Cu_2I_2 . 12AgI$	0,0031.

Seguendo la dottrina di molti chimici, pare dunque che l' unione fra l' ioduro di rame e quello d' argento sia più intima nel $Cu_2I_2 . AgI$, che in ciascuno degli altri corpi.

La struttura è essenzialmente cristallina nel Cu_2I_2 e nell' AgI. Invece nei corpi che risultano dall' unione di questi due ioduri, la struttura comincia ad essere cristallina solo quando la proporzione di AgI è maggiore del 65 p. %.

Alcuni di questi corpi presentano eguale densità a tre differenti temperature: altri solamente a due.

Se consideriamo i corpi a temperature inferiori a quelle in cui comincia il cangiamento di struttura, troviamo che la loro dilatazione termica va diminuendo al crescere del per cento di AgI. Questa dilatazione si conserva però sempre maggiore di quella che competerebbe ai corpi stessi, se fossero una semplice mistura di Cu_2I_2 e di AgI.

Infatti, tenendo conto della variazione di volume che spetterebbe separatamente all'ioduro di rame e a quello d'argento che entrano nella composizione dei singoli corpi, si trovano i valori registrati nella seconda colonna del quadro seguente: nella terza sono riferiti i valori osservati.

	Coefficiente di dilatazione		
	calcolato	osservato	
$Cu_2I_2 . AgI$	0,000 044	0,000 050	....
$Cu_2I_2 . 2AgI$	0,000 030	0,000 037	0,000 035
$Cu_2I_2 . 3AgI$	0,000 023	0,000 023	0,000 026
$Cu_2I_2 . 4AgI$	0,000 018	0,000 020	0,000 021
$Cu_2I_2 . 12AgI$	0,000 0050	0,000 0064	0,000 0062

Se invece si calcolano i coefficienti di dilatazione, partendo da quello osservato per il $Cu_2I_2.AgI$ e dal coefficiente di contrazione dell'AgI, si trovano i numeri della quarta colonna del quadro, i quali sono abbastanza prossimi ai valori osservati. Ciò indurrebbe a considerare il corpo $Cu_2I_2. AgI$ come un vero composto chimico, e gli altri come miscele di $Cu_2I_2.AgI$ e di AgI. Ma se passiamo ai coefficienti di dilatazione a temperature superiori a quelle a cui avviene la modificazione di struttura, non è più possibile scorgere alcuna regolarità. Fuorchè per il corpo $Cu_2I_2. 12AgI$, questi coefficienti sono maggiori di quelli dell'ioduro d'argento e dell'ioduro di rame, come apparisce dai numeri seguenti.

Coefficienti medi di dilatazione cubica

Cu_2I_2	0,000073
AgI	0,000069
$Cu_2I_2 . AgI$	0,000167
$Cu_2I_2 . 2AgI$	0,000095
$Cu_2I_2 . 3AgI$	0,000095
$Cu_2I_2 . 4AgI$	0,000205
$Cu_2I_2 . 12AgI$	0,000067 .

La contrazione che accompagna il cangiamento di struttura aumenta col per cento di AgI: tuttavia pare che per il $Cu_2I_2 . 4AgI$ la contrazione sia maggiore che per il $Cu_2I_2 . 12AgI$. Per questi due corpi poi essa è più grande che per l'ioduro d'argento. Ma non è facile determinare il vero valore di questa contrazione, perchè vi è grande differenza fra i due coefficienti di dilatazione di un medesimo corpo prima e dopo del cangiamento di struttura, e questo cangiamento si compie soltanto in un intervallo di temperatura che qualche volta raggiunge un centinaio di gradi.

Passando dal $Cu_2I_2 . AgI$ al $Cu_2I_2 . 12AgI$, la temperatura a cui comincia la trasformazione del corpo va sempre diminuendo da 256°, a 124°, e l'intervallo di temperatura nel quale si compie la trasformazione va invece aumentando da 60° a 100° circa.

Il calore specifico per temperature inferiori a quella in cui comincia il cangiamento di struttnra, diminuisce al crescere del per cento di AgI, e in ogni caso cresce al crescere della temperatura. Pare che il coefficiente di $(T + t)$ nelle formole che danno c cresca col per cento di AgI e possa essere anche maggiore di quello che compete all'ioduro d'argento. Farebbe veramente eccezione il coefficiente 0,000028 corrispondente al corpo $Cu_2I_2 .3AgI$ perchè è alquanto minore di 0,0000295, che vale per il $Cu_2I_2 .2AgI$: ma probabilmente ciò è dovuto alla incertezza delle sperienze, in particolare dei n. 30 e 31.

I valori di c_1 crescono col per cento di Cu_2I_2: questi valori sono più piccoli di quelli che si dedurrebbero dalle formule rappresentanti c, estese oltre i limiti di temperatura entro i quali furono calcolate. La differenza fra il valore di c_1 e quello di c calcolato a questo modo, va però diminuendo al diminuire del per cento di AgI, ed è quindi probabile che c_1 e c sieno presso

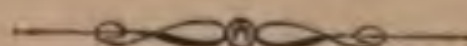
che eguali fra loro per i corpi $Cu_2I_2.2AgI$ e $Cu_2I_2.AgI$, per i quali c_1 non potè essere determinato direttamente. Avvertiamo ciò, perchè abbiamo fatto questa ipotesi nel calcolo dei valori di λ relativi ai due corpi ora indicati.

Il calore di trasformazione λ supera in ogni caso quello dell'ioduro d'argento. Questo risultato induce a credere, che, fra i corpi qui considerati, almeno uno sia un vero ioduro doppio di rame e d'argento. Partendo dai valori di λ relativi al $Cu_2I_2.AgI$ ed all'AgI, e calcolando i valori di λ per gli altri corpi supposti miscele di $Cu_2I_2.AgI$ e di AgI, si trovano i numeri che qui riportiamo:

	λ calcolato	λ osservato
$Cu_2I_2.2AgI$	7,99	7,88
$Cu_2I_2.3AgI$	7,62	7,74
$Cu_2I_2.4AgI$	7,38	7,95
$Cu_2I_2.12AgI$	6,72	7,55

L'accordo fra i valori osservati e i calcolati non è sempre soddisfacente; ma tenuto conto degli errori di osservazione, della mancanza de' valori di c_1 per i corpi $Cu_2I_2.AgI$ e $Cu_2I_2.2AgI$, e dell'incertezza della temperatura assunta per desumere λ dalle misure calorimetriche, non è forse improbabile che almeno i corpi $Cu_2I_2.2AgI$ e $Cu_2I_2.3AgI$ si possano considerare quali miscele di $Cu_2I_2.AgI$ e di AgI. L'incertezza nei valori di λ è poi maggiore nel caso del $Cu_2I_2.4AgI$ e del $Cu_2I_2 12.AgI$, per ciò che l'intervallo di temperatura, nel quale si compie la trasformazione, è per essi di circa 100°, che il valore di c_1 è sensibilmente diverso da quello di c, e che infine per il $Cu_2I_2.12AgI$ non fu determinata la formola rappresentante c.

Le esperienze calorimetriche furono da noi eseguite nell'Istituto di fisica della R. Università di Padova, diretto dal Comm. Prof. Francesco Rossetti: a lui, che ci offerse ogni agevolezza per compiere il nostro lavoro, e al sig. Rodwell, il quale ci ha fornito i corpi su cui egli stesso avea sperimentato, rendiamo grazie vivissime.



SULLA RELAZIONE DI ALCUNE PROPRIETÀ FISICHE DEGLI AERIFORMI, COL RAPPORTO DEI CALORI SPECIFICI A PRESSIONE COSTANTE ED A VOLUME COSTANTE; NOTA DI A. VIOLI (1).

Il valore del rapporto k di diversi aeriformi, Masson, Cazin, Kundt, Warburg ed altri lo dedussero dalla velocità di propagazione del suono. Maxwel e Watson generalizzarono alcuni teoremi di Boltzmann; e considerando la molecola come un sistema di punti materiali, la cui configurazione e posizione nello spazio sia determinata da m variabili indipendenti, trovarono (2)

$$k = 1 + \frac{2}{m(1+h)} \tag{4}$$

essendo h il rapporto fra il calore impiegato nel lavoro interno delle forze che tengono insieme i punti del sistema e il calore che accresce la forza viva totale. Il rapporto dei due calori specifici a pressione costante e a volume costante è adunque dipendente dal concetto che noi ci formiamo sulla costituzione della molecola, potendo essa essere concepita come un corpo rigido o come un sistema di punti materiali tenuti insieme da forze variabili con le distanze. Infatti il prof. Boltzmann abbandonando questo concetto ultimo, considera le molecole come corpi rigidi; allora $h = 0$; ed il rapporto dei due calori specifici si riduce a

$$k = 1 + \frac{2}{m}$$

espressione che dà i valori di $k = {}^5/_3$; 1,4; ${}^4/_3$, facendovi rispettivamente $m = 3$; 5; 6. Nel 1° caso la molecola si riduce ad un punto o ad una sfera rigida la cui posizione è determinata dalle 3 coordinate del centro; nel 2° la molecola è concepita da Boltzman come un sistema di due o più atomi sferici invariabil-

(1) *Continuazione e fine.* Vedi pag. 183.

(2) *Pogg. Ann.*, fascicolo di gennaio 1877. — A. Roiti; *Sulla propagazione del suono nella odierna teoria degli aeriformi;* Memoria pubblicata negli atti della *R. Accademia dei Lincei,* Vol. I, Serie 3. Classe di scienze fisiche ecc. 1877.

mente distribuiti sopra una linea retta, ed allora alle 3 coordinate necessarie a fissarne uno si aggiungono le 2 che determinano la direzione della retta; il 3° caso si riferisce ad un corpo perfettamente rigido di forma qualunque.

Il prof. Roiti che inclina a considerare una coppia di atomi come un sistema di forma invariabile, supponendo che fra loro si eserciti una forza rapidissimamente variabile con la distanza, all'ipotesi di Boltzmann ne sostituisce un'altra facendo consistere la rigidità delle molecole non nella invariabilità assoluta della loro configurazione, ma semplicemente nella invariabilità delle distanze fra alcuni atomi che la compongono. A conferma di ciò immagina la molecola di vapor acqueo formata dai due atomi d'idrogeno liberi di muoversi sopra una superficie sferica intorno all'atomo di ossigeno: la posizione di questo sarebbe determinata da 3 coordinate e da 2 quella di ciascun atomo d'idrogeno, talchè il grado di libertà della molecola sarebbe $m = 7$ e si avrebbe il valore $k = 1 + {}^2/_7 = 1{,}286$ molto prossimo al vero. Anzi essendo alquanto maggiore di tutti quelli attribuiti dall'esperienza agli aeriformi con molecole di tre atomi, si concilia benissimo col fatto assai probabile che il lavoro delle forze interatomiche non sia assolutamente nullo, o che sia h alquanto diverso da zero. Per molecole più complicate delle triatomiche il prof. Roiti crede che si debba tener conto del vario modo con cui gli atomi si comportano gli uni rispetto agli altri, mantenendosi alcuni a distanze invariabili, altri potendosi più o meno avvicinare (1).

Seguendo un concetto più generale di quello del prof. Roiti e ritenendo che in un sistema costituito di n punti materiali (n-1), punti mantenendosi sempre a distanze invariabili sieno liberi di muoversi attorno all'ennesimo punto considerato come un centro di movimento, la posizione di questo punto sarà determinata da tre coordinate e da 2 (n-1) quella degli altri (n-1) punti: in tal caso il grado di libertà della molecola è

$$m = 3 + 2(n - 1) = 2n + 1,$$

(1) Vedi Memoria citata del Prof. Roiti.

allora la (4) ci dà

$$(5) \qquad k = 1 + \frac{2}{(2n+1)(1+h)}$$

e per questo valore ricaviamo dalla (3)

$$(6) \qquad c = a\,\frac{n}{p}\left(1 + \frac{2}{(2n+1)(1+h)}\right).$$

Il calore specifico dell'aeriforme a pressione costante resta ancora indeterminato non conoscendo il valore del rapporto del calore impiegato nel lavoro interno delle forze che tengono insieme gli atomi a quello che accresce la forza viva totale. Ma per molecole biatomiche, come quella dell'idrogeno, il lavoro delle forze interatomiche deve essere una quantità da potersi facilmente trascurare senza commettere un grave errore; e valendosi delle determinazioni di Regnault il quale trovò che il calorico specifico dell'idrogeno a pressione costante e nelle condizioni normali è uguale a 3,409, ponendo questo valore nella (6) e facendovi $h = 0$, $n = 2$, $p = 2$, il calore specifico atomico dell'idrogeno sarà

$$a = 2{,}435$$

valore pochissimo differente da quello che si otterrebbe, se dalla quantità di calore necessaria a riscaldare un chilogrammo di idrogeno di un grado di temperatura, a pressione costante, si togliesse la quantità di calore corrispondente al suo lavoro di espansione, e conferma quanto fu premesso antecedentemente.

Con le relazioni già stabilite possiamo giungere alla determinazione dell'equivalente dinamico della caloria e del valore h che rende indeterminate le quantità k e c. Infatti abbiamo

$$\frac{c}{c'} = 1 + \frac{2}{(2n+1)(1+h)}$$

e per il primo teorema della termodinamica

$$c - c' = \frac{2\alpha P}{\delta p E}$$

essendo P il peso in chilogrammi della pressione esercitata dalla atmosfera sull'unità di superficie, δ il peso di un litro d'idro-

geno nelle condizioni normali, p il peso molecolare dell'aeriforme, α il coefficiente di dilatazione dell'aria, ed E l'equivalente dinamico della caloria. Ricavando il valore di E dalle due equazioni precedenti, sostituendo a c il valore dato dalla (6) otterremo:

$$E = \frac{\alpha P}{a\delta} \cdot \frac{(2n+1)(1+h)}{n} ;$$

e facendovi $\alpha = \frac{1}{273}$ $P = 10333$, $a = 2{,}435$, $\delta = 0{,}08958$, si avrà:

$$(7) \qquad E = 173{,}522 \, \frac{(2n+1)(1+h)}{n} .$$

Ma l'equivalente dinamico della caloria è una quantità costante, e questa condizione sarà soddisfatta dalla (7) se poniamo

$$h = \frac{n^2 - 2}{2(2n+1)} ,$$

poichè allora

$$E = 173{,}522 . \, {}^5/_2 = 433{,}805 ;$$

valore un po' superiore a quello medio trovato nelle più recenti determinazioni sperimentali. Le espressioni (6) e (5) si riducono alle seguenti:

$$c = a \frac{n}{p} \left(1 + \frac{4}{5n}\right)$$

$$(8) \qquad k = 1 + \frac{4}{5n}$$

e quest' ultima conferma quanto il prof. Roiti osservò pel primo cioè il rapporto dei due calori specifici a pressione costante e a volume costante degli aeriformi, è costante per tutti quelli ai quali i chimici attribuiscono molecole di uno stesso numero di atomi, e variabile al variare di questo numero.

Passiamo ora a determinare la relazione fra la velocità teorica del suono v, la velocità molecolare u ed il valore medio k' del rapporto dei due calori specifici dell'idrogeno e l'aeriforme considerato.

Alcuni distinti fisici anni indietro si occuparono della propagazione del suono nella odierna teoria degli aeriformi. Il pro-

fessor Stefan seguendo il concetto di Krönig che le molecole sieno distribuite in cubi uguali ed egualmente orientati, per modo che in ogni cubo si muovino tre molecole nella direzione dei tre lati, ammettendo che la velocità del suono debba essere uguale alla velocità molecolare presa nella direzione della diagonale del cubo, e ritenendo con Clausius

$$u = 279{,}9 \sqrt{3 \frac{1 + \alpha t}{\delta}}$$

essendo t la temperatura e δ la densità, nelle condizioni normali, dell'aeriforme ottenne l'espressione

$$v' = \frac{u}{\sqrt{3}}$$

identica a quella di Newton e corrispondente ai risultati sperimentali se si moltiplica per $\sqrt{k}$ come suggerì Laplace.

Il prof. Roiti in un suo interessante lavoro (1) espone due ipotesi per dedurre un'espressione della velocità di propagazione del suono che più si avvicinasse alla formola di Laplace. Nella prima ipotesi suppone le molecole animate da moto rettilineo uniforme, fra due urti consecutivi, e considera una massa gassosa talmente densa ed estesa da poter ritenere come infinito il numero delle molecole contenute in uno spazio finito, e come infinitamente piccola la distanza media che ciascuna molecola percorre fra un urto e il successivo. Talchè gl'impulsi comunicati dal corpo sonoro alle molecole che gli sono in contatto verranno da queste comunicati mediante gli urti ad altrettante molecole prossime, e così via via ad altrettante più lontane, talmente che verranno trasportati in ogni direzione. E per calcolare il tempo che impiega ad arrivare un impulso da un punto A ad un punto B qualunque dello spazio, il prof. Roiti suppone che quell'impulso provochi una variazione trascurabile nella velocità molecolare, osserva che esso si trasmetterà per un cammino che cambierà di direzione ad ogni urto, ed ammette che

(1) A. Roiti. *La velocità teorica del suono e la velocità molecolare dei gas.* Memoria pubblicata negli *Atti della R. Accademia dei Lincei*, Vol. I, Serie 3. Classe di scienze fisiche ec. 1876.

sia uguale la probabilità per tutte le direzioni comunque inclinate sulla congiungente A, B. In tal caso l'impulso seguirà una linea spezzata, la quale si potrà ritenere composta di un numero grandissimo di latercoli rettilinei, ed aventi tutte le direzioni accennate. Per conseguenza il rapporto fra la velocità del suono e la velocità di traslazione molecolare, sarà eguale al rapporto della spezzata alla sua lunghezza, e con considerazioni di calcolo superiore ottiene

$$(9) \qquad v = \frac{u}{2} = 242{,}4 \sqrt{\frac{1+\alpha t}{\delta}}\,.$$

Questa espressione dà dei risultati molto differenti da quella della formola di Laplace: dimodochè il prof. Roiti abbandonando tale ipotesi, con altre considerazioni trova il rapporto

$$\frac{v}{u} = {}^{2}/_{3}\,.$$

Altri fisici contemporaneamente e dopo il Roiti si occuparono di questo soggetto. E partendo dal concetto che per produrre in un gas l'equilibrio, o l'uniformità di pressione in tutte le direzioni, sia necessario l'uniformità dei moti molecolari per ogni verso (cosicchè un egual numero di molecole si muovano in due direzioni opposte qualunque) e che tale distribuzione di moti avvenga automaticamente in seno al gas, il signor Preston analizza col semplice ragionamento le particolarità che accompagnano la propagazione del suono, e fra le altre osserva che la velocità del suono deve esser minore della velocità molecolare del gas, ma ad essa proporzionale. Il prof. Clerk Maxwel esaminando l'ipotesi del Preston calcolò la velocità per un'onda o un impulso propagato da un sistema di particelle muoventesi fra loro con l'uniformità di pressione in tutte le direzioni, ritenendole di diametro trascurabile rispetto alla loro distanza media e di forma sferica in guisa che negl'incontri non abbiano luogo i moti rotatori, e trovò

$$\frac{v}{u} = \frac{\sqrt{5}}{3}\,.$$

Nel vapore di mercurio, secondo le determinazioni di Kundt e Warburg, il rapporto della velocità del suono a quello mole-

colare è esattamente uguale a $\frac{\sqrt{5}}{3}$; nel maggior numero dei gas la velocità del suono è alquanto minore, e il Preston ritiene che ciò debba attribuirsi ai moti rotatori prodotti negl'incontri delle molecole [1].

I valori teorici del rapporto $\frac{v}{u}$ ottenuti con i varii processi esposti differiscono fra loro, con i valori trovati sperimentalmente. E senza aver la pretesa di esporre una nuova teoria su questo interessantissimo soggetto, mi permetterò di osservare che moltiplicando per il valore medio k', del rapporto dei due calori specifici dell'idrogeno e l'aeriforme considerato, la velocità teorica di propagazione del suono ottenuta dal prof. Roiti nella sua prima ipotesi (9) si ha:

$$V = k'v = \frac{u}{2} k = 242{,}4\, k' \sqrt{\frac{1+\alpha t}{\delta}};$$

e per l'idrogeno ricavando dalla (8) $k = 1{,}4$; sarà

$$(10) \qquad k' = \frac{1{,}4 + \frac{5n+4}{5n}}{2} = \frac{6n+2}{5n}$$

e per conseguenza si avrà l'espressione

$$(11) \qquad V = 242{,}4\, \frac{6n+2}{5n} \sqrt{\frac{1+\alpha t}{\delta}};$$

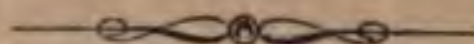
che dà dei risultati assai concordi con l'esperienza, come lo provano i valori calcolati per i seguenti aeriformi.

AERIFORMI	Formola molecol.	n	δ	v_1	V	k'	k_1
Mercurio	Hg	1	6,92600	137,3	147,4	1,600	1,667
Idrogeno	H_2	2	0,06926	1269,2	1291,1	1,400	1,410
Ossido di carbonio.	CO	2	0,96964	337,4	344,6	1,400	1,410
Aria	N,O	2	1,00000	332,8	339,4	1,400	1,410
Ossigeno.	O_2	2	1,10816	317,0	322,7	1,400	1,410
Protossido di azoto	N_2O	3	1,52372	261,8	261,8	1,333	1,285
Anidride carbonica	CO_2	3	1,52372	261,5	261,8	1,333	1,291
Etileno	C_2H_4	6	0,96964	313,9	311,9	1,267	1,257

(1) Vedi Memoria citata del Prof. Roiti. *Sulla propagazione del suono nella odierna teoria degli aeriformi.*

Infatti in questo specchietto i numeri corrispondenti a v_1, V sono quelli delle velocità di propagazione del suono nelle condizioni normali determinati sperimentalmente da Dulong [1] e delle velocità del suono calcolate con la (11) nelle stesse condizioni; i numeri delle colonne k', k_1 sono invece quelli del rapporto dei due calori specifici calcolato con la (10) e del medesimo rapporto trovato da Cazin [2] con la esperienza. E confrontando i valori di v_1 e V risulta che la differenza $V - v_1$ è assai piccola, e diminuisce aumentando il numero degli atomi della molecola; inoltre i valori di k' e k_1 sono assai concordi fra loro sicchè è da ritenersi che con la determinazione della velocità di propagazione del suono otteniamo un rapporto k_1, per i due calori specifici, uguale al valore medio di quello dell'idrogeno e dell'aeriforme considerato.

In conclusione le nostre considerazioni su tale argomento ci danno diritto di ritenere l'espressione (11) abbastanza concorde all'esperienza; ed il rapporto fra la velocità di propagazione del suono a quella molecolare, come risulta dalla (10), è costante per tutti gli aeriformi che hanno molecole di un egual numero di atomi e varia con questo numero. Di più nel precedente specchietto vi figura per l'aria la velocità del suono calcolata con la (11) ammettendo che al miscuglio gassoso si possa attribuire una molecola di un numero di atomi uguale a quello degli elementi semplici mescolati; e siccome il valore della velocità che si ottiene differisce dal valore dato dall'esperienza di una quantità uguale a quella di cui differiscono gli aeriformi di molecole biatomiche, sembrerebbe che la formola (11) fosse applicabile anche ai miscugli di aeriformi, tenendo conto della densità e del numero degli elementi semplici di cui è composto il miscuglio.



(1) *Le Son*, par John Tyndall, pag. 40. Paris 1869.

(2) A. Roiti, *Elementi di fisica*, Vol. 2. pag. 102. Firenze 1880.

INTORNO AD UN SINGOLARE EFFETTO MECCANICO DELLA SCARICA ELETTRICA; NOTA DEL PROF. EMILIO VILLARI.

Sono ben note ai fisici le grandi difficoltà che s'incontrano a perforare o schiantare delle sottili lastre di vetro per mezzo della scintilla elettrica, imperocchè questa, assai più facilmente che romperle, striscia sulla loro superficie. Perciò l'Holtz, pel primo, e quindi il Terquem ed il Trannin costruirono degli apparecchi appropriati per forare con la scarica grosse lastre di vetro, che preparavano con gran cura e diligenza.

Io ho fatto l'osservazione, che le lastre di specchio argentate si schiantano con grande facilità, quando poderose scariche elettriche le investono, e ne percorrono la superficie metallizzata. Lo stesso però non accade con gli specchi ad amalgama di stagno, per ragioni che dirò in seguito. Adoperai perciò in queste esperienze delle lastre di specchio argentate più o meno spesse, e generalmente molto piccole, che disponevo verticalmente fra gli elettrodi in fili di platino di uno spinterometro. Al momento della scarica di una opportuna energia, la lastra il più delle volte si spezzava in sottili frantumi. Qui di seguito verrò accennando i risultati più cospicui da me ottenuti in queste esperienze.

Una lastra argentata di circa 9 cm. q. di superficie, e grossa 3^{mm} si ruppe con una scarica di 32 unità (1) impartite ad 8 bottiglie.

Una seconda lastra di $3^{mm},7$ di spessore e larga 52^{mm} si ruppe per la scarica di 36 unità, impartite ad 8 bottiglie (2).

Per lo contrario, una lastra grossa 3^{mm} e larga 30^{mm} resistette ad una scarica di 18 unità in 4 bottiglie, che perciò erano allo stesso potenziale delle precedenti; ma essa lastra si ridusse

(1) Le unità qui citate erano misurate da una bottiglia elettrometrica di 114^{mm} di diametro, con una armatura esterna alta 165^{mm}, la quale bottiglia produceva scintille di 5^{mm} di lunghezza fra due palline di $22^{mm},2$ di diametro.

(2) Le bottiglie da me adoperate erano cilindriche, alte 50 cm., di 13 cm. di diametro, e pei due terzi della loro altezza rivestite di stagnola.

in minuti frantumi per la scarica di 96 unità in 24 bottiglie, e che avevano un potenziale inferiore al precedente. Laonde si rileva che in questi fenomeni ha, come è naturale, grande influenza la quantità di elettricità che produce la scarica. È poi singolare l'osservare, come si riesca con facilità a fracassare delle lastre di vetro di oltre 3 millimetri di spessezza, assai strette e rivestite d'argento, mentre si crederebbe a tutta prima, che la scintilla più che schiantarle dovesse strisciar solamente sulle sue superfici, come di certo accadrebbe se le dette lastrine non fossero argentate. Ma i fatti seguenti sono di gran lungo più degni di considerazione.

Fra gli elettrodi orizzontali di platino dello spinterometro interposi un sistema fatto da due lastre di specchio eguali, larghe 7 cm., grosse in complesso 6m,7 ed addossate con le loro facce di vetro, cosicchè i detti elettrodi appoggiavano sulle facce argentate delle due lastre. Una scarica di 96 unità in 24 bottiglie ruppe in piccoli frantumi le due lastre in corrispondenza degli elettrodi, formandovi come due dischetti o rose di frattura di circa 2 cm. di diametro, dalle quali partivano diverse fenditure. Le varie particelle del vetro però rimasero in sito; onde si conclude che la scarica ruppe le lastre senza passarvi attraverso e solo per avere strisciata sulle sue superficie rivestite d'argento, il quale fu quasi interamente volatilizzato. Anzi dirò che questo è il caso generale che si verifica, e solo con scariche eccessive, o con lastre sottili accade che queste saltano all'aria in piccoli frantumi.

A rendere più evidenti queste azioni, presi una lastra quadra di vetro ordinario, grossa 2mm,4 e di circa 10 cm. di lato, e nel centro vi attaccai due pezzi di specchio (con cera posta negli angoli), grossi ciascuno 3m,3, di circa 4 cm. q. di superficie, ed in modo che le loro facce argentate rimanevano esterne, e su di esse facevo appoggiare gli elettrodi dello spinterometro. Al momento della consueta scarica di 96 unità, le lastrine di specchio andarono in frantumi, mentre la lastra ad esse interposta rimase illesa, essendo la scintilla strisciata sulle sue superfici. Per lo contrario adoperando una lastra di vetro più ampia, cosicchè la scintilla non possa strisciar sulle sue superfici, il fenomeno non ha luogo.

Quindi passai a sperimentare su lastre più spesse, ed i risultati ottenuti mostrarono, sempre più, la energia della scarica in questi fenomeni singolari. Così un sistema di due lastre argentate, grosse ciascuna $8^{mm},2$, larghe 4 a 5 cm., addossate per le loro facce di vetro, ed interposto fra gli elettrodi dello spinterometro, così che quelli toccavano il centro delle facce argentate, fu spezzato e frantumato da una scarica di 96 unità in 24 bottiglie. E lo stesso accadde a due altri sistemi di lastre della stessa spessezza, ma uno formato con lastre larghe solo 43^{m}, e l'altro con una prima lastra di 40^{m} di larghezza, e con la seconda di soli 23^{m}. Ciò mostra che il fenomeno si manifesta anche adoperando lastre molto strette, anzi a me parve che forse la rottura si producesse più difficilmente e fosse meno completa quando si adoperavano lastre molto ampie, a parità di altre condizioni.

Con la batteria che possedevo, e quindi con la carica di 96 unità, che era la massima che potevo adoperare, non riuscii a schiantare un sistema di due lastre di $17^{m},7$ di spessezza; ma è certo che con cariche più vigorose il detto sistema, ed altri più grossi ancora si sarebbero potuti spezzare.

Dallo studio precedente credo si possa concludere che l'azione della scarica non sia simile a quella ordinaria, e per la quale il vetro vien traforato dalla scintilla che lo attraversa. Invece essa parmi sia simile ad una scossa meccanica, quasi ad una specie di colpo di martello impartito al cristallo, nell'istante che l'elettrico ne invade le facce argentate. La quale speciale azione credo che forse si possa attribuire alla evaporazione istantanea dell'argento investito dalla scarica. Laonde è necessario che lo strato metallico sia sottile, che la scarica sia vigorosa, e che lo percorra per un tratto più o meno lungo. E siccome negli specchi ad amalgama di stagno lo strato metallico è grosso, e non può evaporarsi facilmente, così in essi le scariche da me adoperate non vi produssero alcuno degli effetti più sopra indicati.

Questa interpretazione viene convalidata anche dal fatto che una lastra di specchio può rompersi facendovi semplicemente passare la scarica sull'unica sua faccia argentata. Ed invero disposi orizzontalmente delle lastre di specchio con la loro faccia argentata in alto, e contro di essa appoggiai gli elettrodi in fili

di platino di uno spinterometro, inclinati e convergenti in basso, e distanti fra loro da 80^{mm} a 120^{mm} (1): e fatta quindi strisciar la scintilla di una scarica opportuna, sulla faccia argentata delle lastre, ne ruppi successivamente diverse, e della spessezza di 5^{mm}-$5^{mm},5$-$6^{mm},5$-$6^{mm},8$ e $7^{mm},7$. In queste varie esperienze mi parve osservare, sebbene in modo non del tutto sicuro, che l'azione del polo positivo sia più energica del negativo.

A dare una idea della straordinaria potenza, che spiega la scarica in questi fenomeni, ricorderò ancora che avendo fatto strisciare la scintilla di 96 unità sopra la faccia argentata di una lastra quadra di circa 50^{mm} di lato, grossa $7^{mm},8$ ed appoggiata orizzontalmente sopra una grossa lastra di vetro, osservai che quella di specchio si frantumò e quasi si polverizzò nel tratto interpolare di 29^{mm}, in tutta la sua spessezza e per una larghezza di 5 a 6^{mm}.

L'energia della scarica in codesti fenomeni, come già si accennò, dipende naturalmente dalla quantità di elettricità, il che assai bene rilevasi dalla seguente esperienza. Feci strisciare nel modo consueto, sulla faccia argentata di una lastra di specchio orizzontale e di 3^{mm} di spessezza, una scarica di 8 unità distribuite in 4 bottiglie; e la lastra resistette alla scarica. Poscia feci strisciare sopra una lastra identica, una scintilla data da 48 cariche impartite a 24 bottiglie, e perciò al medesimo potenziale delle precedenti, e la lastra si ruppe in cinque pezzi, con fenditure intersecantesi sotto gli elettrodi. Questa esperienza fu ripetuta più volte, e sempre con gli stessi risultati.

Ma evidentemente il fenomeno, oltre che dalla massa di elettricità, deve altresì dipendere dal potenziale della carica che produce la scintilla; e per mettere in evidenza tali due influenze, separatamente considerate, feci le due serie di esperienze seguenti.

Tagliai da uno stesso specchio molte lastrine eguali fra loro, lunghe 88^{mm} e larghe 40^{mm}: quindi successivamente le disponevo orizzontalmente, nel modo più sopra indicato, e vi facevo strisciar la scarica sulla faccia superiore argentata. In una prima serie di prove sperimentai con una carica costante, distribuita

(1) Non avendo avuto a mia disposizione lastre di opportuna grandezza, non ho fino ad ora potuto studiare l'influenza che aveva in questi fenomeni la lunghezza della scintilla strisciante sul vetro.

in diverso numero di bottiglie, e perciò a diverso potenziale ed in una seconda serie sperimentai a potenziali costanti, ma con cariche e numero di bottiglie diverse, ed osservando le condizioni nelle quali le lastrine si ruppero ottenni i dati che seguono.

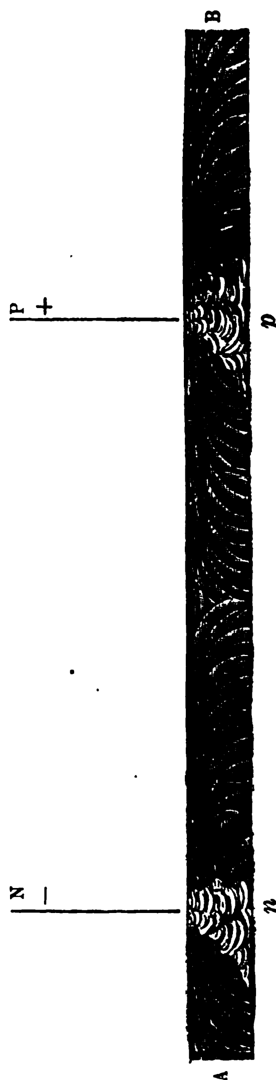
I. Serie *Carica costante: 24 unità*		II. Serie *Potenziali costanti*		
N.° di Bottiglie		N.° di Bottiglie	Cariche	
16	La lastra *Si* ruppe	18	6	La lastra *Si* ruppe
16	" "	15	5	" "
18	" *Non* si ruppe	15	5	" "
18	" *Si* ruppe poco	15	5	" *Non* si ruppe
18	" *Non* si ruppe	12	4	" "
20	" "			
20	" "			
18	" "			
18	" "			

La I. Serie mostra, che la costante carica di 24 unità, accumulata in 20 bottiglie non fu mai sufficiente a schiantare le lastrine; ma distribuita in 18 bottiglie, qualche volta, sebbene malamente, ne spezzò qualcuna; ed impartita invece a sole 16 bottiglie, sempre e nettamente le spezzò in più parti. La II. Serie poi mostra, che a potenziale costante il vetro non si ruppe con la scarica di 12 unità in 4 bottiglie; invece qualche volta si rompeva, ma appena, con la scarica di 15 unità in 5 bottiglie, mentre che le lastrine si rompevano sempre e completamente con la scarica di 18 unità comunicate a 6 bottiglie. Laonde, come si era detto, queste azioni dipendono dal potenziale e dalla quantità di elettricità della carica che le producono.

Analoghi esperimenti ripetei interponendo verticalmente fra gli elettrodi dello spinterometro due lastrine di specchio quadre grosse $3^{mm},5$ ciascuna e di 30^{mm} di lato; le quali erano a contatto con le loro faccie di vetro, avevano esterne quelle argentate, e su di esse faceva strisciare la scintilla della scarica, variabile pel potenziale in una prima serie di esperienze, e per la quantità in una seconda serie, ed i risultati che così ottenni sono qui di seguito riportati.

I. Serie *Carica costante: 40 unità*		II. Serie *Potenziale costante*		
N.° di Bottiglie	2 lastrine	N.° di Bottiglie	Cariche	2 lastrine
24	*Non* si ruppero	24	8	*Sì* ruppe una sola
16	*Sì* ruppero poco	18	6	*Sì* ruppe una, ma p
16	"			chissimo.
20	"	15	5	*Non* si ruppero
24	*Non* si ruppero	18	6	*Sì* ruppero al polo
22	*Sì* ruppero poco			
22	"			
23	*Sì* rupp. al solo polo più			

I dati precedenti mostrano che nella prima serie la rottura delle lastrine avvenne con la scarica di 40 unità, comunicate a sole 22 o 23 bottiglie; e pel caso del potenziale costante la rottura cominciò a prodursi per la scarica di 18 unità comunicate a 6 bottiglie. Onde, come precedentemente, si conclude che l'energia della scarica dipende dalla quantità e dal potenziale della carica che la produce; e forse ripetendo e variando molto le esperienze, si potrebbero eseguire in proposito delle misure, almeno approssimate.



La frattura del vetro prodotto per l'azione della scarica avviene in un modo assai singolare e quasi direi specifico; imperocchè nei bordi della frattura il vetro presenta come un aspetto concoide, dovuto a due sistemi di curve diverse, uno per ciascun polo; e tali curve par che partino da ciascuno dei poli e quindi allontanandosi fra loro, nella frattura del vetro, ne raggiungono la faccia opposta ai poli

medesimi. Una idea di codeste curve, può aversi approssimativamente dalla figura qui unita, la quale in AB rappresenta un bordo un po' ingrandito di una frattura elettrica di una lastra di specchio, che fu spezzata ad un dipresso nel piano degli elettrodi P ed N. Sotto ciascun polo vedesi uno speciale sistema di curve, le quali ricordano, per la loro direzione, gli spettri magnetici o le note linee di forza; e mutano di direzione a mezza distanza circa dai poli. Inoltre sotto ciascuno di essi rinvengonsi in *n* e *p*, come due nuclei o coni tronchi di vetro col vertice in alto ed intorno tagliati quasi a scaglioni. Le curve accennate si riscontrano in qualunque direzione siasi prodotta la frattura; ma non devo mancare di far notare che in qualche raro caso la direzione delle curve, ad una certa distanza dal polo, si trova disposta inversamente a quella qui sopra indicata, sebbene esse conservino sempre il medesimo aspetto.

Aggiungerò da ultimo che lo strato d'argento, stato percorso dalla scarica, quasi intieramente svanisce; e sul vetro scorgonsi, quali residui dell' argento, delle linee o tracce sottili nerastre, perpendicolari alla direzione tenuta dalla scintilla. Inoltre sotto ciascuno dei poli rimangono dei residui d' argento più o meno alterato, che vi formano come delle rose di 1 a 2 cm. di raggio, risultanti da anelli più o meno regolari e concentrici e spesso dotati di filamenti allo esterno. Cotali figure, come risulta dalla osservazione microscopica, trovansi fissate su una superficie di vetro, stata dalla scarica finamente screpolata.

Le cose esposte si possono come qui in seguito riassumere.

Quando si cerca di forare una sottile lastra di vetro con la scarica elettrica, spessissimo accade che la scintilla scorra sulle sue superfici senza romperla. Se invece si sperimenti in modo analogo con una lastra di specchio argentata su una delle facce e non molto larga, si riesce assai facilmente a romperla e frantumarla con la scarica, anche quando la lastra abbia parecchi millimetri di grossezza. Risultati consimili si ottengono se si fa strisciare una poderosa scintilla sulla sola superficie argentata del vetro. Ed in tal modo sono riuscito a schiantare lastre di specchio di oltre 7^{mm} di spessezza, che erano fra le più grosse che possedevo.

Ho poscia potuto spezzare e frantumare due lastre di specchio grosse insieme 16 a 17 millimetri, affacciate con le loro superficie di vetro, e con quelle argentate messe allo esterno, sulle quali, a mezzo dello spinterometro, facevo scaricare una grande batteria di 24 bottiglie attivata da 96 unità elettriche.

La scarica, perchè produca codesti fenomeni, deve scorrere con la sua scintilla sulle superficie argentate delle lastre; e l'azione può somigliarsi quasi ad un colpo d'ariete o di martello; e credo possa attribuirsi alla istantanea volatilizzazione dello strato d'argento investito dalla scarica. Onde è che questa energia della scarica cresce con la quantità e col potenziale della carica elettrica.

Finalmente, i bordi del vetro così fratturati presentano un aspetto concoide, con una serie di curve che sembrano partire da ciascuno dei poli e allargandosi raggiungono la faccia del vetro, opposta ai poli medesimi. Tali curve, per la loro direzione ricordano quelle degli spettri magnetici o delle linee di forza.



SULLA VARIAZIONE NELLA RESISTENZA ELETTRICA DI UN FILO METALLICO IN RELAZIONE AD ALCUNI DISTURBI PROVOCATI NE' SUOI SISTEMI MOLECOLARI; DI GIUSEPPE GEROSA.

Da un accurato studio circa le modificazioni che presentano i fili metallici nella resistenza al passaggio della corrente elettrica, quando vengono perturbati da azioni meccaniche, risultava al Mousson (1) che ogni operazione, la quale modifichi la costituzione interna dei fili, influisce in modo sensibile sulla detta re-

(1) Mousson. *Neue Denrschrift der allg. Schweiz Gesells. für die Naturwiss*; vol. XIV, pag. 33, 1855.

NB. Non avendo potuto trovare nelle Biblioteche di Pavia, di Milano e di Roma le *Memorie della Società Elvetica*, almeno per l'anno 1855, mi son valso di un estratto abbastanza largo che il Mousson stesso fece della sua Memoria *Ueber die Veränderungen des galvanischen Leitungswiderstandes der Metaldrähte*, e che pubblicò nell' *Archives des sciences physiques et naturelles*, T. 31, pag. 111, 1856.

sistenza, in ragione dell'intensità e dell'estensione dell'alterazione provocata. Tanto è verificato per la trazione, pei cangiamenti di figura, i quali richiedono qualche sforzo, per l'incrudimento, la tempera e la ricottura. Però egli notava insieme che la figura del filo, finchè non si tratta che dell'influenza delle parti le une sulle altre o di una induzione proveniente dall'esterno, sembra, almeno per le deboli correnti, affatto indifferente; ed avvertiva pertanto che, facendo vibrare dei fili di acciaio e di rame, a mo' delle corde di un sonometro, non si presentava la minima variazione di resistenza. Per di più sottomettendo dei fili di ferro e di acciaio all'influenza di forti calamite o magnetizzando i fili stessi col semplice od il doppio contatto, fino a tanto ch'essi si coprivano alle estremità di un grosso fiocco di limatura di ferro, trovava che la resistenza loro (come già avevano notato Wartmann ed Edlung) non veniva punto alterata. Cosicchè gli parve che le modificazioni, prodotte dalla magnetizzazione nell'interno del ferro, fossero di un altr'ordine di quelle che influiscono sensibilmente sulla resistenza elettrica, e ch' esse non alterano pertanto i rapporti d'equilibrio delle molecole.

Ma il Dott. Luigi De Marchi (1) in una Nota letta all'Istituto Lombardo *Intorno all' influenza della trazione e delle vibrazioni di un filo metallico sulla sua conduttività elettrica*, esponeva, come risultati di alcune sue ricerche, le seguenti proposizioni:

1.° Ogni trazione di un filo metallico aumenta in generale la sua resistenza; può darsi che, quando la trazione è molto piccola, produca diminuzione invece di aumento, ma coll'aumentarsi della trazione si rientra nella legge generale.

2.° In generale gli aumenti sono anche proporzionali agli aumenti di trazione, fino a certi limiti; oltre i quali le variazioni di resistenza manifestano dei salti repentini, indizio di una perturbazione istantanea e profonda nello stato molecolare del filo.

3°. La legge degli aumenti di resistenza appare affatto indipendente da quella degli allungamenti.

(1) L. De Marchi. *Rend. del R. Ist. Lomb. di Sc. e Lett.*; s. 2, vol. 13, fasc. 19. 1880. — *Il Nuovo Cimento*; s. 3, t. 9, pag. 31, 1881. — Wiedemann, *Beiblätter*; t. 5, pag. 680, 1881. — *Journal de Phys. d' Almeida*; t. 1, pag. 517. 1882.

4.° Ogni vibrazione del filo è accompagnata da una variazione di resistenza in generale molto sensibile. Nella pluralità dei casi si verificò decremento di resistenza se la vibrazione era sonora, e maggiore se armonica; incremento se la vibrazione era muta.

Questi fatti, insieme con quello presentato da un filo di rame, di un andamento oscillatorio della resistenza intorno ad un valor limite, mentre il filo continuava ad allungarsi sotto l'azione di un peso tensore, indussero il De Marchi a supporre che le variazioni di conduttività elettrica, prodotte dalla trazione dei fili, più che all'allontanamento delle molecole debbano ascriversi a qualche spostamento rotatorio di queste, e al cambiamento della loro relativa orientazione.

In tale ipotesi ad ogni trazione del filo corrisponderebbe una speciale orientazione delle particelle, ed ogni aumento o diminuzione di tensione altererebbe questa orientazione, sia per effetto di attrito interno, sia per effetto di elasticità di seconda specie. Per cui ogni cambiamento di trazione modificherebbe la resistenza elettrica del filo, in parte per le variazioni di lunghezza e di sezione, ma specialmente per il movimento rotatorio e la diversa orientazione che produce fra le molecole, forse modificando l'attitudine di queste ad assumere lo stato di polarità magnetica, che viene loro indotto dalla corrente.

Ora è certamente singolare questo fatto della variazione di resistenza elettrica dei fili metallici, quand'essi vengono sottoposti ad azioni esterne perturbatrici, poichè nessuna regola vi ha ancora, la quale possa guidare a stabilire a priori quale sia per essere la grandezza relativa ed il senso della variazione stessa in corrispondenza di una data modificazione, tutto che ben definita; ove non si voglia eccettuare la legge di Mousson sulla proporzionalità fra i pesi tensori e gli aumenti di resistenza, la quale però si verifica soltanto approssimativamente entro i limiti della perfetta elasticità dei fili. Anzi parecchi risultati sperimentali sembrano in contraddizione fra di loro, quando si ha riguardo al concetto fisico che oggi viene ammesso intorno alla costituzione molecolare dei corpi.

E difatti Mousson trovava che la trazione determina un aumento nella resistenza elettrica del filo; Wartmann ed Edlung

osservavano che l'incrudimento alla filiera produce un minimo di resistenza, cui la ricottura non può che accrescere, e la tempera produce un massimo, che la ricottura non può che diminuire. Matthiessen e Siemens (1) pure riconoscevano che maggiore è la resistenza dell'argento, del rame, dell'oro, del platino e dell'ottone allo stato dolce che non allo stato incrudito, sebbene non s'accordino troppo nei valori ottenuti. Mousson inoltre osservava che l'avvolgere a forma di spira un filo accresce molto sensibilmente la sua resistenza, e che mentre questa non viene alterata dandogli una forma ondeggiata, la diminuisce notevolmente piegandolo a zigzag, per accrescerla di molto battendo a martello gli angoli. A. Wartmann (2) poi, che sottopose dei fili di rame molto dolce ad una pressione crescente fino a 400 atmosfere, risultò che una pressione di 30 atmosfere (valor relativo alla sensibilità del reometro impiegato) cominciava ad accrescere la resistenza del filo, la quale d'indi in poi veniva sempre aumentando coll'aumentare della pressione.

Dunque, due operazioni che tendono a produrre modificazioni opposte su di un filo, come ad es. la trazione e la pressione, possono produrre lo stesso effetto in quanto al variare la resistenza elettrica del filo stesso.

Per questo ho stabilito alcune esperienze sulla modificazione nella resistenza elettrica, che offrono i fili metallici quando vengono sottoposti ad azioni, che tendono a disturbare la distribuzione interna dei sistemi molecolari, riprendendo in parte le ricerche del De Marchi; e credendo non del tutto privo d'interesse il conoscere ogni fatto che possa guidare all'interpretazione della natura di quegli spostamenti nei gruppi molecolari, i quali hanno sensibile influenza su questa resistenza elettrica, ne riferisco i risultati.

Il Mousson seguì, per la misura delle variazioni nella resistenza elettrica di un filo, il metodo del ponte di Wheatstone, valendosi di una bussola delle tangenti, che doveva certamente trovarsi in condizioni di molta sensibilità, essendosi preparato un

(1) G. Wiedemann. *Galvanismus;* vol. 1, pag. 309-310, 2. ediz., Braunschweig, 1874.

(2) Wartmann. *Arch. des Sc. Phys. et Nat.*; t. 4, pag. 12. 1859.

reostato di Wheatstone per mezzo del quale poteva valutare la resistenza di mm. 1,4 di un filo di rame avente un diametro di mm. 1,1913. Il De Marchi seguì il metodo del galvanometro differenziale, usando di uno squisito galvanometro a riflessione.

Io pure ho seguito il metodo del galvanometro differenziale (1), e mi son servito dello stesso galvanometro usato dal De Marchi, il quale è un galvanometro Weber con due grandi aghi collegati astaticamente da un rettangolo, formato da quattro laminette di alluminio, il piano del quale è perpendicolare al piano che passa per gli assi magnetici degli aghi. Il rettangolo d'alluminio non concede al sistema degli aghi che una rotazione di circa un quarto di circonferenza, impedendo ch'essi escano dal telaio dei fili.

L'esperienza era così disposta.

L'una coppia dei torchietti del galvanometro, mediante due grossi fili di rame, metteva immediatamente ad un bicchierino di mercurio e di qui all'un polo della pila, pure con un grosso reoforo di rame, che comprendeva un reostato di Siemens. L'altra coppia di torchietti, con due reofori di eguale lunghezza ed i più brevi possibili, metteva all'altro polo della pila, includendo nell'un reoforo il filo metallico da sottoporsi all'esperienza, il quale era teso sul sonometro di Marloy od appeso ad un robusto albero di ghisa, e nell'altro un filo identico al precedente, teso sul reocordo di Poggendorff.

Il filo, sul sonometro, veniva teso mediante pesi che erano posti sopra un piatto di legno, simile al piatto d'una bilancia, il quale in luogo del gancio di sospensione teneva una morsetta formata da due piastrelle di ferro, che potevano essere ravvicinate con viti, e che erano ricoperte internamente da altre due piastrelle di legno di mortella, grandi quanto quelle di ferro. Quando il filo era appeso all'albero, veniva teso dallo stesso piatto per l'estremo inferiore, mentre l'estremo superiore era tenuto da una morsetta eguale alla precedente e fissa all'albero.

La porzione di filo da studiare era introdotta nel circuito mediante due bicchierini di mercurio, i quali, sul sonometro, erano posti appena al di fuori dei ponticelli fissi, e, lungo l'al-

(1) G. Wiedemann. *Galvanismus*; vol. 1., pag. 246, 2. ediz. 1874.

bero, erano tenuti sospesi con due brevi tratti di cordicella, a modo dei piatti di una bilancia; di guisa che il filo poteva disporsi secondo la verticale, guidandovi gli stessi bicchierini se non ve lo fossero stati esattamente.

Il reostato di Siemens, introdotto nel ramo che non contiene le resistenze, serviva a variare la sensibilità del galvanometro; imperocchè, quando lo strumento era portato ad un grado estremo di sensibilità, mostrava talvolta una certa irrequietezza, inevitabile anche nelle migliori condizioni dell'ambiente, la quale, sebbene consistesse in una oscillazione fra i brevi limiti di una mezza divisione o poco più, tuttavia poteva poi far nascere dei dubbi. Introducendo ora mediante il reostato una piccola resistenza, si poteva render fisso il galvanometro, certo però a scapito della sensibilità.

Per questo in generale ogni serie di prove fu accompagnata da una determinazione della sensibilità del galvanometro misurando la deviazione corrispondente a cm. 3,3 di un particolare filo di ferro, teso pure sul reocordo e che serviva unicamente a questo scopo. Il valore di tale sensibilità è espresso in U. S. e corrisponde alla deviazione di una divisione, ossia di mm. 1 della scala.

Però i dati, che più sotto verranno riferiti, non hanno valore assoluto, e solo sono confrontabili fra loro quelli che appartengono ad una medesima serie di prove. Vero è che, mediante il valore della sensibilità del galvanometro, si potrebbe renderli tutti confrontabili; ma mi affretto a soggiungere che la misura della sensibilità fu fatta mediante un campione Siemens ordinario, e senza preoccuparmi sottilmente delle cautele necessarie in una squisita misura di una piccola resistenza. D'altra parte poi la sensibilità del galvanometro, pur stando inalterate le condizioni nei reofori, è in stretta relazione coll'attività della pila; per cui assai difficile sarebbe riescito il volersi porre per ciascuna serie di prove sempre nelle stesse circostanze, dovendo spesso mantener chiuso a lungo il circuito della pila.

Ora, come ultimamente fece il Gray (1) pel metodo del ponte di Wheatstone, così anche pel metodo del galvanometro differen-

(1) Gray. *Philos. Magaz.;* vol. 12, pag. 283. 1881.

ziale si potranno definire a priori le condizioni per le quali lo strumento tocchi il massimo di sensibilità od un determinato valore di essa. Ma, essendo sprovvisto al presente di un esatto ed opportuno campione di resistenza, ho proceduto pel momento empiricamente, conseguendo la maggiore sensibilità, nelle circostanze in cui ero, impiegando la corrente data da un elemento Daniell, che veniva mantenuto precedentemente a circuito chiuso, comprendente circa 1000 U. S. di resistenza, per la durata di due giorni.

I fili, sui quali si esperimentò, erano di rame, di acciaio, di ferro incrudito e ricotto, ed erano di quelli stessi che vengono impiegati come corde da piano. La lunghezza che di essi veniva introdotta nel circuito, era di circa un metro (lunghezza del sonometro), ed il peso del piatto, destinato a ricevere i pesi, era di 350 grammi.

Le deviazioni galvanometriche sono date in centimetri della scala, la cui distanza dallo specchio era di circa cm. 120.

Ora sono dapprima riferiti i risultati ottenuti quando i fili erano tesi sul sonometro e venivano fatti vibrare per lunghezze differenti (spostando lo scanno mobile del sonometro) sotto la trazione di differenti pesi e con modi diversi di eccitazione.

Facendo innanzi tutto vibrare mediante un arco da violino un filo di ferro incrudito del raggio di mm. 0,1, quand'esso era teso soltanto dal piatto, si ebbe ad esempio:

Sensibil.	DEVIAZIONI DELL' AGO GALV.		
	corda intera	$^1/_2$ corda	corda intera
$\frac{46}{10000}$ U. S.	0,12 0,11 0,18 0,07 0,13	0,08 0,05 0,11 0,08 0,10	0,19 0,12 0,08 0,10 0,09
	m. 0,12	m. 0,08	m. 0,12

Si vede che, da una prova all' altra, può riescire abbastanza diversa in grandezza la deviazione galvanometrica, tutto che si

sia procurato di condurre l'arco sempre colla stessa legge di velocità e colla medesima pressione sulla corda; però i risultati medi, i quali direbbero che a parità di circostanze le vibrazioni coll' arco producono un aumento di resistenza maggiore, sebbene di poco, nella corda intera che nella metà di essa, si ripresentarono sempre, ancorquando la corda era tesa da differenti cariche.

Quest'è detto appunto nella tavola seguente, dove si nota insieme che la regola non si continua più per un'ulteriore suddivisione della corda in quattro, in sette parti.

I numeri poi affetti dall'asterisco mostrano che, quando si fa vibrare la corda con una intensità molto più grande della normale, la deviazione è pur maggiore dell'ordinaria, in relazione, com'è naturale, alla grandezza del disturbo provocato; ma però, per una vibrazione che sia così regolare da produrre un suono netto, la deviazione ha un valore più piccolo del normale. Questi numeri non sono compresi nei valori medi.

sensibilità	DEVIAZIONI DELL'AGO GALVANOMETRICO				
	pesi	corda intera	$^1/_2$ corda	$^1/_4$ corda	$^1/_7$ corda
48/[illegible] U.S.	Klg. 0	0,09			
	»	13			
	»	08			
	»	11			
		m. 0,10			
	Klg. 1	0,11	0,06		
	»	12	12		
	»	15	10		
	»	15	14		
	»	13	12		
		m. 0,13	m. 0,11		

sensibilità	DEVIAZIONI DELL' AGO GALVANOMETRICO				
	pesi	corda intera	$^1/_2$ corda	$^1/_4$ corda	$^1/_7$ corda
$\frac{45}{10000}$ U.S.	Klg. 1	0,12	0,10	0,10	0,13
	»	15	09	12	13
	»	17	12	16+	10
	»	22†	10	09	14
	»	12	13	14	08*
	»	12		13	12
	»	21†	m. 0,11		08*
	»	14		m. 0,12	13
	»	16			11
		m. 0,14			m. 0,12
	Klg. 2	0,20	0,11		
	»	11	13		
	»	20	33†		
	»	28†	17		
		m. 0,17	18		
			m. 0,15		
	»	0,15		0,15	
	»	14		18	
	»	21		12	
	»	14		19	
	»	19		m. 0,16	
		m. 0,17			

Da questa tavola risulta poi un altro fatto, che col crescere della tensione del filo crescono pure i valori delle deviazioni galvanometriche provocate dalle vibrazioni mediante l'arco; e qui sotto si è voluto riferirne un esempio in particolare:

N. B. Al segno (†) corrispondono vibrazioni fatte con maggiore intensità della normale.
Al segno (+) corrispondono vibrazioni continuate più a lungo dell'ordinario.
Al segno (*) corrispondono vibrazioni che danno suoni chiari.

sensibilità	pesi	doviazioni
$\frac{30}{10000}$ U. S	Klg. 0	0,08
	»	10
	»	10
	»	09
		m. 0,09
	Klg. 1	0,13
	»	16
	»	11
	»	16
		m. 0,14
	Klg. 2	0,22
	»	16
	»	16
	»	18
		m. 0,18
	Klg. 3	rotto

sensibilità	pesi	doviazioni
$\frac{23}{10000}$ U. S.	Klg. 2	0,19
	»	15
	»	13
	»	15
	»	21
	»	24
	»	11
		m. 0,17
	Klg. 2½	0,23
	»	13
	»	15
	»	19
	»	19
	»	27
	»	17
		m. 0,19
	Klg. 3	rotto

Le stesse prove furono ripetute sopra dei fili di acciaio, di ferro incrudito, di ferro ricotto e di rame, aventi un diametro di circa 1/2 mm., e si ebbero risultati affatto simili; ad eccezione che pei fili di acciaio e di ferro incrudito, per incrementi successivi di 1 klg. da 0 a 3 klg., le differenze nelle deviazioni medie erano poco diverse dall'una all' altra carica, e non si presentava più costantemente una minor deviazione col vibrare solo la metà della corda anzichè l'intera. Però la regola si ripresentava passando da una carica di 2500 a 4.2500 = 10000 grammi e portando la sensibilità del galvanometro da 36/10000 a 22/10000 U. S.

I fili di rame e di ferro ricotto furono tesi di due in due klg., e da 1350 a 4.1350 = 5400 grammi, dacchè per 6 klg. si strappavano, e non si verificò alcuna eccezione.

È da notare però che, mentre pel filo di ferro incrudito di raggio eguale a mm. 01 si ottenevano col vibrare la corda intera, prima e dopo d'aver fatto vibrare la metà di essa, valori medi pressochè eguali, qui per i fili di acciaio e di ferro incrudito,

vibrando la corda intera dopo d'aver fatto vibrare la metà di essa, si aveva un valore più piccolo, sebben di pochissimo, a quello che si era ottenuto vibrando la metà stessa della corda; e, pei fili di ferro ricotto e di rame, un valore press'a poco eguale.

E qui non credo opportuno di riferire i numeri, che mostrino questi risultati, tanto più che da essi non si vuol dedurre alcuna regola generale. Basti il riconoscere che le variazioni di resistenza del filo, dovute alle vibrazioni coll'arco, non sono interamente da ascrivere al riscaldamento che nasce dallo strofinio; ma in parte ad una modificazione elastica interna, che ha relazione colla lunghezza, colla grossezza e con tutte quelle condizioni che possono influire a che la perturbazione sia più o meno profonda nella sistemazione dei gruppi molecolari della corda, quand'essa è fatta vibrare.

In ciascuna poi delle serie precedenti di prove i fili vennero ancora fatti vibrare per mezzo di un martelletto di sughero, formato di un piccolo dado di sughero infisso all'estremo di una lunga e sottile verghetta di ottone, e per mezzo di una lancetta di mandolino molto flessibile; ma nell'uno e nell'altro caso non si potè mai avvertire la minima deviazione dell'ago. Solo si aveva un leggero spostamento, nello stesso senso di quello che si otteneva colla vibrazione mediante l'arco, allorquando colla lancetta si produceva una vibrazione molto forte. In tal caso però poi il galvanometro accennava ad una modificazione puramente avvenuta colla resistenza del filo.

Fu inoltre stabilita una prova speciale colla percussione del martelletto, nella quale la sensibilità del galvanometro era portata a $^{18}/_{10000}$ U. S., e fu eseguita sul filo di ferro incrudito ($r = 0{,}27$ mm.), ma nulla di più si osserva che nelle esperienze precedenti. Per cui siccome si può apprezzare $^{1}/_{4}$ di una divisione della scala galvanometrica, così, se una pura vibrazione può determinare una variazione di resistenza elettrica del filo, questa deve essere inferiore a $^{5}/_{10000}$ di U. S.

E lessi con compiacenza nella Rivista Scientifico-Industriale (n. 13-14, 1883) come a tale riguardo anche il prof. A. Emo sia pervenuto agli stessi risultati.

Furono fatte poi alcune prove sopra il filo mentre uno dei

suoi estremi era fisso e l'altro era raccomandato all'un rebbio di un grande diapason, serrandolo fra il rebbio stesso ed il dischetto metallico che serve da specchio.

Il filo era isolato dal diapason mediante due laminette di ebanite ed era introdotto nel circuito sempre con bicchierini di mercurio, che erano interni ai punti pei quali il filo era tenuto.

Ora battendo leggermente con un martelletto di legno l'altro rebbio del diapason, non si notò pure nessuno spostamento nell'ago; solo vi aveva deviazione per una percossa forte; ma allora ancor quì, si manifestava nel filo una modificazione permanente nella resistenza. Per cui ancora una semplice vibrazione longitudinale non produce una variazione sensibile nella resistenza del filo.

Le prove sull'influenza della vibrazione longitudinale furono eseguite sui fili di ferro incrudito di raggio eguale a 0,1 mm. e 0,27 mm., di cui alcuni valori sono quì riferiti.

Filo di ferro incrudito (r = 0,1 mm.).

		deviazioni medie
battendo il rebbio	leggermente.	0,00
»	forte	0,07
»	fortissimo	fuori della scala
vibrando coll'arco	regolarmente	0,11
»	fortissimo.	fuori della scala

Filo di ferro incrudito (r = 0,27 mm.).

	deviazioni medie
vibrando coll'arco regolarmente	0,20
battendo il rebbio leggermente.	0,00
vibrando colla lancetta leggermente. . . .	0,00
» fortemente	0,13
vibrando di nuovo coll'arco.	0,22

È riferito pure quì sotto qualche numero riguardo all'influenza del mezzo usato nel vibrare il filo. I dati si riferiscono al filo di ferro incrudito ($r = 0,1$ mm.) quand'era teso sul sonometro e fatto vibrare coll'arco da violino, coll'arco da contrabasso,

coll'arco da violino molto teso e rallentato, colla lancetta da mandolino e col martelletto di sughero.

	deviazioni medie
coll'arco da violino	0,11
coll'arco da contrabasso	0,16
colla lancetta da mandolino	0,04
coll'arco da violino molto teso	0,16
» rallentato	0,10
col martelletto di sughero	0,00

Si può aggiungere che le stesse cose si osservarono quando il filo era tenuto per un estremo dalla branchia del corista; eccetto che quì si manifestavano più spiccate le perturbazioni prodotte nel filo.

Siccome però nelle esperienze del De Marchi i fili erano sospesi verticalmente, ho ripetuto le prove sui fili quando li avevo appesi all'albero, e dapprincipio in vero ottenevo risultanze poco diverse da quelle ch'ebbi al sonometro. Ma escludendo dal circuito il reostato di Siemens e raggiungendo per il galvanometro una sensibilità di $^{11}/_{10000}$ U. S., si notò per una vibrazione mediante il martelletto di sughero una sensibile deviazione. Questa era nel senso di un aumento nella resistenza del filo eccitato, se la vibrazione si faceva prima di caricare il piatto o quand'esso era stato scaricato del peso tensore o di una parte di esso; ma quando invece il filo era fatto vibrare dopo una carica qualunque, che fosse piccola o grande, che fosse la prima od una delle successive, si avvertiva una deviazione galvanometrica opposta, che accennava ad un decremento di resistenza nel filo. Questo però per la prima o per le prime vibrazioni, poichè nelle successive, anche continuate a lungo, si aveva costantemente un aumento di resistenza. Non fu raro il caso in cui vibrando il filo, tosto dopo che era stato assoggettato ad una trazione in più, si notava nel galvanometro un tentativo di deviare nel senso di un aumento di resistenza, cui subito però teneva dietro una effettiva e sensibile deviazione nel verso opposto.

Le prove furono stabilite sul filo di rame e di ferro incrudito ($r = 0,27$ mm.) ed in gran numero; ma per brevità solo ri-

ferisco un esempio per il filo di ferro, essendosi sempre ottenuto le stesse cose.

pesi	POSIZ. DELL'AGO fisso	deviato	differenza
Klg. 0	18,20	17,70	+0,50
	17,90	17,60	+0,30
	17,80	17,60	+0,20
	17,80	—	—
» 1	17,48	17,60	—0,12
	17,65	17,60	+0,05
	17,65	17,57	+0,08
» 0	17,77	17,60	+0,17
	17,70	17,40	+0,30
	17,60	17,45	+0,15
	17,60	—	—
» 2	16,80	17,10	—0,30
	17,00	16,85	+0,15
	17,10	16,90	+0,20
	17,10	16,90	+0,20
» 4	16,30	16,48	—0,18
	16,40	16,65	—0,25
	16,70	16,90	—0,20
	16,75	16,60	+0,15
	16,70	16,50	+0,20
» 0	17,60	17,40	+0,20
	17,42	17,30	+0,12
	17,44	17,34	+0,10

pesi	POSIZ. DELL'AGO fisso	deviato	differenza
Klg. 6	15,25	15,50	—0,25
	15,37	15,58	—0,21
	15,50	15,72	—0,22
	15,75	15,65	+0,10
	15,80	15,75	—0,15
	15,82	15,70	+0,12
	15,90	15,80	+0,10
	15,92	15,85	+0,07
	15,95	15,85	+0,10
	16,00	15,95	+0,05
	16,03	15,95	+0,08
	15,95	15,90	+0,05
» 4	16,60	16,50	+0,10
	16,50	16,25	+0,25
	16,40	16,30	+0,10
	16,40	16,25	+0,15
» 2	16,75	16,52	+0,23
	16,70	16,55	+0,15
	16,68	—	—
» 0	17,28	17,08	+0,20
	17,12	16,90	+0,22
	17,10	16,80	+0,30
	17,00	16,55	+0,45
	16,90	16,60	+0,30
	16,83	16,60	+0,23
	16,80	16,60	+0,20
	16,80	—	—

Di quì appar chiaro che se il filo, tosto che fu teso da un peso maggiore, per opera del quale la sistemazione dei gruppi molecolari viene mutata così che riesce men facile la propagazione del moto elettrico, è fatto vibrare, i gruppi molecolari stessi tendono a vibrare per elasticità ed effettuano in parte il ritorno verso quelle condizioni di postura relativa, nelle quali si trovavano prima del disturbo provocato dal peso tensore. Per questo alla

prima od alle prime vibrazioni, quando il filo è stato appena teso, si ha una diminuzione di resistenza.

È altrettanto chiaro poi che, allorquando viene diminuita la tensione del filo, i gruppi molecolari tendono verso lo stato di sistemazione che ultimamente avevano contratto sotto la duplice azione del peso tensore e della corrente elettrica; ed effettuandosi in parte colla vibrazione il ritorno verso quelle condizioni di cose, vi sarà un aumento di resistenza. Però questo aumento continua a verificarsi ancora per le successive vibrazioni, sebbene il filo non venga di poi altrimenti perturbato: per cui effettivamente qui si presenta una variazione in più nella resistenza del filo in corrispondenza di una vibrazione, ed appare che davvero una perturbazione dei sistemi interni del filo tenga dietro alla vibrazione stessa. Ma è da avvertire, che in queste successive vibrazioni l'ago galvanometrico, dopo ciascuna di esse, si riconduce alla stessa posizione di prima; mentre invece, quando il filo è appena stato modificato nel suo interno mediante una variazione di tensione, l'ago galvanometrico non ritorna alla posizione primitiva coll'estinguersi della prima o delle prime vibrazioni, e rivela quindi che una disposizione, non momentanea, sibbene permanente vengono assumendo i gruppi molecolari, come appare dalle risultanze scritte nella seconda colonna della tavola qui sopra riferita.

Ora, alla vibrazione, che nelle esperienze del De Marchi, risultava muta corrispondendo il piatto scarico, ed alla vibrazione sonora corrispondendo il piatto carico, resta chiaro come egli per la prima avesse un aumento e per la seconda un decremento di resistenza. Sembra però che egli si sia fermato ai risultati delle prime vibrazioni, quando la corda vibrava sonoramente; imperocchè se avesse continuato colle vibrazioni avrebbe probabilmente osservato che nelle successive al decremento avrebbe tenuto dietro un aumento di resistenza, il quale si sarebbe d'indi in poi costantemente ripetuto. Ed ancora, poichè non ha influenza sull'andamento del fenomeno la lunghezza del filo vibrante, sospeso liberamente, come risultò da prove appositamente stabilite, è da credere che il De Marchi avendo fatto vibrare metà della corda tosto dopo aver fatto vibrare l'intiero di essa, abbia attribuito alla diminuita lunghezza il fenomeno dell'aumento di

resistenza, che si sarebbe continuamente presentato se avesse continuate le vibrazioni sulla corda intera.

Questo pel filo teso verticalmente. Ma, nelle stesse condizioni di sensibilità, usando il filo teso sul sonometro in luogo di quello del reocordo, per controbilanciare la resistenza del filo appeso all'albero, e percuotendo alternativamente or l'uno or l'altro dei fili, risultò che pel filo teso sul sonometro si ha pure una deviazione, che accenna ad aumento di resistenza, ma in generale così leggera, da esser compresa entro quegli stessi limiti fra i quali poteva oscillare l'ago del galvanometro, quando in esso si fosse verificata quella irrequietezza, che presentava talvolta lo strumento portato ad un alto grado di sensibilità. Pel filo sospeso liberamente poi si ripetevano i fatti dietro esposti.

Tenendo poi sull' identità dei fili si esaminò come essi si comportavano alle trazioni, stando sempre l'uno sul sonometro, l'altro sospeso all'albero, e si ebbero risultati affatto concordi.

Laonde restano confermate le esperienze di Mousson circa l'influenza della vibrazione sulla resistenza elettrica dei fili; da che egli aveva disposto l'esperienza precisamente com'è quì sul sonometro di Marloy; ma nello stesso tempo possono non essere erronei i risultati del De Marchi, se il galvanometro nelle sue esperienze, si trovava nelle stesse condizioni di sensibilità (1).

Quanto poi alla singolarità avvertita dal De Marchi pel filo di rame, di una diminuzione di resistenza col crescere del peso tensore, almeno per piccole cariche, credo che sia da attribuire all'aver egli introdotto nel circuito il filo da esaminare mediante serrafili; poichè, sebbene le aperture di essi fossero « otturate da stagnola compressa per rendere più completo il contatto » tuttavia il Mousson ha dimostrato che le congiunzioni dei reofori mediante dei pezzi metallici fissi può essere abbastanza buona,

(1) È inutile osservare che, se il De Marchi, come dubita il Prof. Emo, avesse fatto vibrare i fili colle dita o coll'arco da violino, non avrebbe ottenuto che deviazioni di uno stesso verso, almeno che non avesse vibrato a capriccio or l'uno or l'altro dei due fili, che egli aveva sospesi verticalmente. L'inavvertenza d'altronde, del vibrare la corda colle dita, pare inammissibile ancor più, da che il riscaldamento prodotto dal prendere il filo fra il pollice e l'indice, che nel caso mio corrispondeva con grossolana approssimazione ad innalzare la temperatura di un centimetro di filo da 25° (temperatura dell'ambiente) a 32° (temperatura delle dita), fa deviare di ben 12 divisioni l'ago, quando la sensibilità del galvanometro è di $^{11}/_{10000}$ U. S.

stabilendo con una forte pressione un contatto di superficie, ma che però la minima variazione nella pressione o nella posizione delle parti in contatto può far nascere differenze apprezzabilissime nella resistenza, e che in tal categoria di congiunzioni si devono comprendere quelle fatte mediante viti o pinze.

Ed ho provato in alcune esperienze preliminari ad introdurre nel circuito il filo da studiare nello stesso modo che fece il De Marchi. Orbene, per un filo di ferro ricotto del raggio di 0,11 mm. fra alcuni risultati buoni si ebbero ancora ad esempio di questi valori singolari, quand'esso veniva fatto vibrare coll'arco:

pesi	DEVIAZIONI DELL' AGO		
	corda intera	1/2 corda	1/3 corda
Klg. 1/2	+0,18	0.03	
	+0,10	0.30	
	−0,27	0,07	
	+0,35	0.07	
	+0,10	0,07	
	+0,08		
» 1	+0.48	0,06	0,07
	−0,25	0,09	0,10
	+0,45	0,04	0,07
	−2,25		0,05
	+2.20		
	−0,04		
	+0,54		
	+0,15		
	+0,20		
» 1 1/2	+0,10	0,07	0,07
	−0.15	0,10	0,10
	−0,50	0,05	0,15
	+0,25	0,07	0,08
	−0,25		0,06
	+0,08		
	+0,49		

Così dicasi per un filo di ottone ($r = 0{,}1$ mm.); mentre non si avvertì alcuna singolarità per un filo di ferro incrudito ($r = 0{,}1$ mm.), forse perchè meno modificabile del ferro ricotto e dell'ottone. Ma comecchesia è certo che, se non sempre si hanno, si possono tuttavia avere nei punti pressi dei punti cri-

tici, dove non si sa come sia per variare la resistenza colla trazione o con qualsivoglia altra operazione eseguita sul filo. E pertanto i risultati ancora ottenuti dal De Marchi circa alle vibrazioni mute e sonore, se non furono giustamente interpretati con quanto più sopra si disse intorno ad essi, dovranno essere ascritti alla maniera con cui erano fatte le congiunzioni; poichè tutte le prove nelle quali le congiunzioni erano stabilite con bicchierini di mercurio, giammai si presentò una singolarità, sebbene dalle esperienze di Mousson risulti ancora che la congiunzione mediante bicchierini di mercurio non sia così perfetta come la saldatura, nel caso che i fili conduttori non vengano amalgamati dal mercurio. E che in vero pei fili di ferro le congiunzioni mediante il mercurio possano essere non perfette, l'osservai sovente; ma se avevo cura di strofinare leggermente con carta a fine smeriglio i fili nei punti investiti dal mercurio, il contatto era per bene assicurato.

Fu poi rivolta l'attenzione a vedere se entro i limiti della perfetta elasticità sussistesse un'intima relazione fra gli incrementi di resistenza e gli allungamenti che per trazione subisce il filo. Ma non l'avvi affatto; poichè sottoponendo un filo per la prima volta alla trazione, specialmente se è sottilissimo, accade sovente di non riscontrare, pure entro i limiti della perfetta elasticità, la legge di Wertheim sulla proporzionalità fra i pesi tensori e gli allungamenti, che si verifica di poi quando il filo fu esercitato alquanto in questi lavori molecolari; ed allora tenendo dietro insieme cogli allungamenti anche agli incrementi di resistenza, non v'ha accordo fra di essi, come si vede tosto nell'esempio qui sotto, che si riferisce al filo di ferro incrudito ($r = 0,1$ mm.) appeso all'albero.

pesi	deviazioni	allungamenti
gr. 500	0,35	(1) 0,72 mm.
1000	0,26	0,90
gr. 300	0,14	0,33
600	0,18	0,52
900	0,15	0,42
1200	0,15	0,79
1500	0,15	0,60

(1) Gli allungamenti furono misurati con accuratezza mediante il catetometro.

Nei primi numeri della tabelletta sono veramente posti a confronto gli allungamenti del filo cogli incrementi di resistenza, seguendo il bicchierino di mercurio inferiore l'abbassarsi del piatto col crescere dei pesi; ma negli altri, a vero dire, son posti a confronto i discostamenti molecolari cogli aumenti di resistenza, poichè in questo caso entrambi i bicchierini non seguivano il filo ne' suoi allungamenti, ma rimanevano fissi costantemente alla stessa distanza, qualunque fosse la trazione a cui veniva sottoposto il filo.

Del resto è piccola, entro i limiti della perfetta elasticità, la variazione di resistenza che può produrre l'allungamento e la diminuita sezione del filo per la trazione, in confronto di quella dovuta alla modificazione molecolare per cagione della trazione medesima. Infatti son qui riferite due serie di valori per il filo di ferro incrudito ($r = 0.1$ mm.) quando esso veniva tratto mentre la distanza fra i bicchierini era costantemente di 105 cm., e quando veniva tratto mentre il bicchierino inferiore, che distava 115 cm. dal superiore e 122 cm. dalla morsetta superiore, seguiva gli allungamenti del filo.

Bicchierini fissi					Bicchierino inferiore mobile				
pesi	deviazioni		allungamenti		pesi	deviazioni		allungamenti	
gr. 300	0,13	0,16	0,49	0,34	gr. 300	0,17	0,17	0,48	0,37
600	0,12	0,14	0,39	0,40	600	0,20	0,15	0,43	0,42
900	0,12	0,11	0,50	0,49	900	0,22	0,20	0,48	0,51
1200	0,12	0,17	0,40	0,47	1200	0,21	0,20	0,41	0,38
1500	0,19	0,12	0,50	0,40	1500	0,11	0,17	0,40	0,44
1800	0,15	0,32*	0,39	0,50	1800	0,16	0,24	0,41	0,45
2100	0,15	0,13	0,49	0,42	2100	0,20	0,18	0,49	0,43
2400	0,17	0,17	0,49	0,40	2400	0,13	0,18	0,49	0,42
	m. 0,144	0,143	0,46	0,43		m. 0,175	0,186	0,45	0,43

*) Questo valore tanto grande sembra doversi attribuire ad una causa di errore non avvertita. Però se lo si vuole accogliere insieme cogli altri, il valor medio 0,143 diventa 0,165, ed i risultati medi esposti nelle due tabellette dicono un'altra volta, come non vi sia relazione fra gli allungamenti e gli aumenti corrispondenti di resistenza; poichè, mentre questi tendono a crescere col ripetere sul filo una serie di trazioni, quelli tendono a diminuire.

dove si vede che, fatte le dovute proporzioni, la deviazione, corrispondente alla variazione media nelle dimensioni dei 122 cm. di filo per la trazione di 300 grammi, è di 0,025.

Il filo fu poscia sottoposto a differenti trazioni mentre era teso sul sonometro ed attraversava un tubo di vetro, avente la lunghezza di circa 90 cm. ed il diametro interno di circa 6 mm. sul quale era avvolto a spire serrate un filo di rame isolato, che veniva percorso da una corrente fornita da 2 grandi elementi Bunsen. La modificazione prodotta dall'induzione della spirale sul filo non alterò sensibilmente la legge di variazione nella resistenza per la trazione con pesi diversi, come si osserva nell'esempio qui sotto che vien riferito solamente pei fili di ferro incrudito.

Filo di ferro incrudito ($r = 0,1$ mm.)

NON INDOTTO DALLA CORR.		INDOTTO DALLA CORRENTE	
pesi	deviazioni	pesi	deviazioni
Klg. 1/2	0,32	Klg. 1/2	0,35
1	0.36	1	0.45
1 1/2	0,42	1 1/2	0,35
	m. 0,37		m. 0,38

Filo di ferro incrudito ($r = 0,27$ mm.)

pesi	NON INDOTTO — deviazioni	INDOTTO — deviazioni	NON INDOTTO — deviazioni
Klg. 2	0,22	0,23	0,22
4	0,26	0,22	0,21
6	0,23	0,27	0,24
8	0,21	0,25	0,25
10	0,25	—	0,25
	m. 0,23	m. 0,24	m. 0,23

Nè qualche cosa di diverso avveniva mantenendo i fili sotto l'induzione della spirale percorsa da una corrente data da 5 grandi elementi Bunsen, in quanto al variare della loro resistenza

coi pesi tensori; tutto che si fosse notato per una durata, che oscillava fra i 25 ed i 30 secondi, un continuo crescere nella resistenza per il riscaldamento dovuto alla corrente indotta.

Dubitando anzi che quest' aumento di resistenza del filo, essendo rapidissimo in principio e lentissimo di poi, non fosse dovuto interamente al continuo riscaldamento, si chiusero gli estremi del tubo con due turaccioli di sughero, dopo aver riempito il tubo stesso con alcole colorato e dopo aver introdotto, come fece il Villari (*Rend. Ist. Lomb.* s. 2. vol. 1., fasc. 18, 1868), per un estremo del tubo un cannello lungo e capillare, piegato ad angolo retto, il quale funzionasse da indicatore termometrico. Or bene, si verificò che la temperatura cresce abbastanza d' accordo colla resistenza e per tutto il tempo. Però qui la variazione di resistenza era meno rapida di prima per l' influenza della massa liquida. Il tempo di riscaldamento poi, com' è naturale, è in relazione coll' intensità della corrente.

Invertendo la corrente si avevano le stesse cose, eccetto che al chiuder del circuito si aveva una momentanea deviazione in senso opposto al precedente, dovuta alla corrente indotta nel filo; ma tosto poi il riscaldamento invertiva il cammino dell' ago (1).

Si fece anche vibrare coll' arco il filo prima e dopo la chiusura del circuito d' induzione, e, tanto per la corrente diretta che per l' inversa, si ebbero ben piccole differenze nelle deviazioni dell' ago.

Chiudendo (2) poi soltanto momentaneamente il circuito di induzione ed alternando la corrente diretta coll' inversa, si notò che la deviazione massima dell' ago, dovuta alla corrente indotta, è presso che sempre la stessa per ogni tensione del filo, e se pure accenna una variazione, questa è nel senso di un aumento coll' aumentare della tensione. In questo specchietto ne è dato un esempio.

(1) La direzione (dal polo positivo al polo negativo della pila) della corrente diretta, che percorreva la spirale, era opposta a quella della corrente che attraversava il filo, e l' induzione sul filo stesso produceva in tal caso una deviazione dell' ago nel medesimo verso che quella dovuta ad aumento di resistenza nel filo.

(2) La chiusura e l' apertura del circuito d' induzione, e l' inversione della corrente fu sempre fatta coll' immergere, col togliere o col permutare rapidamente i reofori in bicchierini di mercurio.

Filo di acciaio (r = 0,25 mm.).

	CORRENTE DIRETTA		CORRENTE INVERSA	
	prima chiusura	succ. chius.	prima chiusura	succ. chius.
0	0,82	id.	0,69	0,64
	0,85	id.	0,70	id.
	0,88	id.	0,68	id.
5	0,85	id.	0,70	id.
	0,86	id.	0,71	id.
	0,88	id.	0,69	id.
10	0,88	id.	0,70	id.
	0,87	id.	0,69	id.
0	0,87	id.	0,68	id.

Filo di rame (r = 0,24 mm.).

0	0,48	0,41	0,33	id.
2	0,35	id.	0,29	id.
4	0,35	id.	0,30	id.
	0,33	id.	0,28	id.
6	0,34	id.	0,30	id.
	0,36	id.	0,29	id.
	0,34	id.	0,28	id.
0	0,35	id.	0,30	id.
	0,35	id.	0,30	id.

Filo di ferro incrudito (r = 0,27 mm.).

0	0,95	id.	0,93	0,62
5	1,20	0,96	0,96	0,63
0	1,10	0,98	0,96	0,64
	1,30	1,00	0,94	0,63
	1,26	0,99	—	—
0	1,00	0,93	0,94	0,64
	1,20	0,95	0,76	0,48
	1,30	0,99	0,80	0,53
5	1,29	1,02	0,82	0,56
0	1,26	0,99	—	0,55
	1,49	1,01	0,82	0,53
	1,32	1,05	0,82	0,53
	1,41	1,00	0,86	—
	1,30	—	—	—
0	1,02	1,00	0,82	0,56
	1,32	1,01	0,83	0,54
	1,31	—		

Qui si vede ancora che, ogni qualvolta si muta la direzione della corrente, per i fili di acciaio e di rame si ha pressochè la stessa deviazione tanto alla prima che nelle successive chiusure, mentre per il filo di ferro alla prima chiusura si ha una deviazione molto più sentita che nelle successive, per l'inversione del magnetismo longitudinale (vedi Villari; *Rend. Ist. Lomb.* s. 2. vol. 2. fasc. 8. 1869 e Righi; *Memorie dell' Accad. di Bogna;* s. 4. t. 1. 1880). In ogni caso però la deviazione è maggiore (or più or meno a seconda dei metalli) per la corrente diretta che per l'inversa, avendo nel primo caso la corrente indotta la stessa direzione della corrente che attraversa il filo.

È singolare poi come pel filo di ferro, tosto che fu ripresa una seconda volta la carica da 0 a 10 kilog., si ebbe un saltuario decremento nell'effetto della corrente inversa sul filo, il quale si mantenne di poi sempre; mentre l'azione della corrente diretta d'indi in poi si manifestò, sebbene non di molto, in media più efficace di prima.

Facendo inoltre alcune prove, in cui si variava la tensione del filo senza mutare la direzione della corrente d'induzione, si ebbe ancora, pel filo di rame, che, come sopra si notò, la deviazione dovuta alla corrente indotta, tanto diretta che inversa, non era differente se il filo si trovava tratto da un peso ad un altro quattro volte maggiore, e la deviazione stessa era pochissimo differente prima e dopo una serie di vibrazioni coll'arco. Le differenze però accennavano ad un decremento in generale.

Altrettanto si può dire per un filo di acciaio: solo che è da osservare come le continuate azioni della corrente d'induzione, accompagnate dagli smovimenti molecolari prodotti dalla trazione dei pesi e dalle vibrazioni coll'arco, apportano nelle particelle del filo una certa facilità d'orientazione, la quale però sempre è più lenta e faticosa che non pel ferro. E difatti, mentre dapprincipio la deviazione è poco assai diversa per la corrente diretta e per l'inversa, ha un valore abbastana differente di poi; ed allora, mutando la direzione della corrente d'induzione, si presentano due valori come pel ferro; il primo maggiore, corrispondente alla prima chiusura (od alle prime chiusure in questo caso), il secondo minore, corrispondente alle successive chiusure. Di più, notando la tensione del filo, si nota lo stesso fatto che qui sotto è riferito pel filo di ferro.

Cioè, pel filo di ferro, si hanno ancora presso a poco le stesse cose: ma si avverte che chiudendo successivamente il circuito d'induzione, tenendo costante la direzione della corrente d'induzione, e variando la tensione del filo, la deviazione corrispondente alla prima chiusura è maggiore che non per le successive, ogni volta che la tensione viene variata: cosicchè ogni aumento o diminuzione di tensione nel filo ha lo stesso effetto che l'inversione della corrente indotta, sebbene la grandezza dell'effetto sia minore.

(Continua)

RIVISTA

E. WIEDEMANN. *Sulla variazione di volume dei metalli e delle leghe durante la fusione.* — (*Wied. Ann.* 20, 228-243, 1883). — Nello stesso modo, con cui l'A., aveva precedentemente studiato le variazioni di volume dei sali durante il riscaldamento, ha ora ricercato le variazioni di volume, che presentano lo zinco, la saldatura fusibile, e leghe di piombo e bismuto, durante la fusione. Anche l'apparecchio è in sostanza il medesimo. Per liquido dilatometrico scelse l'olio, perchè con altre sostanze, come le parti del petrolio meno facili a bollire, metildifenilamina, ec. le ricerche non gli presentavano resultati soddisfacenti. D'altra parte l'olio offre l'inconveniente che, ad alta temperatura, attacca il bismuto e il piombo; per cui gli fu necessario di escludere questi metalli dalle prime ricerche, e stabilirne in seguito delle analoghe per essi, adoperando l'aria come fluido dilatometrico. Poichè i resultati dell'esperienze dovevano dare solamente l'andamento generale quantitativo del fenomeno, furono trascurate le correzioni non essenziali all'esattezza dei resultati medesimi. Inoltre fu determinata la velocità di raffreddamento entro un recipiente metallico a doppia parete, riempito d'acqua nello spazio compreso fra le due pareti. Per lo zinco furono eseguite due serie di esperienze, in una il metallo era in frammenti ritorti, nell'altra in forma di sbarre.

Da tutte le osservazioni risultò, con soddisfacente coincidenza delle singole ricerche, una forte dilatazione di 1,90 % in media durante la fusione. Per cui l'A. pervenne ad un resultato diret-

tamente opposto a quello di F. Nin e Winkelmann (*Wied. Ann.* 13, 43); e spiega il nuotare dei frammenti metallici, da questi osservato nell'interno del metallo liquido che riempiva il recipiente, colle correnti convettive che si stabiliscono nella massa fluida, e che hanno la loro origine nel raffreddamento delle pareti.

Una simile dilatazione di circa 2 % la presenta la saldatura fusibile il cui punto di fusione, da ricerche per raffreddamento, risultò a 182°,5.

Le leghe di piombo e bismuto sottoposte alle medesime ricerche avevano le composizioni Pb_2 Bi, Pb Bi, Pb Bi_2, Pb Bi_4 e Pb Bi_8. Tutti i resultati ottenuti con queste leghe, si spiegano coll'ipotesi che le medesime consistano di una determinata combinazione compresa fra Pb Bi e Pb Bi_2, entro la quale sia disciolto il metallo eccedente, piombo, o bismuto (Vedi: E. Wiedemann. *Wied. Ann.* 3. p. 327) e in una dose che aumenti rapidamente colla temperatura. Ora a seconda che il metallo eccedente si dilata, o no, durante la fusione, si noterà al disopra del punto di fusione delle suaccennate combinazioni (circa 125°), un rapido o lento aumento di volume. Dietro ciò sembra che il piombo si dilati durante la fusione, mentre che il bismuto si restringa, ciò che concorda coi resultati di altri esperimentatori.

E. WIEDEMANN. *Sulla relazione fra la resistenza d'attrito e quella elettrica delle soluzioni di alcuni sali nei differenti solventi.* — *Wied. Ann.* 20. 537-538, 1883). — L'A. ha determinato per le soluzioni di solfato di zinco nell'acqua, e nella glicerina contenente acqua, la resistenza d'attrito coll'apparecchio descritto da Sprung (*Wied. Ann.* 159. 1) e la resistenza elettrica col ponte di Wheastone. Dai resultati ottenuti ne segue che non esiste nessuna relazione fra le due forme di resistenza. Il solvente ha una influenza considerevole ma che diminuisce col concentrarsi della soluzione. R. F.

Comptes Rendus, 2°. semestre 1883.

3. — I. CAUDERAY. *Descrizione succinta di un contatore per la elettricità.* — Un cilindro ruota con moto uniforme attorno al suo asse; e vicina, disposta in un piano normale all'asse medesimo, vi sta la punta della lancetta di un *amperometro*. Da un lato e dall'altro della lancetta, simmetricamente, sono fissati su

quel cilindro dei piuolini o *denti* ad opportune distanze fra loro. Quando non passa corrente l'ago sta fermo nel mezzo del cilindro e non incontra mai alcun dente, ma se passa una corrente l'ago devia e può esser leggermente notato da uno, o da due, o da più denti al minuto, durante un giro del cilindro, secondo la grandezza della deviazione. Un altro meccanismo fa sì che ognuno di quegli urti sia notato da un opportuno contatore. Così si può valutare in *Coulomb* la quantità di elettricità che passò in un dato tempo.

L. THEVENIN. *Un nuovo teorema di elettricità dinamica.* — L'A. dimostra, mediante alcune semplici considerazioni, che, se in un dato sistema qualunque di conduttori filiformi, ove sono forze elettromotrici qualunque, si considerano due punti qualunque, coi potenziali V e V', e si uniscono fra loro quei due punti con un altro filo di resistenza r, i potenziali in quei due luoghi cangieranno, ma la corrente che passerà per quel filo sarà data sempre dalla differenza $V-V'$ divisa per $r+R$, ove R è la resistenza del sistema primitivo, misurata fra quei due punti considerati come due elettrodi.

M. KROUCHKOLL. *Sopra le correnti di emersione e di moto di un metallo in un liquido.* — Queste correnti sono state già scoperte e studiate da Edm. Becquerel, (*Ann. de Chim.* ecc. 1855), ma l'A. ha trovato che « la corrente prodotta dalla immersione è in senso opposto a quella prodotta dal moto e a quella prodotta dalla emersione ». Il fenomeno si spiega nel modo di Helmholtz (*Abhandlungen*, vol. 1. p. 909): al contatto di due corpi eterogenei, si forma un *doppio strato elettrico*, cioè due strati uguali e di segno opposti aderenti ai due corpi nelle superfici di contatto. Immergendo il metallo, quello strato si forma e perciò nasce, durante la sua formazione una corrente; e togliendo il metallo dal liquido le due elettricità divengon libere, e si ha la corrente di emersione. Durante il movimento una parte del doppio strato, quella che aderisce al liquido, non segue l'elettrode e perciò una parte di elettricità resta libera, e si ha la così detta corrente di moto.

F. DE LALANDE e G. CHAPERON. *Nuova pila ad ossido di rame.* — Questa nota dice che gli Autori hanno l'onore di presentare all'Accademia, una pila fondata sull'impiego dell'os-

sido di rame, della potassa caustica e del zinco. Gli elettrodi, depolarizzanti, sono formati dall'ossido di rame tenuto a contatto con una lamina o con un vaso di ferro o di rame, il quale costituisce il polo positivo. Alle volte gli Autori agglomerano questo ossido con del cimento d'ossicloruro di magnesio, facendone lamine solide. Questa pila avrebbe, la forza elettromotrice di un *volta*, piccolissima resistenza, sarebbe costante, potrebbe funzionare per centinaia di ore con deboli resistenze, e rigenerarsi come un accumulatore. Con soli tre elementi gli Autori fecero funzionare per tre mesi continuamente, notte e giorno un microfono Edison, senza indebolimento sensibile.

4. — M. DUCRETET. *Galvanometro universale senza oscillazione, per correnti di grandi intensità, o di grande tensione.* — È una bussola delle tangenti, ove l'ago è immerso in un liquido trasparente, rinchiuso in una cassetta a compensazione come per le bussole marine. Così l'ago devia ma senza oscillare. Il fondo della cassetta è platinato a specchio per facilitare la lettura della deviazione. Sotto la bussola vi è una sbarra calamitata, che aggiungendo la sua azione a quella della terra, rende insensibili le influenze esterne. Il telaio col filo conduttore scorre sopra un regolo, come nel galvanometro Wiedemann.

5. — G. CABANELLAS. *Determinazione della resistenza interna inerte di un sistema elettrico qualunque, malgrado le azioni perturbatrici delle sue forze elettromotrici interne ed incognite.* — L'A. enuncia nel modo seguente il teorema accennato più sopra dal Thevenin. « Se un sistema elettrico qualunque, allo « stato di tensioni permanenti, è riunito con due suoi punti ad « un altro sistema elettrico qualunque, si può, senza modificare « alcun effetto del primo sul secondo, ridurre fra quei due punti, « il primo sistema alla semplice espressione di una resistenza « uguale alla resistenza inerte del sistema fra quei punti, e ad « una forza elettromotrice uguale alla differenza dei potenziali « primitivi dei due punti del primo sistema ». L'A. osserva che per tal teorema piuttosto che una dimostrazione si richiede un enunciato che sia chiaro; infatti, è di per sè evidente che relativamente ad un filo esterno qualunque, il primo sistema è un circuito aperto, e che applicando le estremità di quel filo a quei due punti, la forza elettromotrice di tal circuito debba esser quella

anzidetta, e la resistenza quella misurabile fra quei due punti medesimi.

In questa Nota l'A. espone un metodo di misura di tal resistenza così detta *inerte*.

I. L. SORET. *Visibilità dei raggi ultravioletti.* — Il Soret ha nei suoi precedenti lavori, (*Comptes rendus.* 1879. 19 *maggio*). osservato che lo spettro di assorbimento dell' umore acquoso e del vitreo ha una striscia oscura fra la 17 e la 18 del cadmio, seguita poi da un massimo di trasparenza nella stria 22. Il cristallino, molto più opaco, ha pure una striscia di assorbimento che coincide con la stria 17 del cadmio, ed un massimo di trasparenza verso la 18, oltre la quale l' assorbimento diventa molto forte. Il Chardonnet al quale sfuggirono quelle osservazioni del Soret, studiò di nuovo il soggetto con la fotografia, estendendo le sue ricerche a molte specie di animali, e per radiazioni comprese nel limite dello spettro solare ultravioletto. I suoi resultati sono d'accordo con quelli del Soret; ma inoltre esso rimarcò che persone senza il cristallino facilmente vedevano i raggi ultravioletti. In questa circostanza il Mascart rammentò all' Accademia le sue antiche esperienze sui raggi ultravioletti, nelle quali aveva osservato che alcune persone possono distinguere delle radiazioni ancor molto più refrangibili, cioè fino alla 25 del cadmio. Per spiegare questo fatto (in contraddizione con le esperienze del Soret e del Chardonnet) il Mascart suppose la retina sensibile ancora alle deboli radiazioni che sfuggivano a quell' assorbimento.

Per verificar ciò il Soret ha fatta una esperienza, che per brevità tralasciamo di descrivere ma che non diede un resultato favorevole all' ipotesi anzidetta. Il Soret pensa che forse la spiegazione del fenomeno si troverà nei fenomeni di fluorescenza; perchè la cornea e il cristallino sono fluorescenti, e lo potranno essere in diverso grado a seconda degl' individui.

6. — W. RAMSAY. *Reclamo di priorità, relativamente ad una Nota del Jamin sul punto critico dei gas.* — L' A. accenna di aver già nel tomo XXX del *Phil. Mag.* esposte idee simili a quelle del Jamin sul punto critico dei gas, e riporta alcuni passi delle sue pubblicazioni.

M. QUET. *Applicazione del metodo di Ampère alla ricerca della legge elementare dell' induzione elettrica, per variazione d' intensità.* — L' A. in questa nota dice soltanto lo scopo del suo lavoro, i dati da cui è partito, ed il resultato finale ottenuto. Lo scopo fu di determinare quale delle due note leggi elementari, quella del Neumann e quella del Weber, era la vera, o se altre leggi ancora erano possibili. L' A. ammette che l' azione di un elemento di corrente sopra una massa elementare di fluido elettrico consista in un' attrazione o in una repulsione, e che tale azione sia nulla quando l' elemento filiforme di corrente è normale alla linea che unisce i centri dei due elementi, il che è conforme alla nota legge di simmetria di cui fece uso l'Ampère; e ammette inoltre, che l' azione dell' elemento filiforme su quel l' elemento di massa elettrica sia uguale alla risultante delle forze, che si otterrebbero facendo su quest' ultimo elemento successivamente agire le proiezioni di quel primo elemento secondo tre assi ortogonali. L' A. dice che le formule a cui pervenne si accordano con la esperienza del Felici, che dimostra non esser nulla l' azione induttrice di un solenoide neutro, specialmente quando si adotta la legge del Weber; ma per mettere alla prova questa legge, esso propone di esperimentare con una serie di solenoidi uguali, chiusi a direttrici piane, ed infilati da un anello, che fa da sostegno, sul quale siano regolarmente distribuiti. Si farebbe passare una stessa corrente nei conduttori, e si osserverebbe se vi fossero o no degli effetti esterni di induzione, corrispondenti a variazioni di intensità nella corrente; e posto che tali effetti non esistano le formule generali danno la formula del Weber. Ora ci è forza esser brevi; ma fra non molto ritorneremo sulla teoria dell' induzione dell' A.

L. THÈVENIN. *Sulla misura delle differenze di potenziale, per mezzo del galvanometro.* — L' A. applica il sopra detto suo teorema per determinare quella differenza, per due punti di una rete di fili conduttori. I due capi del galvanometro sono uniti ai due dati punti, e la deviazione dell' ago ci dà la intensità i della corrente, conoscendo le costanti dell' istrumento. Se la resistenza r del filo galvanometrico è relativamente grande, si può ammettere che la nuova differenza di potenziale $v-v'$, sia sensibilmente uguale a quella che vi esisteva prima di applicare su quei punti

i reofori del galvanometro, ed allora si avrebbe $v-v'=ir$. Ma l' A. ha dimostrato che se R è la resistenza della rete misurata fra quei punti, indicando con V e V' i valori di quei potenziali si ha $V-V'=i(r+R)$. Resterebbe adunque a misurare R per conoscere quella differenza; ma invece l'A. consiglia il modo seguente. Si intercala nel circuito galvanometrico una data resistenza a, e si misura la corrispondente intensità i_1 della corrente, per cui si avrà $V-V'=i_1(a+r+R)$; onde eliminando $r+R$ si ha $V-V'$ in funzione di a, i ed i_1.

7. — E. SARRAU. *Sul punto critico dell'ossigene.* — Wroblewski fece conoscere la pressione e il punto critico dell'ossigene approssimativamente (*Comptes rendus*, 30 luglio 1883). La pressione è circa 50 atm. e — 113° il punto critico. Ora l'A. osserva che con la nota formula del Clausius, i di cui coefficienti furon determinati coi resultati numerici delle esperienze dell'Amagat, egli trovò per quella pressione 48,7 atm. e — 105°,4 per la temperatura (*Comptes rendus*. 6 marzo 1882) per cui è molto soddisfacente l'accordo fra la teoria e la esperienza.

8. — *Ristampa della teoria matematica dei fenomeni elettrodinamici, dell' Ampère.* — Il segretario perpetuo dell'Accademia annunciò questa ristampa fatta dal libraio A. Hermann.

A. WILTZ. *Ricerche esperimentali sui motori a gas esplosivo.* — L'A. determinò in un precedente lavoro il valor relativo di tali motori, ed ora ne analizza i cicli che realmente si compiono. Ci limitiamo ad indicare i resultati ottenuti. La combustione è tanto più lenta quanto più è rapida la espansione, perchè subisce la influenza delle pareti. Il modo di combustione e la forma della curva di espansione sono influenzati dalla temperatura dell'ambiente. Un eccesso di gas estraneo rallenta la combustione, che resta tanto più incompleta quanto è più povero il miscuglio. La utilizzazione aumenta con la velocità dell' espansione, e con la temperatura della parete. Le pressioni e le temperature massime variano in senso inverso del rapporto della superficie della parete al volume dello spazio primitivamente occupato dal miscuglio. In sostanza la influenza della parete è dominante nel fenomeno; ed è il raffreddamento che deforma il ciclo ed abbassa l'effetto utile di quei motori.

9. — LORD RAGLEY. *Sopra una formula relativa alla velocità delle onde, in risposta a M. Gouy.* — Nei *Comptes rendus*

del maggio 1882, alludendo a delle memorie dell'A. pubblicate nella *Nature* del 1881, il Gouy rammentò un suo lavoro (*Comptes rendus* 1880, novembre) ove è la formula $U = dn/dk = d\frac{1}{T} \Big/ d\frac{1}{\lambda}$.
Ora l'A. rammenta che quella formula la pubblicò nella sua opera *the Theory of Sound*, 1877; e dice che se egli non l'applicò al caso della luce, fu perchè in quell'epoca non si sapeva che la velocità della luce dipendesse dalla lunghezza d'onda.

H. MERCZYNG. *Sulle anomalie focali dei reticoli.* — Ecco i resultati. I raggi che escono dal collimatore paralelli non lo sono più dopo la diffrazione nel reticolo, il quale agisce come una lente concava per gli spettri dalla parte dell'immagine riflessa della fenditura, e come convessa dall'altro lato. La distanza focale F del reticolo varia con l'angolo di incidenza dei raggi sul reticolo. Per tutti gli spettri disposti da un lato determinato della immagine della fenditura, la variazione Δf di f è >0; e per tutti li spettri situati dall'altro lato $\Delta f < 0$. I valori assoluti e negativi di Δf, sono minori dei valori assoluti positivi, per gli stessi valori dell'angolo Δ fra i raggi diffratti ed i raggi che escono dal collimatore. Le curve focali, per tre reticoli e tre spettri osservati (reticoli a riflessione del Rutherfurd) erano quasi iperboliche, con assintoti di poco inclinati agl'assi coordinati. Le curve degli spettri simmetrici (p. es. lo spettro alla sinistra dell'immagine della fenditura, e lo spettro alla dritta dell'immagine stessa) non erano le stesse, ed i valori di Δf per gli stessi angoli erano diversi. Le curve focali per Δf positivo sono convesse verso l'asse degl'angoli, e per Δf negativo erano quasi tutte concave. Quasi tutte le curve focali incontrano l'asse degl'angoli Δ nel punto ove $\Delta = 0$, nel qual caso esiste il minimo di deviazione pei reticoli a riflessione, e si ha $\Delta f = 0$. Le variazioni Δf, per gli stessi angoli e gli stessi spettri differiscono impiegando diversi reticoli, abbenchè questi abbiano gli stessi elementi come reticoli; il che prova che la causa delle anomalie focali dei reticoli a riflessione non sta nella irregolarità dei tratti segnati sul reticolo, i quali d'altronde furon fatti dallo stesso meccanico e con la stessa macchina. L'A. è di opinione che tal causa sia una debole curvatura del piano del reticolo. Questa è la letterale traduzione della Nota, nella parte relativa ai resultati.

J. L. SORET. *Sull' assorbimento dei raggi ultra violetti pei mezzi dell' occhio, e per alcune altre sostanze.* — È una continuazione del lavoro più sopra riferito, dello stesso autore. L' effetto di assorbimento di cui si parla in quel precedente lavoro, non appartiene al gruppo degl' albuminoidi, come dapprima sospettò l' Autore, ma ad un cristalloide. L' A. pestò dodici cristallini di bove insieme a della sabbia e con 200 cc. di acqua, e poi filtrò con tela, e versò il liquido, che aveva molta globulina, in un dializzatore galleggiante in acqua distillata. Dopo 24 ore si raccoglie l' acqua esterna ove sono sparsi i cristalloidi. Lo spettro ultra violetto del liquido così ottenuto è molto analogo a quello dell' umore acqueo, e la striscia di assorbimento della stria 18 del cadmio, e la striscia 22 di trasparenza sono ben divise. I massimi ed i minimi sono meno pronunciati, ma ciò è l' effetto ordinario, che ha luogo quando ad una sostanza caratterizzata da una striscia oscura si aggiunge altra sostanza assorbente che non ha un potere assorbente elettivo, e quindi si può attribuire quell' effetto a delle impurità resultanti dalle manipolazioni. Questa esperienza fa credere che la sostanza cercata si formi nel cristallino e poi si spanda per dialisi nell' umore acqueo e nel vitreo. La sua presenza contribuisce a rendere il cristallino opaco per i raggi ultra violetti molto refrangibili, giacchè essa arresta quelli che passan meglio per la globulina (stria 18) senza però toglier intieramente la striscia di assorbimento di quest' ultima sostanza. L' A. esaminò molti corpi la di cui presenza potrebbe sospettarsi in quegli umori dell' occhio, ma nessuno di essi diede uno spettro simile a quello dato da quegli umori stessi. L' A. indica quei corpi, ma noi ci dobbiamo limitare a dire che quest' ultimo studio, ancora incompleto, dimostrò che un gran numero di principi immediati sparsi nell' organismo hanno proprietà di assorbimento ben accusate, e delle quali la Chimica biologica potrebbe molto avvantaggiarsi.

G. CABANELLAS. *Misura della differenza di potenziale e della resistenza fra gli elettrodi.* — L' A. rammenta che nei *Comptes rendus* del 16 giugno 1881 diede le formule:

$$E = \frac{i_1\varepsilon - i\varepsilon_1}{i_1 - i} \quad , \quad r = \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{i_1 - i} \quad ,$$

ove E è la forza elettromotrice, ε la differenza dei potenziali alla escita dalla resistenza interna r, mentre circola la intensità effettiva i; e dice che queste formule sono generali e comprendono *a fortiori* il caso semplice già (vedi più sopra) considerato dal Thèvenin.

10, 11. — M. BOULANGER. *Esperienze fatte a Grenoble da Marcel Deprez, sul trasporto della forza per mezzo della elettricità.* — Si adoperarono le stesse macchine che, per lo stesso scopo servirono nelle esperienze nel laboratorio della strada ferrata del Nord; ma vi furono cangiati dei fili induttori, e migliorate in alcuni dettagli. Una macchina, la *ricettrice*, era a Grenoble, e la generatrice a Vizille, a circa 14 chilom. l' una dall'altra. Per le misure meccaniche servì un freno di Prony. Le misure elettriche mostrarono che erano insensibili le perdite lungo la linea, stando le macchine riunite da due fili di bronzo siliceo grosso due millimetri. La resistenza della linea era di 167 ohm. Le esperienze furono eseguite nel 1° settembre 1883. Il massimo numero dei giri della generatrice fu di circa 19 e il minimo 12 al secondo. Per la ricettrice furono 8 il minimo e 14 il massimo numero. Il rendimento fu di 43,2 circa per la minor velocità di ruotazione, ed ascese a 62,3 quando la velocità fu la maggiore. Si ebber dunque buonissimi resultati.

P. LE CORDIER. *Sopra la induzione.* — L' A. considera un mezzo continuo ed incompressibile, le di cui traslazioni e pressioni produchino le correnti ed i fenomeni elettrostatici. Questa nota, già molto concisa, non ci permetterebbe un sunto sufficientemente esteso e chiaro; per cui dovremo aspettare di leggere l' intiero lavoro.

M. QUET. *Leggi dell' induzione dovuta a variazioni di intensità, in correnti di forme diverse. Corrente circolare.* Le leggi dell' induzione dovuta alla variazione di intensità divengono molto semplici quando son piccolissime le dimensioni dei sistemi di corrente, e perciò l' A. considera in questo caso diverse forme di circuiti, come p. es. per i solenoidi cilindrici e gli sferici, la forza che agisce sulla massa elettrica indotta, m, è allora espressa da

$$F = \frac{k}{2} mp . \frac{di}{dt} . \frac{\omega \operatorname{sen} \varepsilon}{R^2} .$$

Nel caso di un solo circuito inducente estremamente piccolo, piano, e di grandezza ω, R è la distanza del centro di gravità di ω dal centro di m, ϵ è l'angolo di R con la normale ad ω, e p è uguale all'unità. Per un cilindro elettrodinamico, R è la distanza fra il centro del cilindro ed m, e p è il rapporto della lunghezza del cilindro alla distanza fra due anelli consecutivi.

Per un solenoide sferico, la R è condotta dal centro della sfera, ω è l'area di un circolo massimo, e p è il rapporto fra il raggio e l'arco compreso fra le due correnti consecutive che gli sono normali. Ma quella formula, trovata dall'A. per mezzo di un'analisi che non è contenuta in queste sue comunicazioni, non è che parte di una serie della quale si trascurarono i termini superiori al terzo, relativamente alle dimensioni dei circuiti. Quella formula dimostra che secondo la teoria dell'A. la forza decresce aumentando la distanza meno rapidamente che nel caso dell'azione elettrodinamica, o magnetica dei magneti permanenti; per cui vi sarebbe a credere che le tempeste magnetiche del Sole avessero nella terra azioni sensibili.

Pel caso generale, la forza elementare di induzione per variazione della corrente inducente è data dall'Autore, con

$$f = -\frac{k}{2}\, m \frac{di}{dt}\, \frac{ds\, .\cos\theta}{r}\ ,$$

θ essendo l'angolo della distanza r con l'elemento filiforme ds, ed m la anzidetta massa magnetica. L'A. applica questa formula ad una corrente circolare, e pel caso in cui il raggio ρ di questa sia piccolissimo relativamente ad R, trascurando le potenze superiori alla terza del rapporto di ρ ad R, ritrova il precedente valore di F.

T. L. SORET. *Sull' assorbimento dei raggi ultravioletti.* — L'A. ha continuato i suoi studi, più sopra citati, esperimentando con le sostanze albuminoidi. Le difficoltà per preparar puri questi corpi sono grandi, ma l'A. è stato aiutato da due abilissimi chimici. Il resultato principale ottenuto dall'A. fu che « tutte le sostanze albuminoidi studiate dall'A. hanno un principio comune, al quale è dovuta la nota striscia di assorbimento che li caratterizza ». La *gelatina* invece, che è più trasparente, non lascia scorgere alcuna striscia di assorbimento.

12. — D. COLLADON. *Sopra gli incendii cagionati dal fulmine.* — Come è noto, quel distinto fisico ha molto studiato sugli effetti del fulmine, e sul modo di preservarsene. Ora egli descrive alcuni dei molti casi di fulmine avvenuti in quest'anno e specialmente tratta della influenza che possono avere delle grandi masse metalliche, esistenti nell'interno degl'edifici, e pensa che generalmente quella influenza deve essere nulla circa all'attirare il fulmine, ma che nell'istante dello scoppio può esser causa di incendio servendo al fulmine come mezzo di scarica verso materie facilmente infiammabili; e perciò, ora che si usa adoperar molto ferro e zinco nelle costruzioni, consiglia di riunire con conduttori metallici le diverse masse metalliche che sono nell'interno o formano parte dei tetti delle case.

G. CABANELLAS. *Legge elettrica della conservazione dell'energia sotto qualsiasi forma, all'entrata ed alla sortita di sistemi materiali qualunque* franchis *elettricamente.* — L'A. intende a stabilire la legge seguente. Per un circuito qualunque considerando come positive le forze elettromotrici E che tendono a dare una corrente nella direzione di quella che realmente circola, e come negative le altre forze, ma ponendole tutte affette dal segno +, e indicando con R le relative resistenze nei diversi tratti, deve esistere sempre la relazione

$$\Sigma \mathrm{EI} - \Sigma \mathrm{EI}^2 = 0.$$

L'A. fa derivare la precedente formula da quelle note di Ohm e di Joule, nel modo seguente. Sappiamo *a priori* che la quantità totale di energia che *entra* ed è trasmessa dal sistema, è, nell'unità di tempo, uguale alla somma delle forze elettromotrici che sono nello stesso senso della corrente che realmente circola, moltiplicate ciascuna per la grandezza di questa corrente effettiva. D'altra parte, la quantità di energia che *sorte*, cioè quella abbandonata, durante lo stesso tempo, dal sistema, comprende la somma di tutte le forze elettromotrici di senso opposto alla corrente che circola, moltiplicate ciascuna per la grandezza di questa medesima corrente effettiva, e comprende ancora la somma di tutti i prodotti del quadrato di ogni corrente effettiva moltiplicato per la resistenza attraverso la quale circola la respettiva corrente medesima. Il principio della conservazione

dell' energia esigendo la uguaglianza di quelle due somme, si ha la equazione anzidetta. Per la parte essenziale, questo sunto è una traduzione letterale.

A. CHERVET. *Sopra un nuovo elettrometro capillare.* — Due boccette tubulate lateralmente contengono, la prima, A, del mercurio, e la seconda B dell'acqua, con 0,1 di acido solforico in volume. Le due tubulature laterali sono centrate sullo stesso asse, e un tubo termometrico aperto fa la comunicazione fra le due boccette. La parte del tubo che corrisponde al serbatoio del termometro è fissa dal lato della boccetta A, e la parte capillare si apre nell'acqua di B.

Un filo di platino P, isolato da una guaina di vetro, tuffa nel mercurio di B senza toccare l'acqua, e un filo di platino N tuffa nel mercurio di A. Un commutatore unisce metallicamente P ed N, e può intercalare fra loro una differenza V di potenziale, più piccola di 0,9 Daniell. P deve essere sempre positivo. Le altezze del mercurio e dell'acqua sono tali che la superficie di separazione sia dove la parte capillare si unisce a quella l arga del tubo, ma vicinissima alla parte capillare. Sia α l'angolo piccolissimo del cono tangente alla superficie del tubo nel punto ove è il menisco, e sia a la depressione capillare ed r il raggio del tubo: allora avremo $a = M/r$, M dipendendo da V. Se V aumenta, M ed r aumentano, e il menisco si sposta verso A. Se V aumenta di 0,001 D. M aumenta di 1/750 del suo valore (vedi Lippmann, *Ann. de chim.* etc. t. V). Se allora x è il corrispondente spostamento, r diventa $r + x \operatorname{sen} \alpha$, ed avremo $a = M/r = (M + bM)/(r + x \operatorname{sen} \alpha) = bM/x \operatorname{sen} \alpha$, per cui $x \operatorname{sen} \alpha = r/b$. Avendo $b = 1/750$. Se dopo si intercala fra P ed N una piccola differenza di potenziale, si vede all'occhio nudo uno spostamento del menisco tutte le volte che la differenza di potenziale è dell'ordine di un millesimo di volta. Sul tubo capillare si disporrà un segno per osservare più comodamente. Questa nota non ha figura; e traducemmo letteralmente salvo innocue abbreviazioni. L'A. segue descrivendo come con questo apparecchio si può misurare la differenza di potenziale. Tal differenza esistendo, si riconduce il menisco alla su a posizione normale esercitando una pressione p sul mercurio di A. Per misu-

rar p si fa uso di un manometro ad acqua a tubo inclinato. Al resto può da sè supplire il lettore.

M. A. RIGHI. *Sul fenomeno di Hall.* — La lamina adoperata ha una forma qualunque ma porta tre elettrodi, e la corrente entra per uno e sorte dagl' altri due. Le due correnti parziali vanno in direzioni opposte nei due circuiti di ognuno dei rocchetti di un galvanometro Wiedemann. Introducendo una conveniente resistenza si pone l' ago a zero. Chiudendo il circuito di una elettrocalamita, che fra i poli ha la lamina, l' ago devia mostrando che le linee equipotenziali deviano girando in senso opposto alla corrente magnetizzante, se la lamina è d' oro o di altri metalli, e girano nell' altro senso se si tratta di ferro. Col bismuto si ha lo stesso come per l' oro, ma circa 5000 volte di più. L' A. pubblicherà la sua intera memoria.

13. — P. DESAINS. *Nota sopra gli spettri solari, ed apparecchi refringenti in sal gemma.* — Nell' anno scorso l' A. pubblicò le sue ricerche sulla distribuzione del calore nella regione oscura degli spettri, formati con apparecchi tutti in sal gemma, ed ora pubblica i seguenti numeri proporzionali alle intensità dei raggi calorifici distribuite lungo la parte luminosa dello spettro. La prima colonna indica le distanze in minuti alla stria D, e la seconda le intensità, avendo indicata con 20 quella della D. I numeri col segno — indicano le distanze contate dalla parte del violetto, e gli altri le distanze contate dalla parte dello spettro oscuro.

I^a	II^a	I^a	II^a
5	20,77	49	48,3
10	23,5	53	43,8
20 (stria C)	29,00	63	57,3
24 (rosso estremo)	30,2	— 0	20,00
26 (stria B)	29,4	— 5	17,8
30	31,22	—10	16,32
33	34,6	—27 (stria E)	12,50
36	43,5	—32 (strie *b*)	11,30
37	37,4	—45	7,80
39 (stria A)	34,2	—50 (stria F)	7,85
42	40,0	—95 (stria G)	2,66

Il confronto fra i resultati del 1881 e quelli del 1882, ottenuti in condizioni atmosferiche diverse, dimostrò che i rapporti fra le intensità calorifiche delle diverse regioni dello spettro, non dipendono dalla maggiore o minore quantità di vapore d'acqua nell'aria. L'A. presenta una seconda tavola per le lunghezze di onda, di raggi posti a distanze note dalla D, avendo posto 60 per la lunghezza d'onda di questa stria. La prima colonna contiene i nomi delle strie, la seconda le lunghezze d'onda, e la terza le distanze a D in minuti.

Iª	IIª	IIIª
»	189,6	96,40
»	145,8	80.00
»	115,2	63.20
»	97,8	46,40
A	77,34	59,50
B	69,60	26,00
C	66,72	20,00
D	60,00	0,00
b	52,66	—32,00
F	49,34	—50,00
G	43,98	—95,00

La nota termina con alcune osservazioni sul modo di confrontare fra loro le quantità di calore, che nello spettro son comprese fra raggi le di cui lunghezze d'onda differiscono di una quantità costante.

M. QUET. *Sopra l'induzione dovuta alla variazione di intensità della corrente in un circuito piano ed in un solenoide qualunque; e due leggi analoghe a quelle di Biot e Savart.* — In questa nota l'A. seguita ad annunciare i resultati delle sue ricerche teoretiche sulla induzione, ma, come le precedenti, questa nota non si presta ad un sunto breve e chiaro, e ci lascia nel desiderio di poter leggere il lavoro pubblicato per intero.

C. E. DE KLERCKER. *Ricerche sulla dispersione della luce.* — L'A. considera il fenomeno sotto un punto di vista esclusivamente fisico, tralasciando ciò che concerne il meccanismo della propagazione del movimento nell'etere; e la sua teoria parte

che qui non riportiamo, ma da cui si rileva che la perdita di intensità fu tutto al più del 6,6 per 100. Il rendimento elettrico fu di poco differente dal rendimento meccanico. Inoltre il confronto fra i lavori elettrici ed i lavori meccanici mostrò che il coefficiente di trasformazione della generatrice era vicinissimo all' unità, in guisa che il *deficit* proveniva quasi esclusivamente dalla ricettrice.

Per ricettrici si avevano tre macchine Siemens e due Gramme, tipo da officina. Tutte erano a filo grosso, onde si dovè far uso di una generatrice essa pure a filo grosso; e questa era una Gramme i di cui induttori erano rinforzati e disposti a doppio giro (sistema Deprez). La corrente costante era data da una seconda macchina che serviva da eccitatrice, e tutte e due erano messe in moto da una locomotiva, con la quale si manteneva alla generatrice la velocità necessaria perchè la differenza di potenziale a' suoi poli rimanesse costante.

Dai poli, o, per meglio dire, dai due serrafili (*bornes*) della generatrice partivano due fili paralelli, sui quali venivano a imbrancarsi le derivazioni delle macchine. La differenza di potenziale di quei due serrafili era misurata da un galvanometro resistente, posto in derivazione. Un secondo galvanometro misurava la differenza di potenziale all' estremità della linea. Le intensità erano misurate con un galvanometro a filo grosso, di resistenza trascurabile. Ogni macchina era provvista di un freno Carpentier, portante una carica costante di due chilogrammi. Le puleggie dei freni avendo un metro di circonferenza, il lavoro era dato in chilogrammi metri.

Si fecero le misure ponendo le macchine l' una dopo l'altra, e si fecero cinque esperienze i di cui resultati sono indicati nella seguente tavola. Tali resultati sono molto belli, e servono nuovamente di notevol conferma a quelli già ottenuti dalla Commissione nominata dall'Accademia, e di cui, come vedemmo anche in questo giornale, fu relatore il Cornu.

La 1. colonna indica il numero d' ordine delle esperienze, la 2. il numero dei giri al minuto della generatrice, la 3. la differenza di potenziale ai serrafili della generatrice, la 4. la stessa differenza all' estremità della linea, la 5. il lavoro al secondo della ricettrice I, la 6. la intensità in *ampère* della I, la 7. e la 8. in-

dicano per la ricettrice II ciò che la 5. e la 6. indicano respettivamente per la I, e così di seguito per le ricettrici III, IV e V. La 15. colonna indica il lavoro totale, la 16. la intensità totale.

		Diff. poten. generat.		Ricettrice I.		Ricettrice II.		Ricettrice III.		Ricettrice IV.		Ricettrice V.		Lav. totale	Int. totale
1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª
1	2230	39,4	39,1	18,0	9,7	„	„	„	„	„	„	„	„	18,0	9,7
2	2270	39,0	38,8	18,9	9,9	19,6	11,3	„	„	„	„	„	„	38,5	21,2
3	2238	39,3	39,1	18,6	9,9	19,5	11,3	42,5	18,3	„	„	„	„	80,6	39,5
4	2238	39,0	38,8	17,6	9,9	19,1	11,5	40,0	17,5	39,5	19,0	„	„	116,2	57,9
5	2169	39,1	39,1	18,5	9,5	18,7	10,6	40,0	17,2	34,7	18,6	35,3	19,8	147,2	75,2

15. — M. QUET. *Sull' induzione prodotta dalla variazione di intensità della corrente elettrica in un solenoide sferico.* — La questione è interessante perchè il Sole può assomigliarsi a tal solenoide, capace di esercitar sulla terra azioni sensibili. Quando la distanza è sufficientemente grande, l'azione di una sola corrente circolare è data dalla formula

$$B = \frac{K}{2}\, m \frac{di}{dt} \cdot \frac{\pi \rho_1^2}{R_1^2} \operatorname{sen} \varepsilon_1 .$$

R_1 è la distanza del centro della massa elementare elettrica m indotta dal centro della corrente circolare, ε' è l'angolo di R_1 con l'asse del solenoide, formato come nella nota sfera di Barlow, ρ' è il raggio della corrente circolare, i la intensità della corrente e t il tempo. Ciò posto, indicando con R la distanza del centro del solenoide sferico dal centro di m; con ε l'angolo di R con l'asse del solenoide; con ρ il raggio della sfera; con l la distanza sulla sfera fra due correnti circolari consecutive, l'A. arriva alla formula integrale

$$Y = \frac{K}{2}\, m \frac{di}{dt} \cdot \operatorname{sen} \varepsilon \; \frac{\pi \rho^2}{R^2} \cdot \frac{\pi \rho}{2 l} .$$

Nel caso della Terra e del Sole, supponendo che il raggio di quest'ultimo sia quello del solenoide, e che m sia nel centro

della terra, avremmo $\rho^2/R^2=0,000020484$. Il quarto della circonferenza della terra è 100000^{hm}, e la analoga quantità per il sole è 10855000^{hm}. Se ammettiamo che le correnti elettriche si succedano nel Sole ad una distanza l espressa da una frazione $1/n$ di ectometro, avremo $l=1/n$, e $\rho^2.\pi\rho/R^2.2l=n.222,35$; onde

$$Y=\frac{K}{2}\,m\,\frac{di}{dt}\,.\,\pi\,\text{sen}\,\varepsilon\,.\,n\,.\,222,35\,.$$

Per sapere se tal forza potrebbe produrre effetti sensibili sulla terra, bisognerà confrontarla con forze analoghe, in esperienze che più tardi saranno eseguite dall' A.

16. — M. F. VAN ASSCHE. *Sopra un mezzo per isolare le radiazioni calorifiche dalle chimiche.* — Sopra una lamina di vetro, detta *porta oggetti*, si posa una goccia di selenio distillato e fuso, e poi si copre con un' altra lamina, sottile e di vetro, *copra oggetti*. Con un ago montato in un movimento circolare si comprime la goccia all' intorno, mantenendola a 250°, stendendola in uno strato sottile, e poi si lascia raffreddare così compressa: « Bisogna evitare di far bollire il selenio sulla lamina, perchè, in « questo caso, si produrrebbero dei vapori che, condensandosi, « formano delle cellule contenenti delle goccie o dei cristalli isolati di selenio, fra i quali la luce naturale passa senza decom- « porsi. Nel caso contrario, i raggi chimici sono riflessi, le vi- « brazioni luminose sono convertite in energie elettriche; le onde « calorifiche sole attraversano la lamina dopo aver subìto una « certa refrazione, sempre ugualmente orientata relativamente « ai punti cardinali della lamina; refrazione *rotativa*, se la la- « mina gira nel suo piano; refrazione *fissa*, se l' apparecchio è « immobilizzato. Si osserva anche un fenomeno di doppia refra- « zione col raggio rosso ordinario e il raggio rosso straordinario « (io l' ho osservato guardando il Sole riflesso da un vetro sta- « gnato). Se l' apparecchio, al contrario, è ben costruito, esente « da bolle e strie, la luce trasmessa è *monocromatica*, di un « *rosso rubino vermiglio*; questa modificazione luminosa guar- « data allo spettroscopio, offre soltanto una striscia (*bande*) lu- « minosa un poco oscura, e molto stretta relativamente alla esten- « sione dello spettro normale, limitata fra la stria 70 dell'estre- « mo rosso e la stria 65 circa; questa superficie luminosa è com-

« presa fra la stria A e la stria C del Sole ..... il selenio in-
« tercetta completamente la stria D del sodio, e le vibrazioni
« calorifiche, luminose e chimiche, comprese fra le temperature
« di 720° e di più di 2000°, non sono distrutte, ma intercettate,
« trasformate e convertite in *energie elettriche*, per esempio; e
« le temperature relativamente basse, comprese fra 525 e 720°
« sono le sole percettibili attraverso il selenio ». Abbiamo creduto di dovere fare la traduzione esattamente letterale di una parte della Nota, la essenziale. L'A. seguita con altre osservazioni che per brevità non possiamo riferire.

M. ED. SARASIN. *Indici di refrazione dello spato fluore per raggi di diversa lunghezza di onda, fino all'estremo violetto.* — Col prisma di spato fluore, le misure furono per le principali strie dello spettro solare visibile, e poi per la serie delle strie ultra violette del cadmio completata dalla stria principale dello spettro ultra violetto del magnesio, e per le strie estreme dello zinco e dell'alluminio. Per lo spettro visibile lo spettrometro aveva lenti di vetro, e per le strie ultra violette, servirono l'oculare fluorescente del Soret e delle lenti di quarzo, il che esige un modo speciale per mettere al punto ciascuna stria; e l'apparecchio non permettendo ciò per le strie estreme del zinco e dell'alluminio, queste furono studiate con lenti acromatiche di quarzo-spato-fluore, secondo il metodo del Cornu. L'A. presenta una tavola ricca di numerosi resultati numerici.

M. C. WIEDEMANN. *Nuovo modo di isolamento dei fili metallici impiegati nella telegrafia e nella telefonia.* — Si prepara un bagno di piombato di potassa, sciogliendo 10 grammi di litargirio in un litro di acqua con 200 grammi di potassa caustica, e si fa bollire per mezz'ora; poi si lascia riposare e si decanta. Si attacca al reoforo positivo il filo metallico che si deve ricoprire di perossido di piombo, e si tuffa nel bagno un anodo di platino attaccato al polo negativo. Del piombo metallico in polvere si precipita sul polo negativo, ed il perossido di piombo copre il filo metallico, che così passa per i diversi colori dello spettro, come nella esperienza del Nobili. L'isolamento del filo è perfetto quando si è arrivati al bruno nero.

17, 18. — M. G. CABANELLAS. *Dimostrazione di un teorema di elettricità.* — È un semplice annunzio. Il teorema è

che « in ogni sistema in equilibrio dinamico, la somma algebrica dei prodotti rispettivi, delle differenze di potenziale per le correnti, è uguale a zero ».

M. QUET. *Sopra la forza di induzione dovuta alla variazione di intensità della corrente di un moltiplicatore a spirali piane, e sopra il confronto di quella forza con quella esercitata a grandi distanze da un solenoide sferico, o da un sole fittizio solenoidale.* — Teoricamente è a considerarsi una serie di correnti circolari piane e concentriche, che si succedono nello stesso piano ad una distanza costante fra loro, e che sono della stessa intensità. L'A. ha composto il suo moltiplicatore con un sottile nastro di rame avvolto in spirale piana, e per la esperienza può ammettersi che l'azione induttrice di tali correnti circolari si eserciti sopra un sottile nastro di rame posto nel loro piano, nell'interno del moltiplicatore, vicino alla superficie interna e piegato in forma di anello o di spirale piana, le di cui estremità comunichino coi reofori del galvanometro. L'A. calcolò la forza di induzione, che nasce variando la intensità della corrente sopra una massa elettrica m posta nel piano del circuito inducente. L'altra forza inducente, esercitata da un sole fittizio solenoidale, quando la massa indotta m è ad una distanza come quella a cui siamo dal sole, fu precedentemente determinata dall'A., il quale trova che l'azione di tal sole fittizio è almeno doppia di quella anzidetta del moltiplicatore, onde essa deve produrre effetti sensibili. Così dunque, dice l'A., ecco un sole fittizio nettamente definito, e capace di produrre sulla terra delle perturbazioni magnetiche malgrado la sua enorme distanza, senza esagerare le variazioni di intensità della corrente.

Journal de Physique, 1882-83.

JAMIN e G. MANEUVRIER. *Sulla corrente di reazione dell'arco voltaico.* — Le due correnti alternativamente uguali ed opposte di una Gramme nel cui circuito sono più archi elettrici, non danno deviazione alla bussola, se nei bruciatori i due carboni sono eguali; ma se uno di questi è più grosso dell'altro la bussola indica una corrente permanente diretta dal carbone più grosso al più piccolo, dal più freddo al più caldo. Tal corrente aumenta con la distanza degli elettrodi, e si produce anche

impiegando un metallo invece di uno dei carboni. Questa corrente differenziale è dovuta a che i due sistemi di correnti alternanti generano sui due carboni delle forze elettromotrici di polarizzazione, opposte e non uguali fra loro quando quei carboni non sono uguali. Gli Autori corredano la loro Nota di alcuni dettagli di interessanti resultati esperimentali, che la mancanza di spazio ci vieta di riprodurre.

M. S. WROBLEWSKI. *Sulla solubilità dell' acido carbonico nell' acqua e ad alta pressione, e sull' idrato d' ammoniaca.* — L' A. trovò che, stando costante la temperatura, il coefficiente di saturazione aumenta meno rapidamente della pressione, tendendo ad un limite; e che, la pressione rimanendo costante, quel coefficiente aumenta quando diminuisce la temperatura. In particolari condizioni di pressione e di temperatura l' acido carbonico forma con l' acqua un idrato; ed un' analisi, eseguita alla temperatura 0° ed alla pressione di 16 atm. con un metodo che fu descritto nei *Comptes rendus* t. XCIV insieme alla descrizione dell' apparecchio, l' A. dimostrò che quell' idrato ha la formula $CO^2 + 8H^2O$.

MM. L. CAILLETET e BORDET. *Sugli idrati che si formano per espansione e per pressione.* — Gli Autori hanno studiato un fenomeno simile a quello studiato dal Wrobleswski, nella Nota precedente. Comprimendo dell' idrogene fosforato in presenza dell' acqua, il gas si liquefà e galleggia nell' acqua che ne scioglie una parte; ma se rapidamente si diminuisce la pressione, si formano cristalli bianchi e trasparenti sulla faccia interna del tubo. Togliendo tutta la pressione quei cristalli spariscono dissociandosi, producendo bolle gassose e goccie liquide. La formazione e la dissociazione di tal composto corrispondono a pressioni ed a temperature determinate, come trovò anche il Wroblewski esperimentando con l' acido carbonico. Comprimendo l' idrogeno solforato secco in presenza di solfuro di carbonio, e facendo la stessa esperienza, si produce un composto bianco e cristallino se nel tubo rimane un poco di acqua. L' acido solfidrico diede risultati analoghi a quelli dell' idrogene fosforato con l' acqua.

M. L. LORENZ. *Sulla determinazione dell' Ohm.* — L' A. propone per tale determinazione due metodi, l' uno di M. Lippmann, e l' altro è suo.

MM. P. HAUTEFEUILLE e I. CHAPPUIS. *Sulla liquefazione dell' ozono.* — Gli Autori ottennero l'ozono in goccie liquide azzurre-indaco-scure, alla pressione di 75 atm. Compressero, con uno apparecchio dato loro dal Cailletet, a 125 atm. un miscuglio di ossigeno e di ozono, raffreddato a — 100° per mezzo di un getto di etilene liquido. Abbassando rapidamente la pressione, il tubo di vetro dell'apparecchio si colora nella parte affilata con una goccia di quel liquido, il quale si conserva così nel tubo capillare anche sotto la sola pressione atmosferica.

M. L. KOENIG. *Osservazioni sul metallo del suono.* — È un sunto di una parte del libro: *Alcune esperienze di acustica*, stampato nel 1882. L'A. comincia col parlare dei suoni armonici, e dei suoni parziali che vanno ben distinti da quei primi, e poi tratta dell' influenza della differenza di fase degl'armonici sul metallo del suono, e descrive la *sirena a onde* impiegata per ottenere i suoni dovuti ai battimenti, e il suo apparecchio per le ricerche sul metallo del suono, per via di sintesi.

M. STOLETOW. *Osservazioni sullo stato critico.* — Sono delle osservazioni sulle note formule del Waals, del Maxwell e del Clausius sulla tensione del vapore saturo. Di questa nota, che è già un non breve sunto di un lavoro pubblicato nel *Giornale della società fisico-chimica russa*, t. XIV, non potremmo far qui utilmente un altro sunto più breve, come lo avremmo desiderato vista la importanza teorica del soggetto. Ci limiteremo a dire che l'A. calcolando coi resultati numerici di esperienze Saïontschewski trova che la formula del Clausius è quella che più soddisfa a quei resultati.

1883.

M. MASCART. *Sopra i reticoli metallici del Rowland.* — Il Brunner, in Francia, costruisce dei reticoli divisi in 500 esimi di millimetro e larghi due centimetri; ma il meccanico Schneider con macchine di una immensa precisione, ora costruisce sotto la direzione del Rowland, per scoprire le più delicate strie spettrali, dei reticoli larghi 13,8 centimetri, con 1700 tratti per millimetri; e il Rowland, per far di meno di un collimatore e di un cannocchiale, fa incidere il reticolo sulla superficie concava di uno specchio metallico. Per diffrazione si ha così netta la immagine del-

la fenditura, e lo spettroscopio è ridotto ad una sola superficie riflettente, con vantaggio evidente e grandissimo per lo studio dei raggi infra-rossi ed ultra violetti; e si sono così potuti sdoppiare dei sistemi di strie che avevano resistito ai più potenti spettroscopi. L'A. di questa nota, con alcuni calcoli dimostra alcune proprietà dei reticoli sferici. Immaginiamo la retta MO che passa pel centro O di curvatura, e pel punto M centro di figura dello specchio concavo, e dal punto di mezzo C di questa retta col raggio CO tracciamo una circonferenza che sarà tangente allo specchio, stando i tratti del reticolo normali al piano di quel circolo. Ciò posto, un punto luminoso che sia sopra quella circonferenza, avrà il suo foco coniugato, formato dai raggi diffratti, in un punto di quella medesima circonferenza; e l'A. dimostra altresì una proprietà già notata dall'Egoroff, che la diffrazione per riflessione presenta essa pure un minimo di deviazione, come la diffrazione per trasmissione. Altre indicazioni utili per l'uso di quei reticoli sono date dall'A.

M. B. DOYEN. *Sulla superficie dell'onda.* — Il Senarmont, nel suo Commentario alle Memorie di Fresnel sopra la doppia refrazione, espose un modo ingegnoso di calcolo per trovare l'equazione della superficie dell'onda, eseguendo una eliminazione di coefficienti differenziali, ed ora l'A. mostra come i dati del calcolo del Senarmont abbiano la loro origine nei principii generali dell'analisi.

H. TERQUEM. *Dimostrazione del principio di Archimede pei corpi immersi nei gas.* — Un palloncino di vetro, chiuso, sta nell'interno di una campana di vetro tubulata superiormente, come quella che serve per la scarica nel vuoto, e che posa sulla platina della macchina pneumatica. Il palloncino rimane sospeso con un filo di seta, il quale passando da un piccolissimo foro praticato in una lastrina di vetro che chiude quella tubulatura, si attacca ad un braccio di una bilancia. Così si posson eseguire le pesate, mentre il palloncino è dentro la campana, che si può empire di aria secca, e poi di altri gas, ed osservare le diverse perdite di peso, e calcolare i rapporti fra le diverse densità dei gas medesimi.

A. CORNU. *Sopra uno spettroscopio a grande dispersione.* — Si ha un obiettivo acromatico, di un metro e 20 cent. di di-

stanza focale, e $0^m,35$ di apertura, che serve da collimatore e cannocchiale. Il fascetto orizzontale di raggi paralelli attraversa la fenditura verticale, che sta lateralmente e distante dall'asse dell'obiettivo, e poi cade sopra un piccolo prisma a riflessione totale, che lo riflette nella direzione di un asse secondario leggermente inclinato all'asse principale ed orizzontale dell'obbiettivo medesimo. Il fascetto attraversa l'obbiettivo; è rifratto da un prisma verticale di solfuro di carbonio, e cade sopra un primo specchio che lo riflette verticalmente, e poi sopra un secondo specchio che lo riflette orizzontalmente. Così riflesso, il raggio incontra una seconda volta il prisma in un punto più alto di quello in cui lo incontrò dapprima. Sortito dal prisma incontra un terzo specchio quasi normalmente, che gli fa percorrere in senso contrario la stessa via già percorsa; salvo che nel ritorno, esso percorrendo esattamente la direzione dell'asse principale dell'obbiettivo, e non più l'anzidetto asse secondario, invece di cadere sul piccolo prisma va all'occhio dell'osservatore passando per un oculare. In questo modo i raggi sono quattro volte refratti da un solo prisma. In questa Nota è con figure descritto tutto l'apparecchio, che è costruito dal Duboscq, e sono indicate tutte le avvertenze per farne uso. È un apparecchio che per la sua semplicità ha molti vantaggi, e che già da più di dieci anni servì all'A. per le sue ben note esperienze, ed è grandemente dispersivo.

M. P. GILBERT. *Sopra le esperienze atte a porre in evidenza la rotazione terrestre.* — L'A. fa una storia molto interessante degl'apparecchi e delle esperienze fatte fino ad ora per render manifesto il moto diurno della terra, incominciando da quelle del Guglielmini nel 1790 a Bologna, del Bezenberg in Amburgo, del Reich, e poi quelle del Foucault, ripetute da molti altri modificando più o meno l'apparecchio. Tratta dei giroscopi di Foucault, del politropo e del pendolo giroscopico del Sire, e, senza però esporre formule, dei resultati di un suo calcolo applicato a questi ultimi apparecchi, e di una modificazione da lui fatta al pendolo giroscopico. La Nota ha una figura che rende più chiara la descrizione. L'apparecchio così modificato è chiamato *barogiroscopio* dall'A.

M. G. LIPPMANN. *Applicazione della teoria dei doppi strati elettrici, di Helmohltz, ai fenomeni elettrocapillari, e calcolo della grandezza di un intervallo elettrico.* — In un suo precedente lavoro (*Ann. de Chim.* ec. 5. serie T. V. 1875) l'A. espose ciò che segue, e che ora dobbiamo rammentare. Il valore numerico della costante A di capillarità che entra nella nota formula di Laplace,

$$p = A \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right),$$

si deduce dalla forma della superficie capillare. Il Quincke osservò per il primo, che tal valore, per una superficie di contatto di data natura, p. es. fra acqua e mercurio, varia col tempo, e lo attribuì ad una variazione nella *tensione superficiale* (la quale è appunto misurata da A), dovuta ad alterazioni recate in quella superficie dal prolungato contatto dei due liquidi; ma l'A. invece crede che se ne debba la causa a perturbazioni elettriche, le quali si possano togliere a volontà. Si può vedere in proposito un lavoro del Quincke (*Ann. de Pogg.* 1874) sulle esperienze del Lippmann. È noto l'elettrometro capillare di questo fisico. Un tubo capillare di vetro è piegato ad U con le sue branche verticali, una delle quali termina con una sua parte *a* aperta all'aria, che è di assai maggior diametro. Entro vi è mercurio che sale in *a*, e quindi ad un'altezza maggiore che nella parte tutta capillare; ma quest'ultima è finita di empire con acqua acidulata, che per mezzo di una piegatura a sifone comunica e si continua con l'acqua acidulata di un vaso *b*, pure aperto all'aria esterna. Vi ha dunque una superficie capillare di contatto fra acqua acidula e mercurio, e, tutto essendo così disposto, vi si osservano col catetometro le variazioni di altezza che accusano le variazioni della A. Ma l'A. aggiusta nel tubo di comunicazione fra le due branche un filo di platino, α, saldandocelo, che comunica col mercurio, e immerge la estremità di un altro filo β di platino, la quale esce da un sottile tubicino di vetro, nel mercurio che sta in fondo al vaso *b*. e così questo filo non tocca l'acqua. L'A. trova che quando i due capi esterni di α e di β comunicano insieme, formando così un circuito insieme all'acqua e al mercurio del tubo capillare, quelle variazioni spariscono completamente, e che ritornano sol-

tanto quando α e β non si toccano più. L'effetto di tale circuito chiuso è, secondo l'A., di mantenere costante la differenza elettrica alla superficie della colonna capillare; ma bisogna attendere che il mercurio del vaso b abbia raggiunto ciò che l'A. chiama uno *stato finale costante*, e conviene altresì che l'elettrode di platino β abbia una superficie molto grande relativamente a quella della anzidetta superficie capillare. Se ora si posa il capo esterno di α sopra un punto u, e il capo esterno di β sopra un altro punto v, di un circuito esterno e chiuso di una coppia Daniell, u stando fra il polo zinco e v, una corrente derivata va dal vaso b alla superficie capillare, e allora questa superficie si polarizza e prende nel tubo capillare una nuova posizione, ossia varia l'altezza della colonna capillare; e le esperienze determinano il rapporto secondo il quale variano A e quella polarizzazione o differenza di stato elettrico. Quell'apparecchio, opportunamente modificato per la comodità e la precisione delle esperienze, costituisce come è noto l'elettrometro capillare, e le osservazioni vi si fanno con un microscopio.

Dalle sue esperienze l'A. deduce che « la costante A è funzione della *differenza elettrica* x esistente sulla superficie capillare, stando all'incirca proporzionale alla forza elettromotrice e di polarizzazione, fino ad arrivare ad un massimo uguale ad $e = 0{,}9$ Daniell, e che è 147 centesimi del suo valore primitivo, per poi diminuire, aumentando e fino a due Daniell ». Così risulta $A = f(x)$ e per ogni valore di x, A ha un sol valore. « L'A. trova pure che, quando, per mezzi meccanici, si deforma una superficie liquida, la differenza elettrica di quella superficie varia in un senso tale, che la tensione superficiale sviluppata in virtù della legge precedente si oppone alla continuazione del movimento ».

Rappresentiamo graficamente lo stato della superficie S di contatto, fra acqua e mercurio, con una curva, ad assi coordinati rettangolari, S essendo rappresentata dalle ascisse ed A dalle ordinate. Il lavoro esterno dT, fornito durante una deformazione infinitamente piccola della superficie, sarà espresso da

$$dT = -A\,dS,$$

e dT verrà così rappresentato dall'area generata dallo spostamento infinitamente piccolo dell'ordinata A. Se quella curva è chiusa, è evidente che il lavoro esterno fornito durante la deformazione è uguale all'area compresa nell'interno di quella curva. Indicando con dq la quantità di elettricità che attraversa la superficie andando dall'acqua al mercurio, l'A. pone

$$(1) \qquad dq = X\,dS + Y\,S\,dx,$$

essendo X la quantità di elettricità che attraversa la superficie, quando S varia di un millimetro quadrato, x rimanendo costante. L'A. chiama X la capacità elettrica dell'unità di superficie a differenza elettrica costante; ed Y è la quantità di elettricità che bisogna far passare attraverso la unità di superficie per aumentare x dell'unità, ossia è la capacità elettrica dell'unità di superficie, S stando costante, ed è la capacità elettrica di un elettrode di metallo, a superficie costante. Y è una funzione di x indipendente da S.

Ciò stabilito, l'A. ricerca a quali condizioni devon soddisfare X ed Y, onde il principio della equivalenza, ossia della conservazione della energia, sia rispettato durante una trasformazione qualunque della superficie; e trova che dopo aver percorso un ciclo chiuso, lo stato della superficie trovandosi ad essere uguale al primitivo, il lavoro esterno fornito è necessariamente uguale alla diminuzione della energia elettrica, onde si avrà

$$\int x\,dq = -\int A\,dS\,, \quad \text{ossia} \quad \int (x\,dq + A\,dS) = 0\,.$$

Convien dunque che $x\,dq + A\,dS$ sia una differenziale esatta, ossia che, ponendo per dq il suo precedente valore, sia differenziale esatta la espressione

$$x\,X\,dS + x\,Y\,S\,dx + A\,dS\,,$$

dalla quale si ottiene,

$$(2) \qquad \frac{d\,(A + x X)}{dx} = x\,Y\,.$$

Un'altra relazione per determinare X ed Y si ha dalla condizione che $\int dq$ sia nulla per ogni ciclo chiuso, e l'A. segue poi

a dimostrare esser quella condizione necessaria, ossia che secondo la (1) si abbia

$$\frac{dX}{dx} = Y,$$

la quale equazione insieme alla (2), conduce alla

$$\frac{d^2A}{dx^2} = -Y. \tag{3}$$

Nella più antica memoria che abbiamo citata, l'A. descrive il suo elettrometro, e l'uso che ne fece in varie esperienze.

Dopo il precedente lavoro del Lippmann, l'Helmohltz dimostrò nei *Conti resi* dell'Accademia di Berlino del 1881, che la differenza di potenziale fra due corpi che si toccano, implica la esistenza di un doppio strato elettrico alla superficie di contatto, e formato da strati elettrici uniformi, paralleli, uguali e di segni opposti, come disse il Volta, separati da un intervallo insensibile ε; e dimostrò che tal doppio strato produce una discontinuità nel valore del potenziale senza alterare le condizioni dell'equilibrio elettrico. Questo si rannoda alla ipotesi di Grotthus, ε essendo allora la distanza minima fra le molecole del liquido e quelle del metallo. Helmohltz dimostrò altresì l'accordo fra quella ipotesi ed i fenomeni elettrocapillari del Lippmann, e che le attrazioni e le repulsioni puramente elettriche, fra i diversi elementi del doppio strato, sovrappongono la loro azione a quelle delle sole forze molecolari, in modo di diminuirne l'effetto, onde la tensione A resultante ha un valor massimo quando quel doppio strato è nullo, e decresce quando quello strato aumenta.

Ora, in quest'ultima nota, il Lippmann viene a precisare maggiormente tal conclusione dell'Helmohltz, per mezzo di resultati esperimentali quantitativi; e comincia ad osservare che nell'ipotesi del doppio strato la capacità elettrica Y deve essere cost. onde allora la (3) rappresenta una parabola, il che è conforme ai resultati delle esperienze descritte nel suo primo lavoro. Per ottenere il valore di ε l'A. calcola il valore della derivata seconda di A, ossia il valore di Y; e poi facendo uso della nota relazione fra la capacità di uno strato sottile e la sua grossezza, trova ε uguale ad un 35 millionesimo di millimetro. Seguendo una via

affatto diversa il Thomson arrivò ad un 30 millionesimo, cioè ad un valore di poco differente da quello ottenuto dall' Autore.

X.

S. WROBLEWSKI e K. OLZEWSKI. *Sulla liquefazione dell'ossigeno e la solidificazione del solfuro di carbonio e dell' alcool. — (Kais. Akad. der. Wiss. in Wienn.* 1883).

Id. Id. *Sulla liquefazione dell' azoto e dell' ossido di carbonio* (l. c.). — Il Wroblewski avendo costruito un nuovo apparato, col quale potevansi comprimere grandi quantità di gas fino a circa 200 atm. i due A. ne approfittarono per studiare la temperatura nel momento dell' espansione dei gas compressi. Le loro ricerche gli condussero tosto alla scoperta di una temperatura alla quale il solfuro di carbonio e l' alcool si solidificano, e l' ossigeno si liquefà facilmente. Questa temperatura si ottiene, quando si fa bollire l' etileno liquido nel vuoto. La temperatura d' ebollizione dipende in tal caso dalla bontà del vuoto ottenuto. Colla rarefazione massima a cui sono potuti giungere gli A. la temperatura abbassa fino a — 136° (termometro a idrogeno).

La temperatura critica dell' ossigeno è più bassa di quella d' ebollizione dell' etileno alla pressione ordinaria, la quale, secondo gli A. non è — 105°, ma rimane fra — 102° e — 103°. A — 131°,6 l' ossigeno comincia a liquefarsi già ad una pressione 26,5 atm., a — 135,8°, la liquefazione incomicia a 22,5 atm. L' ossigeno liquido è incoloro e trasparente come l' acido carbonico liquido, è molto fluente, e forma un bel menisco.

Il solfuro di carbonio si solidifica a — 116° e si liquefà a — 110°. L' alcool assoluto diviene viscoso come olio a — 129° e si solidifica in una massa solida a — 130°,5.

Ottenuti questi resultati, gli Autori cercarono di liquefare analogamente l' azoto e l' ossido di carbonio. La liquefazione di questi due gas è molto più difficile, e avviene in condizioni tanto simili che non hanno potuto decidere quale dei due gas sia più liquefacibile. A — 136° e sotto una pressione di 150 atm. nè l' azoto, nè l' ossido di carbonio si liquefanno. Il tubo di vetro rimane completamente trasparente e non si nota nessuna traccia di liquido. Se però si fa espandere istantaneamente il gas, allora apparisce nel tubo ripieno di azoto una forte effervescenza di liquido, paragonabile a quella che si ottiene coll' acido carbonico

liquido in un tubo di Natterer, quando lo si pone in un bagno di acqua calda. Coll' ossido carbonico la effervescenza non è tanto forte. Se poi l' espansione non si fa succedere tanto rapidamente, e la pressione non si fa scendere al di sotto di 50 atm. allora l' azoto e l' ossido carbonico si liquefanno completamente, il liquido presenta un menisco deciso, e si volatilizza rapidamente.

L. DITSCHEINER. *Sugli anelli di Guébhard.* — (*Kaiss. Akad. der Wissen. in Wien.* 1882). — L' A. dimostra che le curve elettrochimiche di Guébhard ottenute sopra una lastra metallica, si lasciano rappresentare dalla equazione

$$\frac{1}{\gamma_2^n} \mp \frac{1}{\gamma_1^n} = C$$

essendo γ_1 e γ_2 le distanze di un punto della curva agli estremi degli elettrodi, ove vale il segno negativo o, il positivo, secondo che gli elettrodi adoperati sono di segno opposto, o del medesimo segno (negativo) ed $n = 1$, od $n = 3$ secondo le circostanze in cui si producono gli anelli. L' ipotesi di Guébhard, che queste curve si identifichino colle equipotenziali di un sottile strato metallico, quando s' immagini di avvicinare gli elettrodi fino al piano della lamina, viene quindi contraddetta da queste ricerche.

E. MACH. *Ricerche con una macchina d' influenza.* — (*Kais. Akad. der. Wissen. in Wien.* 1883). — In queste ricerche dell' A. il lavoro impiegato allo sviluppo dell' elettricità, è misurato *direttamente*, senza bisogno di tener conto dell' attrito per cui il processo presenta dei vantaggi su quello del Rossetti. I dischi della macchina stanno orizzontali, e quello così detto fisso, è tenuto sospeso da tre fili verticali e provvisto di specchietto. Quando la macchina funziona a vuoto lo specchietto non accusa nessuna deviazione notevole, malgrado l' attrito dell' aria; mentre quando la macchina è eccitata si osserva un abbondante deviazione α. In funzione delle dimensioni dell' apparecchio si può calcolare il momento di rotazione, che il disco mobile esercita su quello fisso e quindi il lavoro impiegato allo sviluppo dell' elettricità.

Se con questa macchina si scarica una bottiglia, si vede che il momento di rotazione cresce col livello di potenziale della medesima. Determinando ad un dato istante l' energia della bottiglia $\frac{1}{2} C V^2$ (C capacità, V funzione potenziale), senza tener

conto del lavoro elettrico impiegato nelle altre parti del circuito si trova naturalmente che quell'energia corrisponde solo ad una *parte* del lavoro meccanico impiegato.

Le ricerche dell'A. confermano, che il coefficiente economico in questo apparecchio è dato in ogni istante dall'espressione, facile a dedursi, $\frac{V}{V+v}$, essendo V il livello di potenziale della bottiglia, nell'istante dato, e v la somma di tutte le differenze di potenziale che si trovano successivamente inserite nella macchina.

H. HAMMERL. *Studio sopra il voltametro a rame. — (Kais. Ak. der Wiss. in Wienn.* 1883). — L'A. si è proposto di determinare entro quali limiti, e sotto quali circostanze, si può impiegare un voltametro a rame per la misura di correnti intense, cercando l'influenza che hanno su questa misura l'intensità e la densità della corrente, la forma e la distanza delle lamine, come pure la manipolazione delle medesime avanti la pesata. Dalle sue ricerche resulta principalmente che, se si vuole esser sicuri che il precipitato elettrolitico sia proporzionale alla intensità della corrente, è necessario che la densità della medesima, non oltrepassi le 7 Ampère per decimetro quadrato dell'elettrodo negativo.

E. ROUSSEAU. *Apparecchio per la rappresentazione della propagazione di un movimento vibratorio trasversale o longitudinale.— (Cat. des. app. etc. de l' expos. nat. Bruxelles* 1880). — Alcuni degli apparecchi presentati da Rousseau sono simili a quelli ideati da Pfaundler, e da Weinhold. La disposizione più caratteristica è quella per rappresentare la propagazione di un movimento rettilineo o curvilineo resultante da due movimenti vibratori, paralleli. Una lastra di vetro ricoperta con carta nera, nella quale sono intagliate tante fenditure parallele e verticali, è tenuta fissa. Un'altra lastra simile, mobile e situata dietro di quella, porta una fenditura orizzontale che si continua con una linea sinusoidale. Si fa cadere un fascio di raggi normali sopra la lastra fissa; questi attraversano le linee delle due lastre e vanno a proiettarsi sopra un disco translucido, il quale è fissato colla lastra mobile. Questo disco consiste di una parte piana verticale e di una parte ondeggiata. Facendo cadere i raggi sul disco obliquamente, e guardando attraverso le fenditure della la-

stra fissa si ha l'impressione resultante dalla concomitanza di due movimenti vibratori della stessa direzione.

J. TYNDALL. *Sopra un' analogia non ancora notata fra l'anidride carbonica ed il solfuro di carbonio* — (*Proc. Roy. Soc. London.* 1883). — L'A. trova, che come l'anidride carbonica ossorbe i raggi emessi dalla fiamma dell'ossido di carbonio il quale bruciando passa ad anidride, così il solfuro di carbonio, gli assorbe fortemente, malgrado sia uno dei corpi più diatermani. Tyndall riferisce il fenomeno all'analoga costituzione chimica dei due composti.

H. MAC LEOD. *Azione della luce sul caucciù.* — (*Nat.* 1883). — L'A. pose due pezzetti di caucciù in due provette di vetro capovolte sul mercurio e ripiene di ossigeno. L'una era ricoperta con carta nera, l'altra esposta liberamente alla luce. Dopo qualche tempo trovò che in quest'ultima l'ossigeno era stato in gran parte assorbito e il caucciù si era alterato, mentre nell'altra provetta non si notava nessun cangiamento.

J. A. FLEMNIG. *Sopra un fenomeno d'irraggiamento molecolare nelle lampade di incandescenza.* — (*Phil. Mag.* 1883). — Se in una lampada Edison, gli elettrodi di rame che portano il filo di carbone sono sufficientemente sottili, allora si volatilizza insieme al carbone anche il rame, e questo va a depositarsi sulle pareti del vetro, eccetto nei punti sui quali si proietta l'ombra dell'arco di carbone, cioè nei punti delle pareti che rimangono nel piano dell'arco medesimo. Questo dimostra che le particelle di rame sono lanciate secondo delle linee rette. Con un arco tutto in rame il fenomeno non avviene.

R. HANDMANN. *Sopra una vantaggiosa montatura delle pile zinco-carbone, per ottenere delle correnti costanti.* — (*Centralbl. f. Electrotechn.* 1883). — Egger immerge il carbone di una pila Bunsen in un liquido composto di 200 cm.^{3} di acido solforico 25-50 gr. di cromato potassico, 100 cm.^{3} di acido nitrico e 200 cm.^{3} di acqua. La corrente rimane costante nelle prime due ore, e dopo 17 ore si riduce solo del 90 %.

FINE DEL VOLUME XIV. SERIE TERZA.

INDICE

RIVISTA

Tav. I.

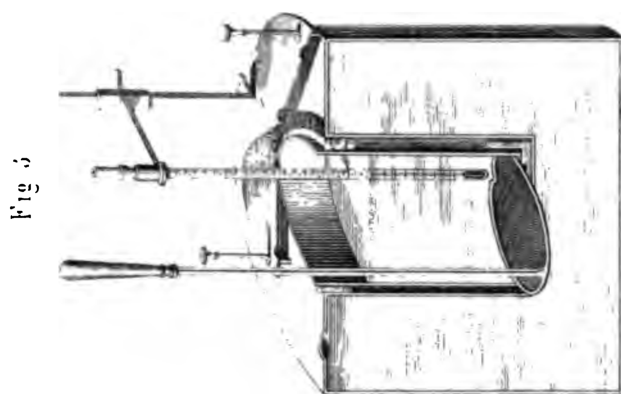


Fig. 3

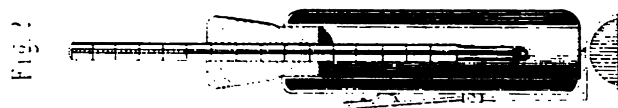


Fig. 2

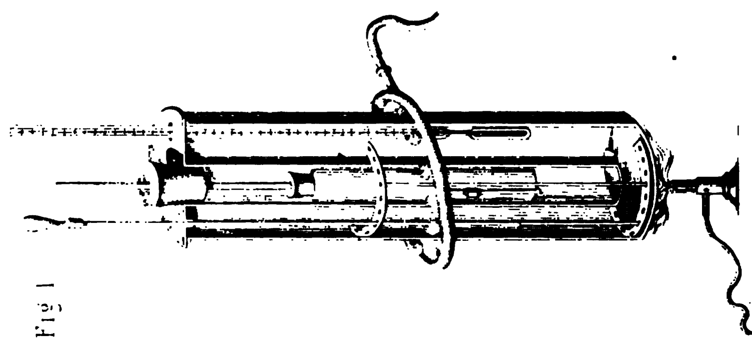
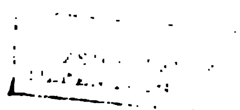


Fig. 1



IL NUOVO CIMENTO

ANNO XXX.



IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XV.

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

1884

SUL CALORICO SPECIFICO DELLA MELLITE;

NOTA DI A. BARTOLI ED E. STRACCIATI.

Essendoci proposti di determinare le proprietà termiche dei sali e delle soluzioni dell'acido mellitico scoperto dal Klaproth nella mellite e da uno di noi (1) ottenuto in quantità abbondante con la elettrolisi dell'acqua e delle soluzioni alcaline con elettrodi di carbone di storta o di legno, e per l'ossidazione del Mellogeno $C_{11}H_2O_4$, abbiamo incominciato questo studio partendo dalla mellite minerale, che si trova in natura ben cristallizzata nei depositi carbonosi di Arten (Turingia), di Luschitz (Boemia) e di Walchow (in Noravia) ec.

La mellite o pietra del miele, fatta conoscere dal Werner col nome di Honigstein è mellato alluminico, rispondente alla formola (2)



$$C_{12}\,Al_2\,O_{12} + 18\,H_2O$$

(1) Bartoli e Papasogli. *Sintesi di vari composti organici per via elettrica* — *Nuovo Cimento*, anni 1880-81-82-83, e *Gazzetta Chimica*, anni 1881-82-83. Si veda anche la nota *Sul modo di formazione della mellite* — *Atti della Società Toscana di Scienze Naturali*, ad. del 2 Novembre 1882.

(2) Compara Klaproth, *Dictionnaire de chimie*, t. III, pag. 80, Parigi 1811.

Gmelin, *Kandbuch der chemie, (Organische chemie)*, Bd. V, s. 188 (Heidelberg 1858). Quivi sono riportate le analisi della mellite fatte da Wöhler e da Klaproth.

Watt's, *Dictionary of chemistry*, vol. III, pag. 871. Quivi è confermato che, la mellite perde tutta l'acqua di cristallizzazione ad una temperatura vicina al punto di ebullizione dell'acido solforico.

Compara anche Wurtz, *Dictionnaire de chimie*, t. II, pag. 355, e Rammelsberg, *Handbuch der Krystallograpisch-Physikalische chemie*, Bd. II, s. 65-66.

si trova in cristalli ottaedrici a base quadrata, con saldatura indistinta, trasparenti o traslucidi, color giallo del miele [1] o bianco giallastro di splendore resinoso.

Essa contiene quasi sempre delle piccole quantità di ossido di ferro e di silice. Ha un peso specifico variabile da 1,55 a 1,65 durezza da 2 a 2,5 assai fragile, con frattura concoide ecc. Le sue proprietà ottiche furono studiate dal Brewster, Descloizeaux. L'indice di refrazione pel raggio ordinario è da 1,519 a 1,556 e pel raggio straordinario da 1,511 a 1,518 [2]. È dielettrica; le sue proprietà termoelettriche pel riscaldamento furono studiate dall'Hankel [3].

Essa non finisce di prendere tutta l'acqua di cristallizzazione che ad una temperatura assai elevata vicina a quella ebullizione dell'acido solforico [4].

Noi ci siamo procurati in quantità sufficiente della mellite di tre diverse località. La prima (giacimento incognito, forse di Boemia) aveva un peso specifico 1,60, la seconda proveniva da Artern di Türingia, aveva un peso specifico 1,57, e la terza da Malänka negli Urali, aveva un peso specifico 1,59. Per i nostri studii furono scelti i campioni più ben trasparenti e meglio cristallizzati della mellite delle tre diverse provenienze.

Fu prima fatta l'analisi di ciascuno dei tre campioni. Polverizzata finamente la mellite trovammo sempre che essa non perdeva affatto di peso se scaldata fino a 85° anche per vari giorni: a 100° perdeva considerevolmente dal 27,7 al 30,2 per 100 del suo peso: a temperatura più elevata continuava a perdere di peso: a 300° circa oltre la perdita di acqua si osservò un principio di decomposizione della parte organica.

Seguono le determinazioni per la perdita di acqua.

(1) Il mellato alluminico puro, ottenuto artificialmente è bianchissimo. Nella mellite vi è sempre traccia di ossido di ferro come lo provano le analisi di Wöhler, di Klaproth e le nostre. È probabile che a queste traccie di ferro essa debba quel colore giallo di miele da cui origina il suo nome.

(2) Le misure furono fatte da Pfaff, Brewster, Schrauf, Des Cloizeaux. Vedi Rammelsberg, *Handbuch der Krystallograpisch-Physikalischen chemie*, Leipzig 1882, Bd. II, s. 65-66.

(3) *Annalen der physik und chemie*, Bd. XVIII, pag. 421. 1883.

(4) Compara i *Dizionari* del Gmelin, del Watt's ec. loco citato.

I. Grammi 0,877 mellite della prima provenienza rimasero grammi 0,877 dopo 48 ore a 85°, a 100° si ridussero a grammi 0,614 senza perdere ulteriormente di peso: a temperature superiori il peso diminuì continuamente senza arrestarsi tanto che a 320° si ridusse fino a 0,223 con perdita di carbone oltre quelle di acqua.

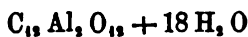
II. Grammi 0,751 di mellite del secondo campione non persero affatto di peso dopo 72 ore a 85°; a 100° si ridussero a grammi 0,527 senza perdere di più: a temperature superiori diminuirono continuamente: riducendosi a 0,467 dopo 11 ore a 200°.

III. Grammi 0,964 di mellite del terzo campione si ridussero a grammi 0,673 dopo 48 ore a 100° senza perdere più di peso: a più alta temperatura perdevano continuamente.

Ne segue che la perdita d'acqua a 100° è dunque un pò variabile nei diversi campioni:

nel 1° è 29,99 per 100°
nel 2° è 29,83 per 100°
nel 3° è 30,19 per 100°

la quale corrisponderebbe alla perdita di 12 molecole di acqua del composto



$$C_{12}\,Al_2\,O_{12} + 18\,H_2O$$

per cui il mellato alluminico seccato a 100° avrebbe per formula (1)



$$C_{12}\,Al_2\,O_{12} + 6\,H_2O$$

e che a temperature più alte vicino a 300° non si riesce a far perdere tutta l'acqua senza alterare il composto.

Fu determinata l'allumina per calcinazione della mellite, entro crogiolo di platino con le solite precauzioni indicate nel Fresenius.

I. Grammi 0,877 di mellite del primo campione calcinate si ridussero a 0,132 onde parte minerale per 100 è 15,05.

II. Grammi 0,751 di mellite del 2° campione calcinate si ridussero a grammi 0,116 di parte fissa onde parte minerale per 100 è 15,44.

(1) Infatti 100 parti di $C_{12}Al_2O_{12} + 18\,H_2O$ riducendosi a $C_{12}Al_2O_{12} + 6\,H_2O$ perdono 30,21 % di acqua.

III. Grammi 0,964 di mellite del 3° campione calcinate si ridussero a grammi 0,147 onde parte minerale per 100 è 15,25.

Il residuo della calcinazione era in tutti i casi allumina accompagnata da traccie di silice e di ossido di ferro.

Seguono i resultati delle analisi organiche.

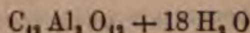
I. Grammi 0,591 di mellite del secondo campione dettero grammi 0,426 di anidride carbonica e grammi 0,2490 di acqua onde $C\,\% = 19{,}65$ $H_2O\,\% = 42{,}13$.

II. Grammi 1,2500 di mellite del terzo campione (Urali) dettero gr. 0,9590 di anidride carbonica e gr. 0,5465 di acqua, onde $C\,\% = 20{,}92$ $H_2O\,\% = 43{,}72$.

Riportiamo nella seguente tavola i resultati delle analisi precedenti

	$C\,\%$	$H_2O\,\%$	Al_2O_3 con traccie di silice ec.
1.° campione	——	——	15,05
2.° campione	19,65	42,13	15,44
3.° campione	20,92	43,72	15,25

La formula



$$C_{12}Al_2O_{12} + 18\,H_2O$$

conduce alle proporzioni (1)

$$C\,\% = 20{,}14 \quad H_2O\,\% = 45{,}31 \quad Al_2O_3\,\% = 14{,}41.$$

Le differenze fra i dati della formula e i resultati della esperienza si spiegano, colle impurità (silice ec.) che accompagnano l'allumina, e colla difficoltà della combustione di un sale di allumina (2).

La mellite dei vari campioni polverizzata e scaldata a lungo con soluzione di carbonato ammonico o sodico dava un liquido in-

(1) Prendendo per peso atomico dell'alluminio 27,5 che è quello comunemente accettato. Il Meyer dà invece 27,04 e il Clarke 27,01. Vedi Landolt e Börnstein, *Physikalisch-chemische Tabellen*; Berlin 1883, pag. 1.

(2) Nel Gmelin *Handbuch der chemie*, Bd. V, s. 188 (Heidelberg 1852) sono riferite le analisi fatte dal Wöhler e dal Klaproth sulla mellite:

Essi trovarono	*Wöhler*	*Klaproth*
$Al_2O_3\,\%$	14,5	14,5
$C\,\%$	20,7	23,0
$H_2O\,\%$	44,1	38,0
Ossido di ferro e silice	—	1,8 .

coloro che separato per decantazione dalla parte insolubile e poi filtrato e reso leggermente acido con acido acetico, dava un magnifico precipitato di mellato calcico ben cristallino (¹) coll' aggiunta di un sale di calcio: la precipitazione era completa dopo ventiquattro ore di riposo del liquido: filtrando si aveva un liquido incoloro che neutralizzato esattamente con soda più non precipitava nè coi sali del bario, nè con quelli del piombo, nè coi sali ferrici o ramici; nè evaporato a secco carbonizzava coll' arroventamento. La prova fu fatta varie volte occasionalmente anche su quantità notevoli di mellite degli stessi campioni allo scopo di estrarne l'acido mellico.

Le determinazioni di calorico specifico furon fatte sulla mellite dei tre campioni sopra analizzati. Il calorico specifico fu determinato fra 80° e zero a 28° scegliendo i più bei pezzi di ciascun campione: la temperatura iniziale fu scelta di circa 80° perchè facile a procurarsi con una stufa a vapore di alcole etilico, avendo riconosciuto che ad 80° la mellite non si alterava menomamente. I metodi furono tre: quello del calorimetro Bunsen; quello solito di Regnault, impiegando acqua per liquido calorimetrico, avendo riconosciuto che la mellite non perdeva di peso nè si alterava col gettarla calda o col mantenerla lungo tempo nell' acqua e infine col metodo di Kopp, meno esatto certamente dei precedenti, ma che pure volemmo sperimentare piuttosto per assicurarci se si ottenessero anche con questo numeri concordanti a quelli precedentemente ottenuti.

Calorimetro Bunsen (²).

Fu sperimentato sul primo campione di Mellite, impiegando

(1) Cristalli trasparenti nettamente visibili al microscopio anche con piccolo ingrandimento.

(2) Ricordiamo qui, quantunque sia inutile pei fisici, che il pregio principale del calorimetro Bunsen è la squisita sensibilità che permette di misurare quantità di calore che sarebbe impossibile apprezzare con qualunque altro metodo calorimetrico preciso. Così con uno dei calorimetri studiati dal Bunsen, bastava gettare nella campanella del calorimetro un pezzettino di ottone di quattro decigrammi scaldato a + 37° per fare retrocedere l'indice di mercurio del calorimetro di ben 20 divisioni lunghe un millimetro ciascheduna. Un calorimetro contenente solamente 20 grammi di acqua a zero si sarebbe scaldato nelle stesse condizioni solo $^{8}/_{100}$ di grado. È poi facile rendere dieci volte maggiore la sensibilità del calorimetro Bunsen, senza togliergli di precisione. Vedi Bunsen, *Pogg. Ann.* Bd. 141, s. 1.

uno dei calorimetri Bunsen (1) che avevano servito ad uno di noi per la determinazione dell' equivalente meccanico del calore.

Nella tavola seguente il calorico specifico S si calcola con la formula

$$S = \frac{T}{W_w\,Gt}$$

dove S indica il calorico specifico medio della mellite fra t gradi e zero gradi. W_w lo spostamento dell' indice di mercurio corrispondente ad una piccola caloria supposto il tubo capillare diviso in parti di uguali capacità. G il peso in grammi della mellite. t la temperatura iniziale della mellite. T lo spostamento dell' indice di mercurio dovuto al calore ceduto dalla mellite; il quale si deduce dallo spostamento osservato, applicandovi la correzione dovuta allo spostamento prodotto da cause esterne durante l' esperienza.

Questo termine T si calcola con la formula

$$T = (Q_0 - Q_1) + (M_1 - M_0)\frac{1}{2}\left(\frac{r_0}{m_0} + \frac{r_1}{m_1}\right)$$

dove Q_0 e Q_1 indicano la posizione occupata dallo estremo della colonna di mercurio all' istante in cui si getta la mellite nella campanella del calorimetro ed alla fine dell' esperienza; M_0 ed M_1 i tempi corrispondenti e queste due osservazioni contati in minuti: r_0 lo spostamento dell' indice durante m_0 minuti precedenti al tempo M_0; r_1 lo spostamento dell' indice durante m_1 minuti susseguenti al tempo M_1.

Naturalmente il tubo capillare del calorimetro non era esattamente cilindrico, ma si erano costruite delle esatte tavole di calibrazione, servendosi del metodo di Kopp.

Il valore di W_w fu determinato con quattro esperienze seguendo il metodo indicato dal Bunsen (2). I valori trovati furono

1.° $W_w = 22,850$
2.° $W_w = 22,842$
3.° $W_w = 22,859$
4.° $W_w = 22,856$

(1) Bartoli, *Atti della R. Acc. dei Lincei*, vol. VIII, 1880 e *Nuovo Cimento*, 3. serie, t. VIII pag. 5.

(2) Bunsen, *Pogg. Ann.* 1870, Bd. CXLI, s. 1.; e *Bibliothèque univ. de Genève*, 1871, t. 40, pag. 25.

di cui la media è

22,8518.

Nella tavola seguente sono inscritti i dati che hanno servito a calcolare S; riporto solo quelle tre esperienze nelle quali il valore della correzione da apportare a T è nulla o assai piccola.

TAVOLA I.

			Mellite del primo campione.	Mellite del primo campione	Mellite del primo campione
Peso della mellite		G	0,6187	0,0971	0,2386
Temperatura iniziale della mellite		t	79°,36	79,48	79,43
Durata dell'esperienza		M_1-M_0	70'	60'	50'
Spostamento del mercurio dovuto a cause esterne	Avanti l'esperienza.	$\frac{\tau_0}{m_0}$	± 0	± 0	+ 0,042
	Dopo l'esperienza.	$\frac{\tau_1}{m_1}$	± 0	± 0	+ 0,081
Ampiezza dello spostam. del mercurio.		Q_0-Q_1	370,4	58,2	141,1

Costante W_W = 22,8518.

Dietro questi dati i calorici specifici medii fra 79°,4 e 0° della mellite adoperata in queste esperienze sono

$$S = 0,33012$$
$$S = 0,33001$$
$$S = 0,33001$$

dei quali la media è, 0,33005.

Calorimetro ad acqua.

Abbiamo anche determinato il calorico specifico dei tre campioni di mellite provenienti da tre differenti località (fornitaci dal sig. Schuchardt di Goerlitz) col metodo del calorimetro ad acqua.

Il calorico specifico è stato principalmente determinato col metodo di Regnault. La mellite veniva scaldata in una stufa simile a quella di Regnault nella quale si faceva bollire dell'alcool

etilico, la temperatura della mellite si misurava con un termometro normale di Baudin diviso in quinti di grado e immerso nello stesso tubo in cui era la mellite (1).

Il calorimetro adoprato era di sottile lamina di ottone specolare, poggiava su un treppiedi di legno nell'interno di un vaso di rame argentato internamente il quale era circondato da una scatola alla Berthelot contenente parecchi litri di acqua. Un disco di cartone ricoperto di latta impediva il rinnuovarsi dell'aria fra gli involucri che circondavano il calorimetro.

Con questa disposizione si attenuavano molto gli scambi di calore fra il calorimetro e l'ambiente.

Il calorimetro era affatto difeso dal raggiamento della stufa oltre che da questi involucri da un triplo diafragma formato da tre grandi cartoni spessi ricoperti di latta e separati uno dall'altro da uno strato di aria di un mezzo centimetro.

I termometri adoperati furono principalmente 2 di Baudin divisi in cinquantesimi di grado segnati coi numeri 9744 e 9159 rispettivamente, previamente confrontati con un termometro normale a decimi di grado costruito dal fu Geissler e già stato paragonato col termometro ad aria.

La lettura era fatta per mezzo di una lente e le divisioni essendo abbastanza ampie (circa un millimetro) potevasi facilmente apprezzare i quinti di divisione ossia $\frac{1}{250}$ di grado.

La temperatura iniziale dell'acqua del calorimetro era la stessa di quella dell'ambiente e dell'acqua del vaso esterno: inoltre si aveva cura di accertarci immediatamente avanti la esperienza che la temperatura del calorimetro rimaneva assolutamente costante. Allora notata la temperatura della stufa (la quale doveva essere rimasta invariata almeno da un quarto d'ora) e la temperatura iniziale del calorimetro, con un solo movimento si

(1) Ben s'intende che appena determinata col normale Baudin la temperatura iniziale della Mellite si rideterminava subito la posizione dello zero dello stesso termometro, come è indicato nelle memorie del sig. Nareck ec. (*Travaux et Memoires du Bureau international des poids et mesures*, Paris, Gauthier-Villars, 1881, pag. (D. 11). Compara anche J. M. Crafts, *Mesure thermométriques (Bullettin de la Societé chimique de Paris* 1883 e *Comptes Rendus*, t. XCI, XCIV, XCV) nonchè J. Pernet Carl's *Repertorium*, 1875, Bd. XI, s. 257.

toglieva il diafragma che separa la stufa dal calorimetro poi si toglieva il tappo di sughero attraversato dal termometro che chiudeva la stufa e questa si faceva ruotare di circa 120° portando così l'apertura del tubo contenente la mellite alla distanza di pochi centimetri dalla bocca del calorimetro, caduta la mellite la stufa era rapidamente riportata verticale, si riponeva a posto il diafragma e si cominciava ad agitare l'acqua del calorimetro. Tutte queste operazioni si facevano in 10 o 12 secondi al più. Ordinariamente un minuto primo era sufficiente perchè il calorimetro raggiungesse la massima temperatura e poi cominciava a calare: si continuava ad osservare il termometro fino a 10' e si faceva la correzione pel raffreddamento dovuto al raggiamento ammettendo con Regnault che il raffreddamento in quel primo minuto sia stato $^2/_3$ del raffreddamento in un minuto dei successivi. La correzione che doveva farsi non raggiunse mai 0°,01.

Con questo stesso metodo avevamo già determinato il calorico specifico del marmo, dello spato d'Islanda e di alcuni metalli chimicamente puri come stagno, rame, argento, piombo, ec. ottenendo resultati molto concordi coi valori dati da Bède, Bunsen, Regnault, Kopp, ec.

Diamo senz'altro i resultati delle determinazioni fatte.

Peso del calorimetro.	gr. 18,86	Equiv. in acqua	$18{,}86 \times 0{,}09275 = 1{,}7492$
Id. della parte immersa dell'agitat.	„ 3,85	„	$3{,}85 \times 0{,}09275 = 0{,}3570$
			2,1062
Equivalente in acqua del termometro (1)	Q (9744)		1,4474
„ „ „	F (9159)		1,5665

Nelle tavole seguenti abbiamo indicato con

P il peso dell'acqua del calorimetro ridotto al vuoto;

p equiv. in acqua del calorimetro, del termometro e della parte immersa dell'agitatore;

(1) Gli equivalenti in acqua della parte immersa dei termometri poteva determinarsi con tutta esattezza avendo il costruttore dietro nostra richiesta indicato il peso del mercurio, del bulbo e dell'asta. I valori presi come calorici specifici dell'ottone, del calorimetro e del vetro dei termometri, sono quelli che trovammo sperimentando precedentemente sullo stesso vetro e sullo stesso ottone fra i limiti di temperature zero e + 35°.

T temperatura iniziale del calorimetro;
T' » finale » (1);
Θ » della stufa (1);
π peso della mellite ridotto al vuoto;
t raffreddamento del calorimetro dovuto al raggiamento;
c calorico specifico medio fra Θ e T';
N Numero d'ordine del registro generale delle nostre esperienze calorimetriche.

Quindi abbiamo:

$$c = \frac{(P+p)(T'-T+t)}{\pi(\Theta - T' - t)}.$$

TABELLA II.

Mellite (1.° *Campione di Boemia*). *Densità 1,60.*

N	Termom. Baudin N.°	P	p	T	T'	Θ	π	t	c
750	9744	100,2406	3,5536	27,680	29,277	78,89	10,2205	0°,007	0,32837
751	9744	103,8691	3,5536	27,280	28,831	78,89	10,2105	0°,008	0,32770
752	9744	101,2967	3,5536	27,460	29,046	78,94	10,2105	0°,007	0,32791
753	9744	100,7526	3,5536	28,600	30,164	78,99	10,2105	0°,008	0,32895
754	9159	102,1476	3,6727	24,720	26,382	79,13	10,2005	0°,008	0,32652
755	9159	101,0430	3,6727	25,320	26,984	78,84	10,1905	0°,007	0,32953

Medio 0,32816

TAVOLA III.

2.° *Campione* (*Türingen*). *Densità 1,57.*

N	Termom. Baudin N.°	P	p	T	T'	Θ	π	t	c
756	9159	100,9918	3,6727	24,600	26,439	79,29	11,0779	0,007	0,33005
757	9159	102,9987	3,6727	24,724	26,527	79,29	11,0679	0,007	0,33066
758	9159	102,6183	3,6727	25,656	27,439	79,39	11,0379	0,008	0,33203
759	9159	103,3499	3,6727	25,210	26,989	79,39	11,0079	0,009	0,33179
760	9159	101,7185	3,6727	25,590	27,387	79,29	11,0079	0,008	0,33301
763	9159	97,3481	3,6727	25,234	27,103	79,39	10,9247	0,009	0,33218
764	9159	102,8476	3,6727	26,956	28,667	79,29	10,8547	0,008	0,33114

medio 0,33155

(1) Le temperature T' e Θ sono corrette per la porzione della colonna del termometro che non era immersa nel calorimetro o entro la stufa.

TAVOLA IV.

3.° *Campione (Urali) Densità 1,59.*

N	Termom. Baudin N.°	P	p	T_1	T'	Θ	π	t	c
765	9159	99,6307	3,6727	25,360	26,923	79,39	9,2883	0,009	0,33328
767	9159	98,5394	3,6727	26,920	28,451	79,09	9.2783	0,008	0,33442
768	9159	98,3084	3,6727	27,160	28,687	79,09	9,2483	0,009	0,33610
769	9159	103,2907	3,6727	28,016	29,499	79,09	9,2483	0,007	0,33576

medio 0,33489

Il calorico specifico di un altro campione di mellite fu determinato dall'egregio giovane sig. Adolfo Mochi allievo di questo Istituto, il quale frequenta da tre anni questo Gabinetto di fisica, adoperando per termometro calorimetrico un buon termometro di Deleuil diviso in ventesimi di grado.

I resultati di queste determinazioni sono riportati nella tavola seguente:

TAVOLA V.

N	P	p	T	T'	Θ	π	t	c
761	101,1990	2,6242	27,825	29,533	79,49	10,98	0,017	0,32661
762	101,9495	2,6242	27,225	28,983	79,49	10,94	0,007	0,33408

medio 0,33034

Metodo di Kopp. — Abbiamo fatto alcune determinazioni del calorico specifico della mellite col metodo di Kopp.

L'apparecchio riscaldante era costituito da un vaso cilindrico di ottone ripieno per ²/₃ di petrolio che bolle sopra 150°, nell'interno è posto un vaso di vetro contenente mercurio nel quale s'immerge il tubetto di vetro contenente la mellite. — Il liquido che bagnava la mellite era essenza di trementina rettificata, la temperatura del bagno di mercurio era misurata con un termometro normale di Baudin diviso in quinti di grado.

Il calorimetro adoperato in queste esperienze era affatto simile a quello adoperato nelle esperienze precedenti: in questo

caso si rendeva inutile l'uso dell' agitatore servendo dapprima il termometro stesso e poi il tubetto di vetro.

Le esperienze erano condotte nel modo seguente: l'acqua del calorimetro inizialmente aveva la stessa temperatura dell'ambiente e dell' acqua contenuta nel vaso esterno come nelle esperienze precedenti, ed era posta nel calorimetro e pesata pochi minuti avanti la esperienza.

Per determinare colla maggior certezza la temperatura iniziale della mellite, si riscaldava il bagno lentissimamente e prima di fare l'esperienza ci si assicurava che almeno da un quarto d'ora la temperatura del bagno a mercurio non avesse variato sensibilmente: allora letta la temperatura dell'apparecchio riscaldante e del calorimetro si estraeva rapidamente il tubetto del bagno e si portava nel calorimetro disposto lì presso.

Si osservava la temperatura del calorimetro di 30" in 30" finchè continuava a crescere cioè generalmente per 4 primi e dopo si continuava ad osservare per altri 8 o 10 primi per fare la correzione pel raffreddamento.

Quando la temperatura del calorimetro aveva raggiunto il massimo e restava un poco stazionario non si poteva ammettere che nell'interno del tubetto la mellite e il liquido che la bagna avessero la stessa temperatura. Si cercò di determinare la differenza fra le due temperature e si trovò che la temperatura nell'interno del tubo era 0°,7 più elevata che nel calorimetro.

Questa differenza fu determinata ponendo nell'interno del tubetto un termometro affatto identico a quello del calorimetro e precedentemente confrontati. Erano due termometri di Baudin divisi in quinti i quali andavano affatto daccordo all'infuori di una differenza costante di 0°,4000.

In una esperienza preliminare abbiamo determinata la quantità di calore ceduta dal tubetto di vetro vuoto raffreddandosi di 1° fra 15° e 70° ed è stata trovata calorie 0,9709 come pure abbiamo determinato il calorico specifico medio della nostra essenza di trementina nello stesso intervallo di temperatura e lo abbiamo trovato eguale a 0,4550 (1).

(1) L'essenza di trementina adoperata era da noi stata distillata frazionatamente su carbonato sodico anidro e cloruro calcico. Era levogira. Aveva un punto di ebullizione costante presso a poco uguale a quello assegnato nei trattati alla essenza di trementina francese.

Riportiamo nella tavola seguente i resultati delle determinazioni fatte.

Rappresentiamo con

P il peso dell'acqua del calorimetro ridotto nel vuoto.

p equivalente in acqua del calorimetro e della parte immersa del termometro.

T temperatura iniziale del calorimetro.

T' » finale »

Θ » dell'apparecchio riscaldante

π peso della mellite ridotto al vuoto.

π' peso della trementina.

t raffreddamento del calorimetro dovuto al raggiamento.

c calorico specifico medio fra Θ e T'

N numero d'ordine del registro generale delle esperienze calorimetriche.

Avremo:

$$c = \frac{(P+p)(T'-T+t)-0,9707(\Theta-T'-t)-0,4550\pi'[\Theta-(T'+0,7)-t]}{\pi[\Theta-(T'+0,7)-t]}$$

Tavola VI.

N	P	p	T	T'	Θ	π	π'	t	c
785	179.5834	3,2260	15,750	17,830	66.84	9,37	8,30	0,017	0,3368
786	177,9816	3,2260	15,575	17,780	70,18	9,37	8,11	0,022	0,3345
787	179.5233	3,2260	15,625	17,730	68,66	9,37	7,91	0,022	0,3371
788	178,6024	3,2260	15,900	17,955	67,55	9,37	7,87	0,017	0,3353

Media 0,33592

Riassumiamo nella tavola seguente i valori trovati coi vari metodi pel calorico specifico dei vari campioni di mellite:

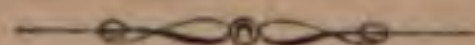
Mellite del primo campione	0,33005 fra 0° e +79,4	col calor. Bunsen
Mellite » . . .	0,32816 fra 27 e +79°	calorim. ad acqua
Mellite proven. da Turingen	0,33155 fra 25° e +79	id.
Mellite degli Urali . . .	0,33489 fra 27° e +79	id.
Altro campione di mellite .	0,33592 fra 15°5 e +68	col met. di Kopp.

La media di questi numeri è 0,33211.

Da questa con la formula di Person ([1]) si dedurrebbe pel calorico specifico del mellato alluminico anidro $C_{12} Al_2 O_{12}$ il valore approssimativo 0,20956 = 0,20956 che non si è potuto determinare direttamente per la difficoltà di deacquificare questo sale senza in parte alterarlo.

In questa nota abbiamo creduto di estenderci assai sopra i dettagli delle esperienze, per non tornarvi più sopra che rapidamente in altre comunicazioni successive nelle quali verranno determinati calorici specifici di molti acidi e sali organici fin qui non studiati.

Dal Gabinetto di fisica dell'Istituto Tecnico di Firenze
20 Novembre 1883.



SOPRA UN APPARECCHIO DA LEZIONE PER DICHIARARE IL PRIMO PRINCIPIO DI TERMODINAMICA; NOTA DEL PROF. ADOLFO BARTOLI.

Si sono immaginati i vari metodi per dimostrare in lezione il primo principio di termodinamica e per dare in lezione un'idea del valore approssimativo dell'equivalente meccanico del calore fra i quali mi piace qui di ricordare quello del Cantoni ([2]) nonchè quello dell'Hirn ([3]) e quello del Puluy ([4]).

(1) La formula della mellite essendo $C_{12}Al_2O_{12}+18H_2O$, si ha, chiamando C il calorico specifico del mellato alluminico anidro, ed annettendo 0,480 pel calorico specifico del ghiaccio

$$0{,}33211 = \frac{391\,C + 324 \times 0{,}480}{715}.$$

(1) G. Cantoni, *Elementi di fisica*, Milano, pag. 494-496.

(2) Hirn, *Théorie mecanique de la chaleur*, pag. 58, 62 o Ruhlmann, *Mecanisch Warmetheorie*, I, pag. 218-221.

(3) Puluy, *Pogg. Ann.*, CLVII, pag. 649 (1876), *Beitrag zur Bestimmung des mechanischen Wärme equivalentes;* L'apparecchio del Puluy fornito dalla casa Lenoir Foster di Vienna a questo Gabinetto di fisica costò circa lire 200. Furon fatte con e varie determinazioni dell'equivalente da me e dai miei assistenti. I valori ottenuti o

Nondimeno non credo inutile descrivere qui un nuovo apparecchio per determinare in lezione con una certa esattezza il valore dell'equivalente; sia perchè l'apparecchio è poco costoso e facile a costruirsi da chiunque sappia discretamente soffiare il vetro, sia perchè il calcolo che conduce alla determinazione dell'equivalente offre agli alunni un utile esempio del come applicare varie leggi di fisica, sia anche perchè col mio apparecchio il valore dell'equivalente è dedotto da spostamenti di un indice, assai ampii e che si possono rendere visibili ad una certa distanza come ho provato varie volte in lezione.

L'apparecchio consiste essenzialmente in un termometro a benzina a bulbo lunghissimo e verticale, entro il quale si fa discendere a poco per volta del mercurio; l'apparecchio dopo la caduta del mercurio è pronto per una nuova esperienza, che si fa col girare di 180° il bulbo, intorno ad un asse orizzontale che passa pel suo mezzo.

A B (*Tav. I. fig.* 1.) rappresenta il bulbo che è formato da un tubo di vetro lungo 60 centimetri o più; di 15 a 20 millimetri di diametro; agli estremi porta saldati due palloncini *a, b* dello stesso diametro del tubo e di capacità esattamente uguali riuniti al tubo, per mezzo di due strozzature, le quali fanno sì che il mercurio che riempie uno dei due palloncini impieghi un certo tempo (da 7 a 20 secondi) per uscirne, quando il tubo è verticale. Un tubo capillare CD esattamente calibrato permette di valutare gli spostamenti della colonna liquida. Un filo di platino i cui capi terminano coi serrafili EF è saldato al bulbo nei punti *e, f* e penetra nell'interno ripiegandosi a doppia squadra per prendere la direzione dell'asse: questo filo di platino permette di graduare calorimetricamente il termometro per mezzo

lavano fra 508 e 392. Ma però tali valori richiedono per esser calcolati una formula assai complicata e non comoda a spiegarsi in lezione: la formula è

$$E = \frac{2 n \pi l P}{c(\vartheta - \vartheta_0)} \left(1 - \frac{R t}{2}\right) t \cos \phi$$

dove n è il numero dei giri del cono ad ogni minuto secondo: l la lunghezza della leva che porta i pesi; P il peso applicato alla leva; c l'equivalente in acqua del calorimetro; ϑ_0 la temperatura iniziale del calorimetro; ϑ la temperatura finale; t la durata della rotazione in minuti secondi ed R la velocità del raffreddamento dell'apparecchio nelle condizioni dell'esperienza.

di una pila e di un piccolo calorimetro contenente dell'essenza di trementina, dove è immerso un filo di platino di resistenza 100 o 1000 volte maggiore o più ancora.

Questo metodo elettrico (1) per graduare un calorimetro è stato già impiegato da molti fisici e bene impiegato può dare risultati assai buoni (2). Si può così calcolare la quantità q di calore (espressa in chilogrammi, grado) che occorre somministrare al termometro, perchè la colonna liquida si avanzi nel tubo di una parte della graduazione.

Graduato il termometro calorimetro, si nota l'innalzamento del liquido nel tubo CD, dopo n discese del mercurio. Conoscendosi esattamente il peso P del mercurio, (in chilogrammi) la sua discesa, o distanza s (in metri) dei centri delle due sfere a e b il peso specifico Δ del mercurio e quello δ della benzina, (alla temperatura della esperienza) è facile calcolare in chilogrammetri il lavoro L trasformato in calore dopo n discese, per mezzo della formola

$$L = n s P\left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right).$$

La quantità di calore Q sviluppata sarà data da

$$Q = m q$$

essendo m il numero delle divisioni di cui è avanzata la colonna liquida; supposta trascurabile la perdita di calore durante l'esperienza.

Il liquido per riempire il termometro, era da scegliere fra quelli che avendo un punto di ebullizione non tanto basso si dilatano maggiormente quando loro si somministra la stessa quan-

(1) Jamin, *Comptes Rendus*, t. LXX, pag. 657 e 1237. — Pfaundler, *Ann. de Chim. et de Phys.* 4.a s. t. XXII.

(2) Vero è che il Rowland, nella sua bella Relazione *Critica sulle varie determinazioni dell'equivalente meccanico delle calorie* ecc. (*Atti del R. Istituto Veneto*, t. VII, Appendice); parlando delle misure del Prof. H. F. Weber sull'equivalente meccanico fa vari appunti sulla esattezza di questo metodo quando non si usi la precauzione di agitare bene il liquido dove è immerso il telaio su cui si avvolge il filo percorso dalla corrente, o quando non si avverta di evitare grandi riscaldamenti del liquido i quali porterebbero un considerevole aumento nella resistenza elettrica del filo.

tità di calore, ossia fra quelli nei quali è maggiore il rapporto $\frac{K}{cd}$ dove K è il coefficiente di dilatazione alla temperatura dell' esperienza, c il calorico specifico e d il peso specifico del liquido. Ho però dovuto rinunziare all' etere ed al solfuro di carbonio perchè in questi il mercurio ben presto si altera notevolmente (1) ed ho ricorso invece a benzolo (C_6H_6) ed agli idrocarburi volatili del petrolio (chiamati in commercio benzina del petrolio) perchè non si alterano all' aria nè alterano il mercurio per quanto questo vi soggiorni, mentre sono assai dilatabili ec. (2).

Devo notar quì che nelle esperienze procuro sempre che il termine della colonna liquida sia assai basso, in modo che anche dopo avvenuta la dilatazione essa non pervenga che a un decimetro o più di distanza dalla oliva o imbuto aperto D; in tali condizioni l' evaporazione del liquido termometrico anche durante un' ora è perfettamente trascurabile (3).

(1) Il mercurio anche purissimo agitato nell'etere anche di recente distillato, si appanna e dà luogo alla formazione di una polvere scura [probabilmente ossido di mercurio]. Anche col solfuro di carbonio, il mercurio agitatovi insieme si cuopre di una pellicola scura [forse solfuro] che toglie al mercurio la lucentezza e la scorrevolezza.

(2) Un facile calcolo mi provò che era possibile rendere ben visibili gli spostamenti dell' indice, scegliendo convenientemente il diametro del tubo capillare.

Infatti indicato con E l'equivalente meccanico del calore, la quantità di calore corrispondente ad una discesa del mercurio è L/E; e questa produrrà nel liquido una dilatazione $x = \frac{L}{E}\frac{K'}{c\delta}$, dove K' è il coefficiente di dilatazione apparente della benzina nel vetro, alla temperatura a cui si esperimenta: ossia

$$x = \frac{Ps}{E}\left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right)\frac{K'}{c\delta}$$

Supposto $P = 0^{kg},1$; $s = 0^m,5$ si ha per la benzina approssimativamente [Rammelsberg, *Physikal. chemie*, II, s. 203, Leipzig 1882]:

$$\delta = 0,9 \qquad K = 0,0012 \qquad c = 0,4$$

e preso per semplificare i calcoli

$$E = 430 \qquad \Delta = 13,6$$

viene $x = 0^{lit},0000003\ 62$ ossia millimetri cubi 0,362. Perciò se il tubo capillare CD ha il diametro di mezzo millimetro, l' ascensione della colonna per una sola discesa del mercurio è millimetri $0,362 \times 16/\pi$ ossia quasi due millimetri e perciò ben visibile. Nella formula precedente si è per semplicità trascurata la dilatazione di quel poco mercurio che è nell' apparecchio perchè assai piccola di fronte a quella del liquido.

(3) Stefan, *Sitzungsberichte der math. Naturwissenschaften ec. der k. Ak. der Wiss. in Wienn*, 1873, s. 385. — Egli trova che la velocità di evaporazione di un li-

Noterò ancora, che la graduazione calorimetrica del termometro deve farsi alla stessa temperatura alla quale si determina l'equivalente, variando colla temperatura il coefficiente di dilatazione vero, il calorico specifico ec. del liquido. Devo anche notare che i riscaldamenti prodotti dalla discesa del mercurio essendo assai piccoli, la dilatazione totale del liquido termometrico non dipende dalla legge con cui la temperatura è distribuita nella massa liquida: del resto questa temperatura non può essere molto diversa nei varii punti essendo la massa liquida rimossa dalla caduta del mercurio.

Più grave difficoltà sperimentale è quella che procede dalla squisita sensibilità del termometro: per fare misure esatte è bene collocare l'apparecchio in una sala a terreno o sotto al livello del suolo, dove non batte il sole: in lezione si può in gran parte evitare l'inconveniente collocando l'apparecchio la sera avanti dentro la cassetta V a doppie pareti, contenente nell'intermezzo molti litri di acqua (artifizio simile a quello usato dal Favre e dal Berthelot nei loro calorimetri).

Questa difficoltà è infine presso a poco la stessa che s'incontra nell'impiegare i termometri ad alcool divisi a cinquecentesimi, quali li costruisce il Baudin (1), e fu già superata felicemente dal chiariss. Prof. Villari nelle sue belle ricerche sul calore svolto dalle correnti interrotte nel ferro (2), nelle quali impiegava dei termocalorimetri ad alcool o ad etere dai quali ho preso l'idea per costruire il mio apparecchio.

Firenze, 5 Dicembre 1883.



quido contenuto in tubi di piccolo diametro è a parità di condizioni indipendente dal diametro di questi, ed è in ragione inversa della distanza del livello del liquido alla parte superiore del tubo.

Per la cosiddetta benzina del petrolio [idrocarburi volatili del petrolio] io ho trovato che alla temperatura di + 10° circa l'evaporazione era circa un decimo di millimetro all'ora, quando il livello del liquido era distante un decimetro dalla bocca del tubo. — Bartoli, *Rivista Scientif. Industriale*. Firenze 1877.

(1) Come ho potuto provare sui campioni n.° 9768 e n.° 9769 dal Baudin divisi in 500esimi di grado a richiesta di questo Gabinetto di fisica.

(2) E. Villari, *Nuovo Cimento*, anno 1868-69-70 ed *Atti del R. Istituto Lombardo*.

SUI CAMBIAMENTI DI LUNGHEZZA D'ONDA OTTENUTI COLLA ROTAZIONE D'UN POLARIZZATORE, E SUL FENOMENO DEI BATTIMENTI PRODOTTO COLLE VIBRAZIONI LUMINOSE; A. RIGHI.

Riassunto (1).

I. In un lavoro precedente (2) mi occupai per incidenza di un fenomeno ottico corrispondente a quello acustico dei battimenti, e dimostrai che se si potessero fare interferire due raggi di numeri di vibrazioni poco differente, invece di ottenere sopra un diaframma le ordinarie frangie d'interferenza immobili, si vedrebbero le stesse frangie dotate di moto uniforme in direzione ad esse perpendicolare, e con velocità tale da passare ogni secondo tante frangie luminose per un dato punto del diaframma, quant'è la differenza del numero di vibrazioni per secondo dei due raggi interferenti. In un determinato punto del diaframma si avrebbero così delle variazioni periodiche d'intensità luminose, cioè dei veri battimenti luminosi, giacchè le frangie nere rappresentano ad un dato istante nel caso ottico, le regioni ove nel caso acustico si ha distruzione di suono o silenzio, mentre che le frangie luminose rappresentano le regioni ove l'orecchio sentirebbe i due suoni sommarsi e dare il battimento.

Ma è impossibile effettuare l'esperienza, facendo interferire due raggi scelti per quanto si può vicini in uno spettro, non solo perchè per ragioni note non si può avere interferenza fra raggi indipendenti, ma anche per l'enorme differenza nel numero di vibrazioni di quei due raggi.

Le proprietà della luce che esce da un nicol girante, mi suggerirono l'idea di far interferire dei raggi il numero di vibrazioni dei quali si sia aumentato o diminuito meccanicamente. Infatti il Verdet (3) e prima l'Airy (4) dimostrarono che la luce che esce da un nicol che giri uniformemente, come in una nota

(1) Vedi *Mem. dell' Accad. di Bologna*, serie IV, t. IV.
(2) *N. Cimento*, 3. serie, t. III, pag. 212, 1878.
(3) *Oeuvres* d'E. Verdet, t. VI, pag. 88.
(4) *On the ondulatory theory of Optics*, ed. 1877, pag. 156.

esperienza di Dove (1), può considerarsi come l'assieme di un raggio polarizzato circolarmente in un senso, o di un altro polarizzato circolarmente in senso contrario, di diversi numeri di vibrazioni. Anzi se N è il numero di vibrazioni per secondo della luce che entra nel nicol girante, ed *n* il numero dei giri per secondo, il numero di vibrazioni del raggio circolare sul quale le molecole d'etere girano nel senso di rotazione del nicol è $N+n$, e quelle del raggio circolare opposto è $N-n$.

Studiando vari casi del genere di questo del nicol girante, ho potuto dimostrare come in varie altre maniere resti modificato il numero di vibrazioni di un raggio luminoso. Ecco gli enunciati dei casi principali da me trattati, nei quali, meno che nel primo, la luce che cade sul sistema girante, invece d'essere luce naturale come nel caso contemplato dal Verdet, è luce di già polarizzata.

a) *Un raggio di luce naturale di N vibrazioni, passando attraverso ad un sistema girante capace di polarizzare circolarmente la luce (cioè un nicol congiunto ad una mica di un quarto d'onda coll'asse a 45° dalla sezione principale del nicol), si trasforma in un semplice raggio polarizzato circolarmente, il cui numero di vibrazioni è* $N+n$ *oppure* $N-n$, *secondo che la rotazione meccanica del sistema si fa o nello stesso senso o in senso contrario, della rotazione delle molecole d'etere sul raggio circolare, n essendo il numero dei giri del sistema girante per secondo.*

b) *Un raggio circolare di N vibrazioni che passi per un nicol girante ad n giri per secondo, si trasforma in due raggi circolari inversi; quello che è di egual senso dell'incidente ha pure lo stesso numero N di vibrazioni, mentre invece il numero di vibrazioni dell'altro è* $N+2n$ *oppure* $N-2n$, *secondo che la rotazione del nicol si compie o in senso contrario o nello stesso senso, del movimento delle molecole d'etere sul raggio incidente.*

c) *Un raggio circolare di N vibrazioni che attraversi un sistema capace di polarizzare circolarmente la luce naturale (nicol e mica d'* $^1/_4$ *d'onda), il quale giri ad n giri per secondo, resta identico a se stesso, se il raggio circolare che produrrebbe*

(1) *Pogg. Ann.* LXXI, p. 97.

il sistema è dello stesso senso del raggio incidente. Ma se invece è di senso contrario, il raggio emergente è un semplice raggio circolare inverso all' incidente, e di N$+2n$ *oppure di* N$-2n$ *vibrazioni, secondo che il sistema mobile gira o in senso contrario o nello stesso senso del moto delle particelle di etere sul raggio incidente.*

d) *Un raggio circolare di* N *vibrazioni che passi per una lamina di mica di* $^1/_4$ *d' onda girante nel proprio piano colla velocità di n giri al secondo, si trasforma come nel caso* b).

e) *Un raggio di* N *vibrazioni, dotato della polarizzazione rettilinea, che passi per una mica di mezz' onda girante nel proprio piano, ad n giri per secondo, si trasforma in due raggi circolari inversi, l' uno di* N$+2n$ *vibrazioni, polarizzato nel senso della rotazione, e l' altro di* N$-2n$, *polarizzato in senso contrario. Si ha dunque lo stesso effetto come a far passare un raggio di luce naturale attraverso ad un nicol che faccia* $2n$ *giri al secondo.*

f) *Un raggio circolare di* N *vibrazioni che passi per una mica di mezz' onda girante, ad n giri per secondo, si trasforma in un semplice raggio circolare di senso opposto all' incidente, ed il cui numero di vibrazioni è* N$+2n$ *oppure* N$-2n$, *secondo che la rotazione della mica si compie o in senso contrario o nello stesso senso, del moto delle particelle d' etere nel raggio circolare incidente.*

Enunciati un poco più complicati si hanno quando il raggio incidente sia polarizzato elitticamente. Ecco, come esempio, la dimostrazione relativa al caso *a*); per le altre rimando alla Memoria completa.

Preso per piano di figura (1), un piano perpendicolare al raggio luminoso, sia O il punto di questo piano ove passa il raggio, Ox, Oy due assi ortogonali fissi nello spazio, Ou la direzione della vibrazione rettilinea che esce dal nicol ad un dato istante, Oξ la posizione che occupa la sezione principale della mica di un quarto d' onda connessa al nicol girante, ed Oη la perpendicolare ad Oξ. Sieno ω l' angolo uOξ ed α l' angolo xOu. La vibrazione

$$u = a \operatorname{sen} (2\pi \mathrm{N} t)$$

(1) Il lettore è pregato a fare la figura.

che esce dal nicol, si decomporrà entrando nella mica nelle du-

$$\xi = a \cos \omega . \operatorname{sen} (2 \pi N \theta) , \quad \eta = a \operatorname{sen} \omega . \operatorname{sen} (2 \pi N t) .$$

La ξ sarà la vibrazione del raggio straordinario nella mica, ed η quella del raggio ordinario. Se s ed o sono le loro velocità di propagazione e d la grossezza della mica, le vibrazioni all'uscita da questa saranno:

$$\xi' = a \cos \omega \operatorname{sen} \left[2 \pi N \left(t - \frac{d}{s} \right) \right], \quad \eta' = a \operatorname{sen} \omega \operatorname{sen} \left[2 \pi N \left(t - \frac{d}{o} \right) \right].$$

Ma siccome supponiamo la mica di grossezza tale da stabilire fra i due raggi una differenza di fase di $^1/_4$ d'onda (in media $d = 0^{mm},032$), sarà

$$\frac{d}{o} - \frac{d}{s} = \frac{1}{4N}, \quad \text{da cui} \quad \frac{d}{o} = \frac{d}{s} + \frac{1}{4N}.$$

Per cui η' diviene:

$$\eta' = - a \operatorname{sen} \omega \cos \left[2 \pi N \left(t - \frac{d}{s} \right) \right].$$

Indichiamo ora con X ed Y le componenti delle vibrazioni che escono dal sistema girante, secondo gli assi fissi nello spazio. Avremo:

$$X = \xi' \cos (\alpha - \omega) - \eta' \operatorname{sen} (\alpha - \omega) , \quad Y = \eta' \cos (\alpha - \omega) + \xi' \operatorname{sen} (\alpha - \omega).$$

Mettendo invece di ξ' ed η' i valori trovati, ed adoperando le note formole trigonometriche che servono a trasformare i prodotti di seni e coseni in somme, ed infine ponendo $\omega = 45°$, giacchè supponiamo che il sistema girante sia tale da produrre quando fosse immobile, un raggio circolare, si ottiene facilmente:

$$X = \frac{a}{\sqrt{2}} \operatorname{sen} \left[2 \pi N \left(t - \frac{d}{s} \right) + \alpha - 45° \right],$$

$$Y = \frac{a}{\sqrt{2}} \cos \left[2 \pi N \left(t - \frac{d}{s} \right) + \alpha - 45° \right].$$

Ora se il sistema gira uniformemente ad n giri per secondo, l'angolo α varierà in proporzione di t, e potremo porre $\alpha = \alpha_0 + 2 \pi n t$. Sostituendo si ha

$$X = \frac{a}{\sqrt{2}} \operatorname{sen} \left[2\pi(N+n)t - \frac{2\pi N d}{s} + \alpha_0 - 45^\circ \right],$$

$$Y = -\frac{a}{\sqrt{2}} \cos \left[2\pi(N+n)t - \frac{2\pi N d}{s} + \alpha_0 - 45^\circ \right].$$

Queste formole rappresentano evidentemente un raggio circolare levogiro di $N+n$ vibrazioni al secondo.

Questo caso, come pure *c*) ed *f*), hanno una particolare importanza. La luce che emerge dal sistema girante è in questi tre casi semplice come la luce incidente, ma di diversa lunghezza d'onda. È indubitabile quindi che qualora si possedessero spettroscopi abbastanza potenti, la variazione di lunghezza d'onda potrebbe confermarsi sperimentalmente.

Si possono ampliare però gli effetti in più maniere. Così per esempio approfittando del caso *f*), si possono montare su due assi paralleli, giranti in senso contrario, molte lamine di mica di mezz'onda, in modo che quelle fissate sopra uno degli assi, entrino negli intervalli che restano fra quelle fissate sull'altro. Un raggio polarizzato circolarmente potrà così attraversare successivamente tutte le miche. Ad ogni passaggio esso s'invertirà, cioè da destrogiro diverrà levogiro o viceversa, e di più aumenterà o diminuirà sempre di $2n$ nel numero delle vibrazioni. Od anche si potrà collocare un'unica mica di mezz'onda girante, fra due specchi piani quasi paralleli, e far riflettere il raggio circolare alternativamente molte volte sui due specchi. Dopo ogni riflessione sarà così costretto ad attraversare la mica girante; ma onde gli effetti si sommino, bisogna ad ognuno degli specchi sovrapporre una mica di $^1/_4$ d'onda. È noto che un raggio circolare che attraversi una mica di mezz'onda da destrogiro diviene levogiro, o viceversa. Ora il raggio che si rifletterà sugli specchi attraverserà due volte ogni mica di $^1/_4$ d'onda e subirà la stessa trasformazione, senza della quale il secondo passaggio nella mica girante distruggerebbe l'effetto del primo, il quarto quello del terzo ec.

Ad onta però di questi artifizi non è sperabile coi mezzi attuali di dare una dimostrazione sperimentale delle variazioni di lunghezza d'onda dimostrate teoricamente. Negli altri casi precedentemente enunciati, e cioè nel caso considerato da Verdet e

nei *b)* *d)* *e)* da me trattati, può dirsi solo che la luce emergente *può essere considerata* come costituita da raggi di diversi numeri di vibrazioni coesistenti. Il Verdet ammette che uno spettroscopio potente li separerebbe, ma parmi che ciò non possa accadere. Così per esempio nel caso del Verdet, mentre la luce emergente dal nicol vibrante può essere considerata come costituita da raggi circolari opposti, di numeri di vibrazioni diversi, essa può del pari essere considerata come luce dotata di polarizzazione rettilinea, ma il cui piano di polarizzazione si sposta continuamente. E siccome la dispersione in un prisma non dipende dall' azimut della vibrazione, lo spettroscopio deve agire sopra un tal raggio come sopra uno di luce naturale, e dare sempre lo spettro corrispondente al moto vibratorio risultante che ha luogo nell' etere che occupa la fenditura dello strumento. Se con un analizzatore circolare o altrimenti si intercettasse uno dei due raggi circolari, certamente allora si avrebbe la riga corrispondente al numero di vibrazioni dell' altro, anzichè quella corrispondente al moto vibratorio risultante.

Ma, ripeto, nei casi *a)* *c)* *f)* nei quali la luce che emerge dal sistema girante è semplice, parmi che non possa esservi dubbio, che essa debba rifrangersi nel prisma prendendo la direzione corrispondente al numero di vibrazioni quale resta modificato dalla rotazione del nicol e della mica; e se un giorno si potranno ottenere o rotazioni abbastanza rapide o spettroscopi abbastanza potenti, si constaterà uno spostamento delle righe dovuto alla rotazione di un polarizzatore, nello stesso modo che si ha uno spostamento simile dovuto, in virtù del principio di Döppler, al moto relativo della sorgente luminosa e dell' osservatore.

II. È possibile in varie maniere modificare con polarizzatori giranti, il numero di vibrazioni dei raggi che interferiscono nell' esperienza di Fresnel. Ecco in breve alcune delle disposizioni da me realizzate; per le altre e per i dettagli di tutte, veggasi la memoria completa.

a) I raggi solari polarizzati in modo che le vibrazioni si facciano verticalmente, cadono sulla solita lente cilindrica che li concentra in una lineetta verticale, poi sugli specchi di Fresnel

disposti con somma cura onde diano frangie senza diffrazione. Dopo giungono ad una lente acromatica, oltre la quale si producono due immagini coniugate della lineetta focale della lente cilindrica. Se più lontano ancora si pone un diaframma, su di esso appariscono le frangie dovute all'interferenza della luce emessa dalle due sorgenti coniugate suddette. Ma subito al di là di queste vien collocata una lamina di Bravais (formata da due miche di $^1/_4$ d'onda, la cui linea di congiunzione è verticale mentre dalle due parti l'asse delle miche è a 45°), in modo che la luce di ciascuna delle due immagini debba attraversare la metà corrispondente della lamina. Infine fra la lamina di Bravais ed il diaframma si pone un analizzatore debitamente orientato. Se il nicol od il prisma birefrangente che serve a polarizzare la luce solare, si fa girare uniformemente, o se lasciandolo fisso si pone subito dopo di esso una lamina di mica di $^1/_2$ onda girante si veggono le frangie sul diaframma spostarsi uniformemente, nel modo previsto dalla teoria. Ecco come può interpretarsi l'esperienza. La luce che cade sugli specchi, può considerarsi come composta di un raggio circolare destrogiro d'un dato numero di vibrazioni, e d'uno levogiro, di numero di vibrazioni differente. Le due metà della lamina di Bravais e l'analizzatore, costituiscono due analizzatori circolari che agiscono sulle due immagini coniugate, la luce delle quali produce le frangie; e mentre per una di esse vien arrestato il raggio destrogiro, per l'altra invece è arrestato il levogiro. Le luci che cadono sul diaframma dalle due sorgenti coniugate, sono dunque di diverso numero di vibrazione, d'onde i battimenti.

b) Si può sopprimere l'analizzatore che segue la lamina di Bravais, e porre fra questa e gli specchi un grosso quarzo normale all'asse. Allora è facile dimostrare, e l'esperienza lo conferma, che sul diaframma devono apparire due sistemi distinti di frangie; in esse il movimento progressivo si fa in direzioni contrarie. Se il quarzo è solo di 8 o 10 mill. di grossezza i due sistemi sono assai vicini e in parte si confondono. In tal caso secondo il senso in cui gira il polarizzatore o la mica mezz'onda, o veggonsi nascere le frangie nel mezzo del fenomeno ottico e poi sdoppiarsi e allontanarsi dalle due parti, a guisa di

onde sull'acqua, oppure nascere agli estremi ed andare a sparire nel centro. L'esperienza è quanto mai bella a vedersi.

c) La maniera seguente di operare ha uno speciale interesse. I raggi solari passano prima per un polarizzatore circolare (nicol seguito da mica di $^1/_4$ d'onda coll'asse a 45° dalla sezione principale del nicol) che li polarizza circolarmente, divenendo per esempio raggi destrogiri; poi questi raggi sono concentrati da una lente cilindrica in una lineetta verticale. Ad una conveniente distanza incontrano una lente convergente che li rende paralleli, poi il biprisma e poi una seconda lente convergente che produce due piccole lineette luminose, immagini di quella che si forma nel fuoco della lente cilindrica. Ricevendo ad una distanza sufficiente nell'occhio munito di un oculare, i raggi emessi dalle due lineette coniugate, si veggono le ordinarie frangie d'interferenza. Ciò posto si ponga davanti ad una metà del biprisma, una lamina di mica di mezz'onda, che deve rimanere fissa, e contro l'altra metà una mica di egual grossezza, ma mobile intorno ad un asse orizzontale, mentre un piccolo diaframma rettangolare posto verticalmente contro lo spigolo del prisma, nasconde il contorno delle miche. Accadrà allora che i raggi, che abbiamo supposti destrogiri passando per le miche diverranno levogiri; ma mentre quelli che attraversano la mica fissa conservano la loro lunghezza d'onda, quelli invece che passano per la mica girante, aumenteranno o diminuiranno nel numero delle vibrazioni, secondo il senso della rotazione, come nell'enunciato *f*). I raggi che emettono le due lineette coniugate divengono così atti a produrre non più le frangie immobili, ma le frangie in moto cioè i battimenti.

É degno di nota che in questa esperienza viene modificato uno solo dei due raggi interferenti.

d) Col parallelepipedo di quarzo ideato da Fresnel per mostrare la doppia rifrazione circolare nella direzione dell'asse, e che è costituito da due o tre prismi di quarzo di rotazioni inverse, sono giunto a proiettare delle frangie d'interferenze estremamente belle e vivaci, tali da potere essere viste da molte persone e a molta distanza. Rendendo poi mobile il polarizzatore si hanno le solite frangie mobili. Si può operare in due maniere.

Entri la luce solare da una stretta fessura verticale, e cada sul polarizzatore, quindi sopra una lente convergente che formerà una lineetta brillante, immagine della fessura. Al di là di questa immagine si pone il parallelepipedo, e più lungi il diaframma. La luce polarizzata che parte da essa, si scinde entro il parallelepipedo in raggi destrogiri e levogiri diversamente deviati in causa della doppia rifrazione circolare del quarzo. I destrogiri formano (stante la lieve loro divergenza) una certa immagine virtuale della lineetta luminosa ed i levogiri un' altra immagine, quasi come fa il biprisma ordinario. Però, per note ragioni, la luce di queste due immagini non dà frangie d'interferenza visibili; bisogna interporre un analizzatore (p. es. un prisma birefrangente) onde si manifestino.

Se poi il polarizzatore gira, invece delle frangie di interferenza, si hanno le frangie in moto, ossia i battimenti, giacchè in questo caso i numeri di vibrazioni dei due raggi circolari opposti divengono differenti. Queste frangie sono brillantissime, e più o meno grosse secondo la minore o maggiore distanza fra la lineetta luminosa fornita dalla lente, ed il parallelepipedo.

Dicendo d questa distanza, $2a$ la larghezza del parallelepipedo, $2b$ la sua lunghezza, n l'indice ordinario del quarzo, e chiamando δ la quantità $\frac{v_1+v_2}{V}n$, ove v_1 e v_2 sono le velocità nel quarzo d'un raggio destrogiro e di un levogiro, e V quella nell'aria, si può dimostrare che la distanza fra le due immagini coniugate fornite dal parallelepipedo è data da:

$$Z = \frac{2b\delta}{a}(b + dn).$$

La seconda maniera d'operare è la seguente. La luce solare entra per una larga apertura, cade sul polarizzatore, poi immediatamente sul parallelepipedo, quindi sopra una lente convergente ed infine attraversa un analizzatore per cadere poi sul diaframma. Spostando quest' ultimo, oppure la lente, si trova una posizione nella quale sul diaframma appariscono delle magnifiche frangie d'interferenza, e ciò precisamente accade quando la distanza fra la faccia d'ingresso del parallelepipedo e la lente, e quella fra

questa ed il diaframma, sono distanze coniugate rispetto alla lente. Queste frangie si formano nella luce parallela non limitata, e si spiegano in modo simile alle frangie che dà in condizioni analoghe il compensatore di Babinet. Sono le stesse frangie che vennero utilizzate dal Sénarmont pel suo polariscopio, ma che per quanto mi consta, non erano ancora state ottenute in proiezione. Se il polarizzatore gira, o se si interpone una mica di mezz'onda girante, si osserva il solito fenomeno delle frangie in moto ossia battimenti.

È naturale che, stante la maniera nella quale sono ottenuti i raggi interferenti di numero diverso di vibrazioni, ognuna di queste, e di altre esperienze analoghe che quì non sono narrate, si possa descrivere e spiegare considerando quale deve essere la posizione delle frangie per ogni successiva posizione del corpo girante. Ma un tal modo di interpretare i fenomeni, mentre è spesso più lungo e difficile, è anche meno consentaneo al vero, giacchè difatti, per quanto si è detto è da ritenersi che quando i raggi a lunghezza di onda alterata, sono stati separati hanno un'esistenza reale, ed un prisma li devierebbe in ragione della lunghezza d'onda modificata.

Queste esperienze realizzano dunque il fenomeno ottico dei battimenti. Esse riescono tutte assai belle, poichè richiamano alla mente la periodicità e la natura vibratoria dei moti dell'etere, nello stesso modo che i battimenti sonori impongono sempre in certo modo l'idea di oscillazioni o di moti alternativi, anche in persone che ignorano la natura dei suoni.



SULLA VARIAZIONE NELLA RESISTENZA ELETTRICA DI UN FILO METALLICO IN RELAZIONE AD ALCUNI DISTURBI PROVOCATI NE' SUOI SISTEMI MOLECOLARI; DI GIUSEPPE GEROSA (1).

È riportato quì un esempio per ciascun filo:

Filo di rame (r = 0,24 mm).

sensibil.	pesi	corrente	deviaz.	media
$\frac{60}{10000}$ U.S.	gr.1350	diretta	0,95 0.93 0,95	0,94
	5400	»	0,92 0,95 0,94	0,94
	1350	»	0,93 0,95	0,94
		inversa	0,89 0,86	0,88
	5400	»	0,85 0,85 0,85	0,85
	1350	»	0,83 0,82	0,83
	5400	»	0,87 0,83	0,85
	1350	»	0,87 0,81 0,81	0,83
		diretta	0,98 0,95	0,97
	5400	»	0,98 0,98	0,98

sensibil.	pesi	corrente	deviaz.	media
$\frac{60}{10000}$ U.S.	gr.1350	diretta	0,95 0,94	0,95
		vibrando		
			0,07 0,08 0,09	0,08
		»	0,93 0,90	0,92
		inversa	0,80 0,82	0,81
		vibrando		
			0,05 0,08 0,05	0,06
		»	0,82 0,83	0,83
		diretta	0,87 0,89	0,88
		vibrando		
			0,07 0,07 0,07	0,07

(1) *Continuazione e fine.* Vedi pag. 222 del volume precedente.

sensibil.	pesi	corrente	deviaz.	media
$\frac{60}{10000}$ U.S.	gr. 1350	inversa	0,82 0,83	0,83
	5400	diretta	0,94 0,94	0,94
		vibrando	0,07 0,07 0,07	0,07
		»	0,91 0,90	0,91
		vibrando	0,08 0,09 0,07	0,08
		inversa	0,84 0,83	0,84

sensibil.	pesi	corrente	deviaz.	media
$\frac{60}{10000}$ U.S.	gr. 5400	vibrando	0,05 0,07 0,08	0,07
		inversa	0,82 0,81	0,82
		diretta	0,94 0,95	0,95
		inversa	0,81	0,81
	1350	»	0,82 0,83	0,83
		diretta	0,90 0,91	0,91

Filo di acciaio ($r = 0,25$ *mm.*).

sensibil.	pesi	corrente	deviaz.	media
$\frac{29}{10000}$ U.S.	klg. 2 1/2	diretta	0,68 0,70 0,72 0,72	0,71
	» 10	»	0,72 0,72	0,72
	» 2 1/2	»	0,70 0,69	0,70
	» 10	inversa	0,69 0,69	0,69
	» 2 1/2	»	0,69 0,69	0,69

sensibil.	pesi	corrente	deviaz.	media
$\frac{29}{10000}$ U.S.	klg. 10	inversa	0,70 0,69	0,70
	» 2 1/2	»	0,70 0,69	0,70
		diretta	0,78 0,77	0,78
	» 10	»	0,78 0,77	0,78
	» 2 1/2	»	0,78 0,74 0,80	0,77

sensibil.	pesi	corrente	deviaz.	media
$\frac{29}{1000}$ U.S.	klg. $2^{1}/_{2}$	vibrando		
			0,11	0,16
			0,21	
			0,17	
			0,16	
		diretta	0,75	0,76
			0,77	
			0,76	
		inversa	0,74	0,73
			0,72	
		vibrando		
			0,17	0,14
			0,13	
			0,11	
			0,16	
		»	0,70	0,70
			0,69	
		diretta	0,81	0,80
			0,78	
		vibrando		
			0,12	0,12
			0,12	
			0,12	
		inversa	0,68	0,70
			0,71	
	» 10	diretta	0,80	0,79
			0,78	

sensibil.	pesi	corrente	deviaz.	media
$\frac{29}{1000}$ U.S.	klg. 10	vibrando		
			0,13	0,13
			0,14	
			0,12	
		diretta	0,79	0,79
			0,79	
		vibrando		
			0,17	0,15
			0,13	
			0,16	
		inversa	0,74	0,72
			0,70	
		vibrando		
			0,18	0,16
			0,14	
			0,16	
		»	0,70	0,72
			0,74	
		diretta	0,80	0,80
			0,80	
		inversa	0,79	0,78
			0,77	
			0,69	0,70
			0,70	
	» $2^{1}/_{2}$	»	0,75	0,75
			0,71	0,71
			0,70	
		diretta	0,79	0,79
			0,79	

Filo di ferro ricotto ($r = 0,27$ *mm.*).

sensibil.	pesi	corrente	deviaz.	media
$\frac{32}{10000}$ U.S.	gr.1350	diretta	0,42	0,42
			0,41	
	5400	»	0,44	0,44
			0,42	0,42
	1350	»	0,45	0,45
			0,42	0,42
		inversa	0,66	0,66
			0,34	0,34
			0,33	
	5400	»	0,42	0,42
			0,36	0,37
			0,37	
	1350	»	0,52	0,52
			0,33	0,34
			0,35	
	5400	»	0,40	0,40
			0,38	0,38
			0,38	
	1350	»	0,41	0,41
			0,37	0,37
			0,37	
		diretta	0,69	0,69
			0,40	
			0,34	0,39
			0,40	
			0,40	
	5400	»	0,43	0,43
			0,41	0,41
			0,41	
	1350	»	0,41	0,41
			0,39	0,39
			0,39	

sensibil.	pesi	corrente	deviaz.	media
$\frac{32}{10000}$ U.S.	gr.1350	vibrando		
			0,18	
			0,19	0,13
			0,07	
			0,09	
		diretta	0,40	0,40
			0,40	
		inversa	0,62	0,62
			0,35	0,35
			0,34	
		vibrando		
			0,17	
			0,15	0,16
			0,16	
		»	0,39	
			0,38	0,38
			0,38	
		diretta	0,65	0,65
			0,39	0,38
			0,36	
		vibrando		
			0,09	
			0,10	0,11
			0,15	
		inversa	0,62	0,62
			0,34	0,36
			0,37	
	5400	diretta	0,67	0,67
			0,40	0,40
			0,40	

sensibil.	pesi	corrente	deviaz.	media
[illegible] U.S.	gr.5400	vibrando		
			0,13	
			0,10	0,11
			0,11	
		diretta	0,41	0,41
			0,40	
		vibrando		
			0,09	
			0,14	0,11
			0,09	
		inversa	0,68	0,68
			0,38	0,39
			0,39	
		vibrando		
			0,11	
			0,12	0,12
			0,12	

sensibil.	pesi	corrente	deviaz.	media
[illegible] U.S.	gr.5400	inversa	0,40	0,40
			0,40	
		diretta	0,65	0,65
			0,45	
			0,43	0,43
			0,40	
		inversa	0,66	0,66
			0,40	0,40
			0,39	
	1350	»	0,45	0,45
			0,37	0,37
			0,37	
		diretta	0,70	0,70
			0,43	0,42
			0,41	

Le deviazioni prodotte dall' induzione della spirale non presentano una sensibile variazione coll' invertire la corrente che attraversa il filo, sia esso d' acciaio o di ferro ricotto, sia che esso venga indotto da corrente colla stessa direzione o con direzione opposta a quella della corrente, che l' aveva indotto prima dell' inversione della corrente che lo attraversa.

Si è cercato poi di riconoscere se l' induzione della spirale faceva avvertire qualche variazione nella resistenza elettrica del filo, quando esso era sospeso verticalmente e veniva fatto vibrare col martelletto di sughero. (Il solenoide qui aveva un diametro di 22 mm. ed una lunghezza di 80 cm.). Ma atteso che era molto difficile di produrre una vibrazione ben netta ed evitare che il filo non estinguesse le oscillazioni contro le pareti del tubo, si ebbero dei risultati non troppo ben distinti. Però non si avvertì che l' induzione, sia momentanea che permanente, sia

dovuta a corrente diretta che inversa, arrecasse qualche disturbo o modificazione nella costituzione interna del filo tale che si rendesse poi sensibile colla percussione.

Da ultimo il filo si cimentò alla torsione mentre veniva teso con pesi differenti.

Per torcere il filo mi servii di una carrucola munita di larga gola e di un asse fisso abbastanza grosso, il quale era forato secondo la lunghezza nel suo mezzo. Il filo, teso verticalmente, attraversava il foro dell'asse e questo per un estremo era fissato alla morsetta del piatto, coll'altro rotava entro un anello raccomandato all'albero di ghisa mediante un braccio di legno. La torsione quindi del filo si effettuava tirando una funicella che si avvolgeva sulla gola della carrucola.

Esperimentando ora sul filo d'acciaio, di ferro e di rame, si avvertì come ad ogni torsione, sotto qualunque tensione, si verifichi un aumento di resistenza, ed un decremento nella detorsione. Però non si potè stabilire alcuna legge numerica fra le variazioni di resistenza e le corrispondenti variazioni nella torsione sotto una data trazione, perchè era necessario forse per stabilir questo, di operare sovra fili di un diametro ben maggiore.

Son quì tuttavia riferiti alcuni numeri:

Filo di ferro incr. ($r=0,27^{mm}$).

pesi	torsione	deviazione
klg. 2	giri 1	0,27
	svolto	—0,12
	» 1	0.12
	svolto	—0,12
	» 5	0.30
	svolto	—0,30
» 4	» 1	0,20
	svolto	—0,25
	» 5	0,30
	svolto	—0,32
» 6	» 5	0,62
	svolto	—0,32

Filo di acciaio ($r=0,25^{mm}$).

pesi	torsione	deviazione
klg. 0	giri 1	0,20
	svolto	—0,40
	» 1	0,55
	svolto	—0,25
	» 5	0,35
	svolto	—0,40
	» 5	0,28
	svolto	—0,36
» 2	» 5	0,10
	svolto	—0,12
	» 5	0,29
	svolto	—0,27
» 4	» 5	0,30
	svolto	—0,33
	» 5	0,33
	svolto	—0,30
» 6	» 5	0,27
	svolto	—0,34
	» 5	0,41
	svolto	—0,42
» 0	» 5	0,42
	svolto	—0,32
	» 5	0,32
	svolto	—0,40

Filo di rame ($r=0,24^{mm}$).

pesi	torsione	deviazione
klg. 0	giri 5	0,05
	svolto	—0,03
	» 5	0.00
	svolto	0,00
» 2	» 5	0,05
	svolto	—0,03
	» 10	0,21
	svolto	—0,02
» 4	» 5	0,12
	svolto	—0,02
	» 5	0,05
	svolto	0,00

Quì si potrebbe osservare come le variazioni di resistenza nel filo di rame sieno, a pari condizioni, molto più piccole che non pel filo di ferro e d' acciaio; tanto che fino a cinque giri non si aveva in generale alcuna deviazione innanzi che il filo fosse stato torto di 10 giri e tratto con 4 kil. Inoltre la torsione pare che modifichi permanentemente con tanta facilità la disposizione di gruppi molecolari nel filo di rame, di guisa che nella detorsione il decremento di resistenza riesce sempre inferiore all' aumento della corrispondente torsione, e può riescire anche nullo.

Si può notare infine che, se si tien dietro al deviare dell'ago durante la torsione del filo, si osserva che l'ago non segue regolarmente il variare della torsione stessa, ma devia a sbalzi, come se di tratto tratto gli sopravvenisse un impulso.

Riassumendo ora le cose sovra considerate, si può dire che:

a) Ogni operazione, la quale intenda a crescere la tensione o reazione elastica nei sistemi molecolari di un filo, ne aumenta in pari tempo la resistenza elettrica. Tanto è verificato per le operazioni meccaniche di trazione, torsione, flessione a spira e compressione.

Anche la tempera, cui corrisponde una particolare tensione od equilibrio sforzato dei gruppi molecolari, accresce d'assai la resistenza elettrica. Vero è che la ricottura ancora induce un aumento di resistenza, tutto che sembri un'operazione opposta alla tempera; ma essa tiene in particolare ad un'altra modificazione che altera la resistenza elettrica, cioè alla diminuzione di coerenza dei sistemi molecolari.

Per questo lo stato di incrudimento è uno stato di minimo, movendo dal quale la resistenza di un filo metallico aumenta sempre, sia che esso venga ricotto o temprato. Epperciò ancora quando un filo vien tratto oltre il limite di elasticità, è tutto naturale che la resistenza cresca rapidamente fino alla rottura del filo stesso, come osservò Mousson; da che nel tempo stesso che si aumenta la tensione si vien vincendo la coesione molecolare.

b) Una semplice vibrazione trasversale o longitudinale, muta o sonora, di suono alto o grave (per variata lunghezza), non altera sensibilmente la resistenza del filo; o, per meglio dire, le deformazioni elastiche, che accompagnano la vibrazione stessa, sono così piccole da riescire inavvertibili. Però quest'è per una corda tesa avente due punti d'appoggio (1): che se la corda è sospesa a mo' di un filo a piombo, sembra che la sistemazione interna dei gruppi molecolari sia apprezzabilmente modificabile da

(1) Che i punti d'appoggio modifichino di molto la condizione del filo per rispetto al fenomeno in esame, è attestato, oltre che dalle prime due tabellette, ancora dallo specchietto surriferito a pagina 238 del volume precedente, dove si osserva che, mentre alle vibrazioni della corda intiera corrispondono i più singolari valori e per segno e per grandezza, alle vibrazioni invece di mezza corda o di un terzo di essa corrispondono sempre valori di un sol segno e molto più regolari.

una semplice vibrazione; e ne è prova il fatto che vibrando la corda tesa sul sonometro, anche tosto dopo d'averne variata la tensione, l'ago del galvanometro non si sposta, o, se si sposta (sempre di pochissimo), si riconduce, cessata la vibrazione, alla posizione di prima; mentre così non avviene pel filo teso verticalmente, come più sopra è detto nella prima colonna della tavola riferita a pagina 235 del volume precedente.

c) Quando il filo vien tratto, l'incremento di resistenza non sembra che abbia relazione coll'allungamento istantaneo (se non in quanto esiste la legge di Wertheim sulla proporzionalità fra gli allungamenti ed i pesi tensori entro i limiti della perfetta elasticità), sibbene collo stato di tensione provocato dal peso tensore. Quando poi il peso tensore è tale da oltrepassare il limite d'elasticità del filo, colla tensione si fa sentire insieme l'influenza dovuta al vincersi della coerenza del corpo, la quale influenza deve, com'è detto dall'esperienza, venir rapidamente crescendo fino alla rottura.

E per questo fu saggio ancora che la formola di Lenz, la quale conduceva a stabilire un massimo di resistenza ad una particolare temperatura per ciascun corpo, non venisse accolta dai fisici. Mousson diffatti ne dimostrò sperimentalmente l'insussistenza per un filo di ferro, il quale crebbe nella resistenza fino alla massima incandescenza ottenibile con un buon cannello, mentre secondo la formola di Lenz la sua resistenza doveva decrescere dai 697° in avanti.

d) Le deviazioni galvanometriche, dovute ad una corrente indotta (diretta od inversa) sul filo, non vengono alterate col variare la tensione del filo e la direzione della corrente che lo attraversa. Però l'acciaio col ripetuto lavorio di variata tensione e d'induzione di corrente, che si alterna nella direzione, contrae nelle sue particelle una certa facilità all'orientazione, così da presentare in fine fenomeni analoghi al ferro; il quale, non solo manifesta distinti i fatti di magnetismo permanente longitudinale ad ogni inversione della corrente che attraversa l'elica; ma per ogni variazione di tensione, quando si tien costante la direzione della corrente d'induzione, offre per ogni chiusura del circuito inducente le medesime risultanze, come se, in luogo di esser va-

riata la tensione, venisse invertita la corrente della spirale. La vibrazione coll'arco invece non ha una distinta influenza.

Laonde, ammesso che lo stato magnetico sia dovuto ad una rotazione degli elementi magnetici di cui si suppone essere costituiti tutti i corpi, verrebbe dato appoggio all'ipotesi del De Marchi, in questo almeno, che, ad ogni tensione del filo, corrisponde una rotazione delle particelle magnetiche, se questa rotazione però si verificasse sempre al mutar di tensione del filo anche prima che esso venisse indotto da correnti alternate nella direzione. Ma questo non è, come si osserva nelle tavole riferite da pagina 33 a pagina 37, ed il fatto piuttosto sta a dimostrare la reciproca della tesi sperimentale esposta nella interessantissima Memoria del Righi (*Memorie dell' Accad. di Bologna*; s. IV, t. 1, 1879) sulle variazioni di lunghezza che accompagnano la magnetizzazione; ossia, come al variare dell'orientazione degli elementi magnetici di una spranga di ferro o d'acciaio varia la sua lunghezza, così al variare della lunghezza di una spranga magnetizzata varia pure l'orientazione de' suoi elementi magnetici.

D'altra parte poi è dimostrato dalle esperienze di Wartmann, di Edlung, di Mousson e da quelle quì riferite sull'indipendenza dell'effetto della corrente indotta dalla tensione del filo, che l'orientazione delle particelle magnetiche non influisce sensibilmente sulla resistenza elettrica.

Ed allora, poichè è ammissibile che alla propagazione di moto elettrico sia inerente un moto rotatorio delle particelle, non foss'altro pel fatto del magnetismo trasversale che si verifica nel conduttore al passaggio della corrente, sembra meglio d'accordo coi fatti d'esperienza il pensare, che la trazione non determini una rotazione delle particelle, ma sibbene una resistenza maggiore alla rotazione loro per l'accresciuta tensione, quando vengono orientate elettricamente.

Dal Laboratorio di Fisica della R. Università di Pavia
settembre 1883.



RICERCHE MICROSCOPICHE SULLE TRACCE DELLE SCINTILLE ELETTRICHE INCISE SUL VETRO E SUI DIAMETRI DELLE SCINTILLE STESSE; MEMORIA DI EMILIO VILLARI.

Quando si carica o scarica istantaneamente un condensatore si producono sul vetro, a partire dagli orli delle armature, le note frange luminose, che ho distinte in quelle di *carica* e di *scarica*. Esse modificano la superficie verniciata del vetro così, che poscia alitandovi sopra vi si producono delle estese e fugaci ramificazioni o figure roriche, corrispondenti alle due specie di frange, le quali mostransi separate e distinte, come ho indicato in altra occasione (1). Tali frange o scintille elettriche, col ripetersi, alterano profondamente la vernice a lacca dei condensatori; i quali perciò debbono non di rado essere riverniciati; e consimili alterazioni, assai più prontamente produconsi nei dischi mobili della macchina Holtz, per analoghe cagioni.

Se però un condensatore si carica oltremisura, avviene spesso la sua scarica totale spontanea, che ha luogo per mezzo di una grossa scintilla, la quale scavalcando il bordo libero del vetro, mette in comunicazione le due armature. Codesta vigorosa scintilla, formata da uno o più rami, lascia sulla faccia verniciata del vetro una traccia permanente ed assai distinta, che risulta come da due nastrini vicini e paralleli, di una tinta a splendore quasi grafitico; i quali due nastrini mentre racchiudono una sottile zona di vernice inalterata, pure risultano da una decomposizione più o meno profonda della vernice stessa cagionata dalla vigorosa scintilla.

Ma le scintille possono generare delle tracce assai più cospicue. Il Riess faceva strisciare le scintille elettriche sul vetro duro e sul quarzo, e vi produceva delle tracce ruvide all' unghia e simile alla smerigliatura fatta con sabbia grossa (2). Sul vetro tenero la scintilla vi lascia, secondo il medesimo fisico, una traccia

(1) *Sulle figure elettriche dei condensatori* — *Atti dell' Acc. di Sc. di Bologna.* Serie IV, tom. III, p. 663, 1882.

(2) Riess, *Reibungselektricität*, § 553 e 773.

di una certa profondità, ruvida all' unghia, e dovuta alla separazione della potassa. Sulla mica finalmente egli ottenne delle tracce più distinte e di profondità decrescenti dal mezzo ai bordi di esse.

Tali sono, per quanto io mi sappia, le notizie intorno a questo soggetto, del quale ho ripreso lo studio; e sono riuscito a produrre sul vetro delle bellissime incisioni elettriche, le quali qui di seguito verrò esaminando.

Le tracce delle scintille si possono produrre su varie sostanze, ma fra tutte quelle da me esaminate, sono più adatte le lastre degli specchi argentati del commercio, sia con lo strato speculare sia senza di esso. Devo bensì far notare che nè tutte codeste lastre, nè le due facce di una stessa lastra, si prestano egualmente bene a ricevere le indicate impronte delle scintille.

L' apparecchio adoperato per queste ricerche era formato da una delle mie solite batterie (1) di 12 o 24 bottiglie, isolata ed unita ad una bottiglia elettrometrica, che ne misurava le cariche: la lastrina di vetro era sorretta da apposito piede ed era tenuta alcune volte verticalmente, fra gli elettrodi isolati ed orizzontali d' uno spinterometro, ed altre volte era orizzontale ed isolata; nel qual caso gli elettrodi appoggiavano inclinati e convergenti in basso sulla faccia superiore della indicata lastrina (2).

Per produrre la scintilla sulla lastrina e promuovere la scarica, s' univa l' uno degli elettrodi con un bicchierino di vetro contenente mercurio e comunicante con l' armatura esterna della batteria; e l' altro elettrodo, legato ad uno scaricatore a pallina metallica, si accostava, al momento opportuno, con l' armatura interna della stessa batteria.

Nel momento della scarica la scintilla lasciava sulla lastra di vetro, disposta all' uopo, la propria traccia; e l' esperienza poteva più volte ripetersi spostando convenientemente ciascuna volta la lastra. Codeste tracce come si disse s' ottengono sia disponendo la lastra fra i due elettrodi posti normalmente al-

(1) Per la descrizione da essa v. la mia Memoria *Sulla lunghezza di una o più scintille*, ec. — *R. Acc. dei Lincei*. Roma 1882.

(2) Come eccitatore riesce utilissimo in queste ricerche il sostegno universale di Edelmann.

le sue due facce sia disponendoli su una medesima faccia: nel quale ultimo modo le tracce appariscono più lunghe più belle e mostrano assai bene i due poli; però spesso suole accadere che la scintilla salta fra gli elettrodi e lascia sul vetro tracce incomplete.

Ad evitare questo inconveniente può disporsi la lastra verticalmente coi due elettrodi normali alle sue facce, uno vicinissimo ad uno dei bordi e l'altro a sufficiente distanza da esso.

Comunque ottenute le immagini sul vetro, esse sono più o meno larghe a seconda dell'energia della scintilla che le ha prodotte; e quando la lastra è adatta e la carica sufficiente, s'ottengono delle tracce assai cospicue, di bella apparenza e formate da una serie di zone a diversi colori e con isplendori metallici. La fig. 1ª, Tav. II, rappresenta una di codeste tracce, lievemente ingrandita; la quale osservata per trasparenza sul vetro mostra: 1º una zona centrale longitudinale e serpeggiante, che è formata da vetro rugoso; quindi procedendo verso uno dei lati s'osserva; 2º una zona sottile, a contorni ben netti; 3º una zona a contorno esterno poco definito, che apparisce come di vetro terso; 4º una zona più larga, opalina e lievemente grigio-perla; 5º una zona assai più larga e trasparente: e finalmente succede una 6ª zona trasparente, poco visibile ed a contorni irregolari e mal definiti. Quando poi la traccia s'osserva per riflessione le zone riescono meno distinte e perciò meno numerose.

Nella fig. 2ª è riprodotta l'immagine d'una traccia incisa da una scintilla di 96 unità, accumulate in 24 bottiglie (1) e scattata fra gli estremi di fili di platino. Questa traccia mostra l'immagine d'un solo dei poli giacchè l'altro trovasi sul bordo della lastra sul quale appoggiava uno degli elettrodi. L'immagine è simile alla precedente, solo le zone sono un po' più avvicinate e quindi meno distinti ad occhio nudo. Ma osservata per trasparenza col microscopio Hartnak, con un lieve ingrandimento, circa 30 diametri, essa apparisce oltremodo distinta, così che con la camera chiara ne potei disegnare esattamente l'immagine, un breve tratto della quale è esattamente riprodotto nella fig. 3ª;

(1) Le bottiglie da me adoperate erano cilindriche alte 50 cm. 13 cm. di diametro, e rivestite di stagnole pei due terzi della loro altezza. La bottiglia elettrometrica aveva 114^{mm} di diametro ed una armatura esterna di 165^{mm} di altezza: la scarica avveniva fra palline di $22^{mm},2$ di diametro e distanti 5^{mm}.

nella quale le varie zone facilmente possono essere classate nel modo seguente:

1° La prima zona *aa*, che chiameremo assiale o *scagliosa* per la sua natura, risulta formata dalla superficie del vetro rotto in minutissime scaglie, le quali formano una specie di pavimento a lastre poligonali, irregolari e molto sottili, come può osservarsi in alcune che facilmente si staccano. 2° A questa segue la zona *grigia nn*, che consta di una punteggiatura fine e spessa, e produce come un nastro di color grigio-oscuro, situato su parte della zona scagliosa che vi si estende al di sotto. 3° Quindi succede una zona quasi tersa *bb* e poscia una 4ª zona o *gialla cc*, situata sulla solita zona scagliosa che ivi si termina. Codesta zona gialla è formata da una punteggiatura che sembra più fitta e più regolare della grigia. 5° Poi segue una zona quasi tersa *dd*, alla quale succede la 6ª *ee*, consistente in una specie di polviscolo uniformemente disseminato, con dei vani di vetro terso. Poscia segue la 7ª zona *gg* reticolata o *limitante*; quindi l'8ª *hh*, di vetro che sembra terso, e poi la 9ª *ii* che apparisce come di vetro appannato dall'alito o da polviscolo finissimo; e con essa si termina la figura, con un contorno irregolare e sfumato.

Cosicchè lasciando da banda le varie zone terse del vetro, noi potremo dire che nella traccia nella figura in discorso si osservano:

1. La zona scagliosa, *aa*,
2. » grigia, *nn*,
3. » gialla, *cc*,
4. » formata dal polviscolo, *ee*,
5. » limitante, *gg*,
6. » ultima, *ii*.

La stessa traccia però vista per riflessione e col medesimo ingrandimento mostra le tre prime zone assai distinte, e le ultime tre si confondono in una sola più ampia ed estesa. Le accennate zone son poi egualmente disposte da ambedue i lati di quella scagliosa, rispetto alla quale la scintilla può dirsi simmetrica.

Ho quindi esaminato codeste zone ad un ingrandimento di circa 700 diametri, dato dall'oculare 3 e dall'obiettivo 9 Hartnak

col tubo tutto allungato, ed ho osservato che la zona grigia risulta di punteggiatura, fatta da globettini oscuri irregolarmente disseminati e confitti nel vetro screpolato. La zona gialla consta del pari da punteggiatura, ma i globetti sono sensibilmente più piccoli, più fitti e più regolarmente disseminati sul vetro screpolato, così da formarvi uno strato più regolare ed omogeneo. La 4ª zona *cc*, sembra costituita da vetro stato alterato secondo delle linee curve che si intrecciano e prendono l'aspetto di un reticolato, fig. 4ª, con dei vani di vetro terso; ed inoltre su tutta codesta zona trovansi irregolarmente disseminati di quei globettini che notammo trovarsi nelle zone punteggiate.

L'ultima zona o la 6ª *ii*, osservata con lo stesso ingrandimento si mostra simile alla figura 5ª, e sembra formata come da un polviscolo uniformemente sparso sul vetro, con dei vani tersi e senza polviscolo; il quale sembra essere stato proiettato dall'azione della scarica elettrica sul vetro.

La zona 5ª *gg*, intermedia a queste ultime, osservata a piccolo ingrandimento, mostrasi formata da screpolature del vetro, e limita in modo netto e distinto la traccia, così da poterne determinare, con sufficiente esattezza, il diametro: ed essa può considerarsi come la zona che termina la traccia, giacchè l'ultima *ii*, fig. 3ª, può ritenersi come accidentale e non costituente la vera incisione della scintilla, come meglio si vedrà in seguito.

Tal'è l'aspetto generale delle tracce, prodotte da poderose scintille sul vetro; ma con scintille più deboli, le tracce diventano più sottili, l'aspetto loro si modifica ed alcune delle indicate zone vi fanno difetto. La figura 6ª, fu ricavata con la camera chiara, e con un ingrandimento di 30 diametri, da una traccia di scintilla prodotta da 8 cariche in 2 bottiglie. Codesta figura è esattissima, e ne rappresenta con precisione l'immagine, nella quale difetta la zona scagliosa mediana, che è sostituita da una zona omogenea, di colore grigiastro. Seguono poscia 8 o 10 zone, che a partire dalla mediana diventano più larghe e distinte, ed hanno tutte una tinta bigio-turchiniccia variamente intensa. La figura inoltre corrisponde ad un sito della traccia che presentava come due nodi o strozzature, i quali non si riscontrano sempre, e la traccia spesso si mostra assai regolare.

La figura 7ª ritrae l'immagine, incisa da una scintilla di sole due cariche accumulate in una piccola bottiglia di 10 cm. di diametro, e con armature alte 205 mm. In detta figura, presa con un ingrandimento di circa 30 diametri, scorgesi una zona mediana bigio-turchiniccia, quindi una zona da ciascun lato più estesa ed oscura; e da ultimo la figura si termina con due specie di nastri che la limitano assai nettamente.

Un esame minuto di varie traccie prodotte da scintille diversamente energiche, mi ha mostrato che quando scema l'intensità della scarica, si restringe la zona scagliosa e le due grigie, situate su vetro screpolato, si fondono insieme. Poi queste possono ancora far difetto, ed allora sono quelle gialle che si osservano nell'asse della figura, ed al disotto di esse il vetro presenta delle fenditure da formar come una rete a larghe maglie. Tali apparenze osservai in una traccia stata prodotta da una scintilla di 24 cariche impartite a 6 bottiglie: la quale mostrava verso l'uno dei suoi poli un principio di zona scagliosa e tersa. Laonde possiamo dire, che a traccia completa, le zone più verso il centro son quelle che per prodursi hanno bisogno di maggiore energia nella scintilla, e forse di maggior colore di quelle successive; quindi nella scintilla è probabile, come è naturale, che l'energia termica vada decrescendo dall'asse alla periferia.

Qualunque sia la natura di queste varie zone, è certo che lo stato o condizione fisica del vetro è diverso in ciascuna: ed esse rimangono separate e distinte fra loro in modo netto e reciso e senza modificazioni graduali e continue. La qual cosa meglio può scorgersi nella traccia di una poderosa scintilla che scattò fra due lastre di vetro soprapposte e distante fra loro di $0^{mm},1$, per due striscie di platino interposte che servivano da elettrodi. In tal modo la scintilla venne come schiacciata in un largo nastro, sulla traccia osservata ad uno ingrandimento di 45 diametri, si osserva la consueta zona scagliosa tersa, assai più estesa che d'ordinario: quindi segue la zona grigia punteggiata, la quale quasi in tante guglie si spinge ed inietta verso l'asse e verso l'estremo limite della traccia. Tra codeste guglie, altre simili della zona gialla successiva s'iniettano, pur sempre rimanendo ben separate dalle prime; ed in simil modo seguono tutte le altre zone fino all'estremo limite.

Circa alla natura chimica di codeste zone dirò anzi tutto, che feci incidere delle tracce da scintille scoccanti fra elettrodi di varie sostanze; e cioè di platino, di alluminio, di rame, di zinco, di stagno, di ferro, di argento, di ottone e di carbone da pila; e non riuscii a notare alcuna sensibile differenza fra loro, esaminate sia ad occhio nudo sia col microscopio. Invece esse differiscono d'aspetto se si adoperano vetri di diversa natura, come dirò in seguito, o se s'adopera la mica od il quarzo; giacchè su quella le tracce sono assai distinte e sembrano prodotte da alterazioni chimiche per effetto del calore, e sul quarzo si producono delle immagini a colori cangianti, dovute forse ai fenomeni delle lamine sottili, e che si direbbero generate da particelle metalliche divelte dagli elettrodi.

E ritornando alle tracce sul vetro, dirò come parte di esse sono assai stabili ed aderenti; così stropicciate, ed anche fortemente con l'unghia, rimane inalterata affatto la zona grigia, mentre la gialla un poco si striscia: le altre zone invece più o meno facilmente si alterano, e specialmente quella al di là della limitante, o zona estrema, si esporta con facilità, e sembra formata da un semplice polviscolo depositato sul vetro; così che bene a ragione si disse quest'ultima zona accidentale, e non facente parte della traccia propriamente detta. Dalla zona scagliosa facilmente si riesce staccare delle lastrettine; e quando essa è molto screpolata, si può con facilità asportarne tutta intiera la parte superficiale, onde rimane lo strato inferiore e rugoso del vetro. Inoltre le tracce di scintille provenienti da elettrodi di platino o di ottone rimasero pressochè inalterate per l'azione prolungata dell'acido nitrico freddo o bollente, e per l'azione di una miscela dello stesso acido nitrico col muriatico; e solo dopo 10 o 12 ore di azioni di dette sostanze le tracce indicate apparvero pallide e prive delle ultime zone. Da questi fatti adunque io sarei inclinato a credere, che le varie zone delle tracce sieno generate dal calore che accompagna la scintilla nei varii suoi inviluppi, e per l'energia o durata sua il vetro superficialmente si screpola, e più o meno profondamente si decompone.

Quando si fa strisciare intiera la scintilla su una sola faccia d'una lastra, generalmente i due poli non lasciano immagini identiche; pure le differenze sono accidentali e non si riesce dal

loro aspetto determinare la natura dei poli. Inoltre se si dispone verticalmente la lastra fra i due elettrodi, così da avere sulle due sue facce le tracce, si osserva in generale che esse hanno diverso aspetto; e spesso una consta solo di una larga zona scagliosa, mentre l'altra si mostra del solito aspetto. Se però s'invertono i poli sulle due facce, si producono due nuove tracce affatto identiche alle prime, così che la loro differenza non è dovuta a diversità dei poli, ma a differenza delle due facce della lastra adoperata.

Lo studio inoltre di codeste tracce, praticate contemporaneamente sulle due facce di una stessa lastra, mi mostrò come le scintille che le producono sembrano attrarsi reciprocamente ; e ciò per le seguenti ragioni: 1. quando i poli sono di rincontro, e l'uno di rimpetto all'altro, le tracce che si producono sulle due facce sono alla minima possibile distanza fra loro: 2. quando una scintilla si biforca sull'una faccia, si biforca anche sull'altra, ed i rami e le tracce sulle due facce si corrispondono così da essere alla minima possibile distanza fra loro: 3. finalmente in alcune esperienze disponevo contro la lastra i due poli, situati a diversa altezza; quindi fatta scattare la scintilla, le tracce ottenute mostravano che la scintilla dell'un polo, per es. del positivo s'era abbassata fino all'altezza di quello negativo, quindi insieme ed alla minima distanza strisciarono sulle due facce del vetro e ne scavalcarono il bordo.

Sulle varie lastre, le tracce che si producono non sono sempre quali le abbiamo descritte: così su quelle di vetro da finestra la scintilla vi lascia una traccia come di vetro smerigliato, e rigato per traverso; ma osservate al microscopio, anche con piccolo ingrandimento, tali tracce si risolvono nella sola zona scagliosa consueta: e ciò fu da me constatato in vari esemplari di lastre ordinarie.

Per studiare l'impronta lasciata da una scintilla perpendicolare alla lastra, praticai in una di esse un sottil forellino di circa 1^m e vi feci passare la scintilla a traverso, quindi intorno al foro osservai le solite zone circolarmente disposte. Poscia tagliai due lastre, una col diamante e l'altra col carbone acceso; e riaccostati i frammenti feci scattare la scintilla attraverso la fenditura,

fra due elettrodi disposti perpendicolarmente alla lastra. Le tracce rimaste erano le consuete e sembravano come allungate ed ellittiche, con l' asse maggiore nel senso della fenditura. Sui bordi poi della fenditura mostravasi la sola zona scagliosa, più estesa quando prodotta da scintilla scattata fra palline che fra punte. Da ultimo appoggiai sopra una lastra di vetro A un' altra B perpendicolarmente, quindi disposi gli elettrodi sulle due facce della B e vi feci strisciar contro una scintilla così da venire a colpire la A; e su di essa rimase, dopo l' esperienza, una traccia deformata ed allungata secondo la linea di contatto fra le due lastre, e formata dalle solite zone. Detta traccia però mancava quando la B non era vicinissima alla lastra A.

Le tracce, come già si disse, sono di diversa larghezza, a seconda dell' energia della carica che le produce, ed ho cercato, con misure dirette, stabilire la relazione che passa fra queste due quantità. Le tracce furono osservate al microscopio, ad un ingrandimento di circa 15 diametri, e per mezzo della camera chiara ne fu schizzata su una carta la larghezza, compresa fra le due zone limitanti *gg*, indicate nella fig. 3ª, Tav. II. Queste zone viste a piccolo ingrandimento sono oltremodo nette e spiccate, così da permettere delle misure assai precise, che venivano sempre prese su tre o quattro punti di una stessa traccia. Qui di seguito sono riportate le misure di varie di codeste tracce incise da scintille di cariche diverse, ma di potenziali costanti, su pezzi di vetro di specchio, che non sempre erano state tagliate da una stessa lastra.

TABELLA I. (1)

N. bottiglie	Cariche C	Diametri ingranditi D	Diametri veri D_1	Rapporti $D^2_1 : C$
		I. SERIE		
1	4	14,64	0,732	0,1340
2	8	29,99	1,499	0,2809
3	12	35,62	1,781	0,2643
6	24	43,88	2,194	0,2006
24	96	103,00	5,150	0,2763
		II. SERIE		
1	4	10,4	0,520	0,0676
2	8	18,5	0,925	0,1068
4	16	28,2	1,410	0,1243
8	32	38,6	1,930	0,1164
		III. SERIE		
1	4	25,53	1,277	0,408
2	8	29,98	1,499	0,285
4	16	37,83	1,891	0,224
12	36	73,00	3,650	0,278
24	96	109,67	5,484	0,3125

Nella tabella precedente sono riportati il numero delle bottiglie, le cariche, i diametri apparenti e reali delle tracce, e nell'ultima colonna i rapporti $D^2_1 : C$ fra i quadrati dei diametri veri e le cariche. Ora tai rapporti, abbenchè oscillino un po' fra loro pure se si considera dall'una parte che dette oscillazioni sono capricciose e saltuarie, e se si pon mente dall'altra alla grande differenza delle cariche adoperate, che variano da 1 a 24 nella prima ed ultima serie, e da 1 ad 8 nella seconda, noi vediamo che tai rapporti possono riguardarsi come approssimativamente costanti.

Dopo questi primi tentativi ripetei nuove misure e con maggiore accuratezza. Feci perciò incidere le varie tracce sopra una stessa faccia di una medesima lastra di specchio tagliata in di-

(1) Gl'ingrandimenti adoperati furono i medesimi per ciascuna serie di misure, ma non dovettero essere i medesimi per le tre serie. Nel mio giornale non trovo indicazioni in proposito.

verse liste; e tenendo le stesse norme che precedentemente, ottenni una lunga serie d' immagini, assai belle (due per ogni carica), delle quali, nel modo consueto, presi in 3 o 4 punti per ciascuna traccia le misure, ed i risultati medii di esse sono riportati nello specchio seguente:

Tabella II.

N. Bottiglie N — I	Cariche C — II	Diametri veri D — III	Rapporti $D^2:C$ — IV	Differenza da 0,26 — V
1	4	1,04	0,27	+0,01
2	8	1,51	0,28	+0,02
4	16	2,17	0,29	+0,03
6	24	2,55	0,27	+0,01
8	32	2,96	0,27	+0,01
12	48	3,65	0,28	+0,02
16	64	4,40	0,30	+0,04
20	80	4,42	0,24	—0,02
24	96	4,73	0,23	—0,03
		media	0,26	

Le misure precedenti, che ancora si riferiscono a cariche diverse, ma di potenziali costanti, furono ripetute due volte e con grande accuratezza ed i risultati furono assai concordi, talmente che possono ritenersi come misure esatte in questo genere di ricerche; specialmente se si pon mente che le tracce non hanno una larghezza costante in tutta la loro lunghezza. Ora dalla IV colonna rilevasi che il rapporto $D^2:C$ è costante, oltre quanto si sarebbe potuto aspettare in simili misure, se si considera che le cariche variarono da 1 a 24. È vero però che gli ultimi due valori, relativi alle massime cariche sono un po' minori della media generale: ma se osserviamo quelli della penultima tabella, noi troveremo invece che i medesimi rapporti, relativi alle massime cariche adoperate, sono alquanto superiori alla media, quindi può ritenersi che dette differenze siano accidentali: talmente che da tutte queste misure io credo si possa ritenere come probabile, e nei limiti delle mie esperienze che:

Il quadrato del diametro delle tracce delle scintille è proporzionale alle cariche, di costante potenziale, che producono dette scintille.

E qui cade in acconcio ricordare come a simili conclusioni pervenni già altra volta misurando il diametro dei fori praticati nella carta da scintille provenienti da diverse cariche di costante potenziale. A tale scopo adoperai della carta da lettera, piuttosto grossa, e propriamente di quella che in commercio vien detta *vergata:* di essa tagliavo delle liste di quattro o cinque centimetri di larghezza, che sostenevo verticalmente per uno degli estremi, fra gli elettrodi in fili di platino di uno spinterometro, e vi praticavo 8 a 10 fori successivamente per mezzo di altrettante scintille. Poscia, con la lanterna Duboscq, proiettavo ingrandite le immagini di codesti fori, e di esse misuravo i diametri secondo due direzioni presso a poco perpendicolari fra loro, avendo però accorgimento di scansare quelle irregolarità eccessive che qualche volta nelle dette immagini si presentano. Codeste esperienze o misure si riferiscono alla scintilla congiuntiva scoccante fra fili di platino di 1 mill., mentre la scarica veniva promossa da un eccitatore a palline di ottone, onde queste nuove esperienze sono eseguite in condizioni analoghe alle precedenti, ed i risultati ottenuti sono qui di seguito riportati:

TABELLA III.

N.° bottiglie	Cariche C	Diametri I	Fori II	Diametri medi D	Rapporti $D^2:C$	Differenza da 11,83
5	5	6,6	8,9	7,8	12,15	+0,32
6	6	8,5	7,9	8,2	11,20	—0,63
8	8	9,2	9,6	9,4	11,05	—0,78
10	10	9,4	12,6	11,0	12,10	+0,27
12	12	11,6	12,7	12,15	12,22	+0,39
14	14	12,0	14,2	13,10	12,26	+0,43
				media	11,83	

II. SERIE

N.° bottiglie	Cariche C	Diametri I	Fori II	Diametri medi D	Rapporti $D^2:C$	Differenza da 10,74
4	6	6,8	9,0	7,7	9,88	—0,86
6	9	9,0	11,3	10,15	11,49	+0,65
8	12	11,6	11,9	11,95	11,51	+0,23
10	15	14,5	11,3	12,9	11,09	+0,77
12	18	13,7	13,2	13,45	10,05	—0,69
14	21	12,9	16,7	14,8	10,43	—0,31
				media	10,74	

Lo specchio precedente, disposto come gli altri, mostra tanto nella prima serie come nella seconda, che il rapporto $D^2:C$ è costante: il quale risultato concorda con quello più sopra enunziato. Onde passando dai diametri alle sezioni delle scintille, potremo dire, nei limiti delle mie esperienze, che

La sezione di una scintilla congiuntiva prodotta da cariche a potenziale costante è proporzionale alle cariche stesse.

Quindi ripetei le stesse esperienze e le medesime misure sui fori fatti nella carta dalla scintilla eccitatrice unica, scattante tra fili di platino di un eccitatore isolato, con una branca fissa ed una mobile, la quale si spingeva contro la fissa, subito dopo avere unito l'eccitatore, per mezzo di contatti a mercurio, alla batteria carica. I risultati medi di tali misure sono qui in seguito indicati:

TABELLA IV.

Cariche C	Diametri dei Fori I	Diametri dei Fori II	Diametri medi D	Rapporti $D^2:C$	Differenze da 7,58
			I. SERIE		
2	3,9	3,1			
2	3,3	3,2	3,4	5,78	—1,71
3	4,9	4,7	4,8	7,68	+0,10
4	5,4	5,25	5,3	7,02	—0,56
5	7,0	6,8	6,9	9,50	+1,92
6	7,2	6,9	7,1	8,40	+0,72
8	9,4	8,8	9,1	10,35	+2,77
10	8,6	8,2	8,4	7,06	—0,52
12	7,8	8,4	8,1	5,47	—1,11
14	10,4	9,1	9,8	6,86	—0,72
			media	7,58	
		II. SERIE con carta oleata			differenza da 3,12
4	33	3,2	3,25	2,64	—0,48
6	47	4,1	4,4	3,23	+0,11
8	45	4,5	4,5	2,53	—0,59
10	54	4,8	5,1	2,60	—0,52
12	68	6,7	6,75	3,80	+0,68
14	76	7,2	7,40	3,91	+0,79
			media	3,12	

I risultati della I. serie si riferiscono ai fori fatti nella carta più sopra indicata, e quelli della II. serie furono ottenuti adoperando la stessa carta stata prima oleata; ed in essa i fori furono sensibilmente più piccoli, forse perchè detta carta è più coibente. In entrambi le serie i rapporti $D^2 : C$ sono, sebbene con minore regolarità che precedentemente, presso a poco costanti, specialmente se si pon mente che le deviazioni dalla media per una data carica non sono nelle due serie nè eguali nè nel medesimo senso, e quindi esse devono attribuirsi probabilmente ad errori d'esperienze: e perciò potremo dire, almeno come probabile, e nei limiti delle mie poche esperienze che:

Il quadrato del diametro dei fori praticati nella carta da scintille eccitatrici a potenziali costanti, o forse ancora che la sezione di esse, è proporzionale alle cariche stesse.

Ma è necessario di dire che pel piccolo numero di esperienze i precedenti risultati, e più specialmente gli ultimi, hanno bisogno di essere confermati da ulteriori ricerche.

Poscia volli determinare l'effetto dei potenziali sulla larghezza delle tracce, e perciò ne incisi varie su di una istessa faccia d'una medesima lastra, per mezzo di scintille congiuntive prodotte da una carica di 36 unità comunicate successivamente ad un diverso numero di bottiglie eguali. Le misure delle tracce eseguite col metodo solito, della camera chiara, dettero i resultati seguenti:

TABELLA V.

Cariche 36. Elettrodi fili platino — Ingrandimento 20 diametri

N. Bottiglie	Figure misurate	Diam. ingranditi D	Medie di D	Diametri veri d
8	I	72		
		71,5		
		72,1		
	II	73,0		
		72,2	70,27	$3^{m},51$
		72,8		
	III	66,5		
		65,3		
		68,0		
16	I	68,5		
		70,4		
		69,0		
		64,2		
	II	68,0	65,71	3,29
		69,1		
		68,0		
	III	60,0		
		61,0		
		61,3		
20	I	56,5		
		58,1		
		56,6		
		60	58,60	2,93
	II	60		
		60,5		
		59,5		

Le misure seguenti furono ricavate da una seconda lastra:

N. Bottiglie	Figure misurate	Diam. ingranditi D	Medie di D	Diametri veri d
8	I	77,2		
		77,7		
		80,0	79,57	$3^{m},98$
	II	78,0		
		81,0		
		83,0		
12	I	65,5		
		65,3		
		66		
		64		
	II	69,8		
		73,3	70,47	3,52
		71,5		
	III	76		
		74		
		74		
16	I	66		
		62,9	63,97	3,20
		63		

Dalla tabella precedente risulta chiaro che i diametri delle tracce vanno lentamente, ed assai regolarmente decrescendo, col potenziale delle cariche.

Queste medesime esperienze volli poscia ripetere per mezzo dei fori praticati dalle scintille nella carta; e perciò operando sulla scintilla congiuntiva con carica costante e potenziali diversi, ottenni i dati seguenti:

TABELLA VI.

N. Bottiglie	Diametri dei fori I	Diametri dei fori II	Diametri medi D
I. SERIE — Cariche 8; scintilla congiuntiva 5mm, tra fili di platino			
4	10,9	11,2	11,1
5	10,6	9,0	9,8
6	8,6	9,8	9,2
8	9,3	7,3	8,3
10	8,3	7,1	7,7
12	5,9	5,8	5,9
14	7,66	7,6	7,6
II. SERIE — Scintilla congiuntiva 2mm,5, fra palline ottone di 12mm,5 di diametro			
4	10,7	11,5	11,10
6	14,7	11,95	13,33
8	11,0	12,0	11,50
10	10,6	11,1	10,85
12	11,1	9,8	9,95
14	7,0	8,8	7,90

Le due serie di esperienze che precedono mostrano che i fori fatti nella carta, dalla scintilla congiuntiva di una carica costante (8 unità), vanno lievemente decrescendo col decrescere del potenziale della carica. Questi risultati adunque, ottenuti con metodo affatto diverso dal precedente, conducono alla medesima conclusione; che perciò acquista maggiore probabilità. E passando, sia dalle tracce, sia dai fori fatti dalle scintille, alla grossezza della scintilla che li produssero, potremo dire che:

La sezione delle scintille di una data carica decresce lentamente col decrescere del potenziale di essa.

Intorno però a tutte codeste misure, io mi propongo eseguire ulteriori indagini.

RIASSUNTO.

Le frange o scintille luminose che si producono nei condensatori che si caricano o scaricano istantaneamente, alterano la loro vernice e vi rimangono lievi impronte. Se si fa strisciare una poderosa scintilla d'una batteria su una appropriata lastra da specchio, vi si produce una traccia assai vistosa, e che risulta di più zone a diversi colori; le quali viste con un ingrandimento di 20 a 30 diametri, sono le seguenti principali:

1.ª Una zona assiale *scagliosa*, formata da vetro quasi terso, tutto screpolato superficialmente, così da formare una specie di pavimento a lastre irregolari poligonali.

Quindi procedendo verso uno dei lati (la traccia è simmetrica rispetto alla zona scagliosa) si ha:

2.ª Una zona grigia punteggiata, formata come da tanti piccoli globettini irregolarmente disseminati e confitti nel vetro screpolato;

3.ª Una zona gialla punteggiata, costituita di corpiciattoli più piccoli, più fitti e più regolarmente disseminati dei precedenti, e confitti del pari nel vetro screpolato;

4.ª Una zona come di vetro appannato;

5.ª Una zona *limitante*, formata come da una striscia di vetro superficialmente rotto, con la quale pare la traccia si termini;

6.ª Una zona ultima bianca.

A forte ingrandimento (700 diametri circa) la zona 4ª si vede essere formata come da vetro solcato da linee curve, che s'intrecciano a forma di rete, nella quale trovansi pochi di quei corpiciattoli notati nelle zone punteggiate. La 6ª zona pare risulti da polviscolo, forse di vetro, spintovi dalla scintilla; la traccia della quale perciò si terminerebbe colla zona limitante. Le altre zone viste a forte ingrandimento non mostrano particolarità degne di nota.

La zona scagliosa producesi solo con le energiche scintille: perciò le tracce di queste scintille mostrerebbero che la maggiore energia termica loro trovasi secondo il proprio asse, ove formasi la detta zona scagliosa.

Le tracce variano con la natura delle lastre e non con quella degli elettrodi, e sono quasi inalterabili all'acido nitrico ed all'acqua regia; onde può ritenersi che esse sieno dovute al calore della scintilla, che screpola il vetro, e più o meno profondamente lo decompone.

Non tutti i vetri, nè le due facce d'una medesima lastra son sempre adatte a queste ricerche.

Sul quarzo le scintille vi lasciano delle lievi tracce, forse dovute a particelle divelte dagli elettrodi.

Quando la scintilla striscia sulle due facce d'una lastra, le tracce su di esse rimaste mostrano quasi esservi stata attrazione fra le due parti della scintilla striscianti sulle due facce.

Le tracce essendo ben limitate dalla zona limitante, potei eseguire col microscopio e con la camera chiara, una serie di misure sulla larghezza loro. Quindi altre misure eseguii sui diametri di fori fatti dalle scintille in opportune strisce di carta, ed i risultati tutti abbastanza concordi mostrarono con una certa approssimazione che:

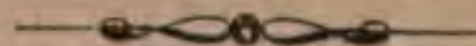
1.° Il rapporto fra i quadrati dei diametri delle tracce o dei fori, e le cariche, a potenziali costanti, è costante.

2.° Il diametro delle tracce o dei fori decresce un po' col decrescere del potenziale di una carica costante.

E se è permesso risalire da questi risultati alle sezioni delle scintille, potremo anche dire:

1.° Che la sezione della scintilla è proporzionale alla carica di potenziale costante, che quella produce.

2.° Che la sezione della scintilla decresce lentamente col decrescere del potenziale di una carica costante.



RIVISTA

Comptes Rendus.

(Fine del secondo semestre, 1883).

N.° 19. — M. QUET. *Sul potenziale della forza di induzione dovuta ad un solenoide chiuso, la di cui corrente varia di intensità. Analogia con un teorema di elettromagnetismo. Esperienza del Felici.* — Nella anzidetta esperienza un solenoide chiuso induce una corrente sopra un circuito filiforme, chiuso, quando la sua corrente varia di intensità; ed ora l' A. trova la ragione di tal fatto nel teorema seguente, che egli deduce dalla sua nuova teoria.

« Il potenziale della forza di induzione dovuta ad un sole-
« noide chiuso, e la di cui corrente varia di intensità, è propor-
« zionale, in parità di circostanze, all'angolo sotto il quale la
« direttrice è vista dal punto di applicazione della forza ».

Come già facemmo osservare altra volta, l' A. ha pubblicate nei *Conti resi* molte Note, o sunti, della sua teoria e delle sue applicazioni a più casi particolari, le quali Note si collegano fra loro per le formule diverse, talchè un chiaro sunto anche della presente Nota ci resterebbe troppo difficile; ma ci proponiamo di dare in seguito un sunto di quella nuova teoria.

M. G. LE GOARANT DE TROMELIN. — *Sopra un nuovo galvanometro aperiodico.* — Se ad un galvanometro astatico si aggiunge un terzo ago, al di sotto del telaio, paralello agl' altri due, e volto coi poli di nome contrario a quelli dell' ago che gli sta sopra, si triplica la sensibilità del galvanometro. Di più, l'A. rende il telaio mobile, e fissi gli aghi. Un tale galvanometro è costruito dalla casa Breguet; ma invece di aghi vi sono tre calamite a ferro di cavallo, a branche molto vicine, e sono poste orizzontalmente, l'una al disopra dell' altra, distanti di cinque millimetri. Il telaio gira attorno ai due poli della calamita di mezzo, avendo spazio per 20° di deviazione da ogni lato. Il filo del telaio è leggiero, ed è normale all' asse delle calamite; la corrente gli arriva dal filo di sospensione. È completamente aperiodico, e delicatissimo.

M. G. FOUSSEREAU. *Sulla resistenza elettrica di varie sostanze isolanti.* — Nei *Conti resi* del Luglio e del Marzo 1883 l'A. ha descritto il metodo suo per la misura di quella resistenza, ed ora presenta alcuni resultati. Per la porcellana essa è dello stesso ordine di grandezza che per il vetro a base di piombo. In millioni di mégohms, e per centimetro cubo, è di 751, a 60°, e di 0,052 a 180°. Per lo zolfo, fuso e poi raffreddato lentamente allo stato prismatico, si ebbe 7,39 a 112°, e 3930 a 69°. La resistenza del fosforo solido è di 84000 mégohms a 15°, e di 15600 a 42°. Passando allo stato liquido lo zolfo diventa 40 volte più conduttore. Facendo variar la temperatura lentamente da 114° a 150° onde lo zolfo prenda il suo stato definitivo, dopo si osserva che la resistenza diminuisce elevando la temperatura, e cresce al diminuire della temperatura. Se lo si lascia cristallizzare in prismi e poi si rifonde, si osserva, per le stesse temperature, una diminuzione di resistenza. Altre secondarie osservazioni dello stesso genere, per lo zolfo e pel fosforo, sono contenute nella Nota dell'A.

20. — M. E.-H. AMAGAT. *Sui pirometri a circolazione di acqua.* — Quando in un tubo metallico a pareti sottili e ad alta temperatura, si fa passare una corrente di acqua, questa non si riscalda che di pochi gradi, anche per una velocità molto moderata. Su questo principio l'A. fece costruire un pirometro. L'A. vuol precisare la sua priorità. Le sue esperienze datano dal 1880, e prese un brevetto nel febbraio 1882, ma seppe che il Violle aveva avute le stesse idee e fatte delle esperienze, delle quali però non fece conoscere i resultati; e inoltre seppe che quando egli, l'A. cominciava le sue ricerche, M. di Saintignon aveva preso un brevetto per un simile pirometro. Però l'A., senza descrivere maggiormente alcun pirometro, accenna alcune differenze di costruzione fra il suo e quello del Saintignon. L'A. conclude che tali pirometri daranno all'industria molta utilità. Ne funzionò uno con molto successo nella manifattura di Sevres.

M. L. SIMONOFF. *Sopra un fotometro ottico.* — È un piccolo cannocchiale fatto di tre tubi, che scorrono l'uno dentro l'altro. Nella estremità anteriore del secondo tubo è uno scherma con cifre che si devon leggere per trasparenza; e la estremità anteriore del primo tubo ha un porta diafragmi di varie grandezze. Volgendo l'istrumento verso la sorgente luminosa, si guar-

da quello scherma dall' oculare del terzo tubo, e si metton diafragmi via via più piccoli fino a che non si posson più leggere le cifre. Si nota il numero del diafragma, e poi si ripete la esperienza con un' altra sorgente conosciuta. Il rapporto inverso dei quadrati dei diametri dei diafragmi, è la misura cercata. Vi è un dischetto di vetro, translucido, fra il diafragma e lo scherma.

M. E. REYNIER. *Sulla misura delle forze elettromotrici.* — Le forze elettromotrici delle coppie *ad un solo elettrolite,* quelle che ora nei trattati si dicono *ad un sol liquido,* sono variabili e sembrano dipendere dalle dimensioni relative degli elettrodi, per cui l'A. si è proposto di determinare per ogni coppia il valor massimo ed il valor minimo possibile di tal forza. Per avere il valor massimo fa l'elettrode positivo con una superficie 300 volte quella dell' elettrode negativo, ridotto ad un filo grosso tre millimetri; e viceversa per avere il valore minimo. Con tali coppie l' A. ha esperimentate diverse combinazioni voltaiche, ad un solo elettrolite. Ci limitiamo al dato seguente.

Con 1000 volumi di acqua e 2 di acido solforico monoidrato, e con zinco per elettrode negativo; se è zinco ordinario e l'elettrode positivo è di rame, si ha in *volts* 0,94 pel massimo, e 0,194 pel minimo. Se lo zinco è amalgamato, si ha 1,072 pel massimo, e, 0,272 pel minimo. Di liquidi, oltre l' accennato, non furono esperimentate che delle soluzioni di cloruro di sodio, e di cloruro di zinco; e per molti casi non fu determinato il valor massimo.

M. PIERRE PICARD. *Metodo breve per la misura del lavoro generato od assorbito da una macchina dinamoelettrica.* — L' A. fa uso dello *statometro,* apparecchio da lui inventato, e che si compone di un manicotto da stringersi sull' albero od asse della macchina, e che è munito di un lungo braccio L equilibrato da un contrappeso, e di un bacino per il peso P. É dunque una disposizione simile a quella del freno di Prony. Si manda nella macchina una corrente *i* intensa quanto si richiede per saturare gli induttori. L' anello tenderebbe a girare, ma sta in equilibrio mediante i pesi dello statometro.

« Lo statometro è, in queste condizioni, la immagine per-
« fetta di un freno di Prony che fermerebbe completamente il
« motore. La espressione del lavoro sarà la stessa:

$$W = \frac{2\pi LPN}{60} = 0$$

« N è il numero dei giri per minuto. W è zero perchè lo è N;
« ma noi possiamo far le operazioni sopprimendo N, ed avremo
« la espressione

$$\frac{\pi LP}{30}.$$

Questa espressione è ottenuta con una corrente i, e dunque per l'unità di corrente dovremo dividerla per il valore di i. Il valore $\pi LP/30.i$ è chiamato dall' A. la *costante statometrica* K della macchina. Quando poi la macchina funzionerà, il lavoro sarà espresso sempre da W = KIN, I essendo la corrente ed N il numero dei giri realmente eseguiti al minuto.

21. — M. CAILLETET. *Produzione di bassissime temperature per mezzo di apparecchi continui.* — La rapidissima evaporazione dell' etilene liquido proiettato sopra il corpo a raffreddarsi, non lascia tempo a quest' ultimo di mettersi in equilibrio di temperatura con l' etilene stesso. Per evitare tal inconveniente l' A. ha un cilindro di acciaio, perfettamante chiuso, e con entro un serpentino di rame le di cui estremità sporgono fuori dal cilindro. L'etilene si fa espandere nel cilindro e sopra il serpentino, per mezzo di una chiavetta speciale. Due tubi di rame penetrano nel cilindro; l' uno in comunicazione con la valvola di aspirazione di una pompa a stantufo di mercurio, la quale può fare un vuoto quasi perfetto, e l' altro tubo riceve l' etilene compresso dalla pompa, e lo riconduce, raffreddato dal cloruro di metile, al disopra della chiavetta di espansione. Così si ha un ciclo chiuso che si può ripetere a piacere. L' A. spera di ottenere così ossigene liquido in gran quantità, ed altri interessanti resultati.

M. F. GRIVEAUX. *Sull' energia elettrochimica della luce* — L' A. non fa che una descrizione in termini generali del suo apparecchio, perchè le sue esperienze non sono terminate. Esso in luogo di misurar le correnti, misura le forze elettromotrici prodotte. Segue il metodo del *potenziometro* di Clark; come pila di confronto ha degl' elementi Latimer-Clark. Una pila Daniell serve pel circuito chiuso; e le pile sono nel ghiaccio in fusione per te-

nerle a temperatura costante. Un elettrometro Lippmann nel circuito della pila fotochimica, serve per le misure. Un galvanometro Ruhmkorff è nel circuito della pila Latimer Clark. Le due resistenze il di cui rapporto deve dare il rapporto fra le forze elettromotrici, sono date da due reostati Poulliet a filo di platino, e munite di scale divise in millimetri, con nonii. Le lamine sono in argento puro; e per sensibilizzarle sono immerse, come elettrodi positivi, in una soluzione a un decimo di bromuro o di ioduro di potassio, stando di fronte ad una lamina di platino della stessa estensione. La corrente è data da un elemento Daniell a soluzioni sature di solfato di rame, e di solfato di zinco, filtrate.

22. M. MASCART. *Sopra una bussola magnetica ad induzione.* — È noto l'induzionometro di Weber per determinare la inclinazione magnetica; ma ora l'A. per il medesimo scopo, parte dal fatto che correnti indotte in un tale apparecchio debbano esser nulle quando l'asse di rotazione è paralello alla direzione della forza magnetica. Per seguire questo suo metodo il Mascart fece costruire un opportuno apparecchio, che è facilmente trasportabile e che ha una precisione come quella ottenibile da una buona bussola di Brunner.

MARCEL DEPREZ. — *Sul sincronismo elettrico di due moti relativi, e della sua applicazione per una nuova bussola elettrica.* — Due corpi ruotano, con differenti velocità, attorno ad uno stesso asse: trovare il modo di riprodurre il loro spostamento relativo, a distanza ed in un numero qualunque di punti diversi per volta, ottenendo un sincronismo assoluto. Ciò detto, l'A. passa a descrivere come egli ha risoluto il quesito, servendosi di un anello Pacinotti posto come per l'ordinario fra i poli di un magnete, il quale però è mobile esso pure attorno l'asse dell'anello; e servendosi di un altro apparecchio chiamato *comparatore anulare* pure inventato dallo stesso autore, nel 1881. Ma di tale descrizione, fatta senza figure, già faticosa e non facile a intendersi, un sunto non sarebbe possibile.

E.-E. BLAVIER. *Studio delle correnti telluriche.* — Il Congresso 1881 degli elettricisti aveva già raccomandato questo studio, che fu eseguito dall'A. mercè alcune linee telegrafiche sotterranee di recente costruite dal Governo. I resultati importanti

ottenuti dall' A., sono che la direzione e la intensità delle correnti telluriche dipendono soltanto dalla differenza di potenziale, fra i punti estremi del filo conduttore che sono in comunicazione col suolo. Infatti, due fili, l' uno aereo e l'altro sotterraneo diedero gli stessi resultati, per gli stessi punti scandagliati. Le correnti secondarie dovute all' induzione, alle derivazioni ed alla elettricità atmosferica, stante la loro breve durata non modificano le curve ottenute mediante apparecchi di registrazione fotografica. Le correnti variano continuamente di senso e di intensità, ma fino ad ora è difficile lo scoprirci una legge; solo si vidde, che, per le linee che vanno dal Nord al Sud, dalle 9 ant. a mezzogiorno la corrente tellurica va dal Nord al Sud, ed ha un massimo alle 10,30′ ant. L' A. continua le esperienze.

M. QUET. *Sopra la induzione prodotta da lontano, da un sistema qualunque di piccole correnti piane di intensità variabile. Solenoide sferico equivalente.* — È un seguito alle Memorie sulla teoria dei fenomeni elettrodinamici, pubblicate dall' A. successivamente con sunti nei *Conti resi.* Questa Nota, o sunto, è soltanto di calcolo, e non sarebbe possibile farne un altro sunto più breve, perchè le sue formule si riferiscono ad altre dei sunti precedenti.

MM. E. BICHAT ed R. BLONDLOT. *Misura della differenza di potenziale degli strati elettrici che ricuoprono due liquidi a contatto.* — Due vasi, X ed Y, contengono uno stesso liquido L e sòno riuniti da un sifone. Gli elettrodi in platino P_1 e P_2 pescano l' uno in X e l' altro in Y, e P_1 comunica coi settori (1,1), P_2 coi settori (2,2) di un elettrometro Thomson-Mascart. L' ago prende una posizione diversa da quella *zero* dell' elettrometro, perchè generalmente le lamine P_1 e P_2 non sono esattamente identiche; ma si nota la divisione *n* della scala che corrisponde alla posizione nuova dell' ago.

Si leva quel sifone, e si mette un terzo vaso *z* contenente un altro liquido L′, e si unisce X con Z per mezzo di un sifone chiuso da una membrana, e pieno del liquido L. La differenza elettrica apparente, che indicheremo con L/L′, fa sì che l' ago prende un' altra posizione di equilibrio. Intercaliamo ora fra P_1 ed i settori (1,1) una forza elettromotrice variabile e misurabile, perchè data da una derivazione del circuito di una pila; modifi-

cando convenientemente tal forza potremo ricondurre l'ago alla precedente posizione indicata dalla divisione *n*, e quella forza ci indica il senso ed il valore di L/L'.

Ma prima di tutto convenne rendere uguali fra loro i potenziali degli strati di aria a contatto del liquido L nel vaso Y, e del liquido L' del vaso *z*. L'apparecchio adoperato dagl' autori a quest' ultimo scopo è simile a quello a goccie, del Thompson per la elettricità atmosferica, e questa nota ne ha i disegni e la descrizione. In altra occasione gli autori diranno i resultati ottenuti.

M. W. di W. ABNEY. *Lunghezze d' onda delle strie* A *ed* a.— L'A. ha veduto che in una carta del Fiévez, dello spettro solare da C ad A, vi sono delle discordanze fra i valori ottenuti da lui e quelli del Fiévez, e che molte strie da lui misurate non sono neppure indicate in quella carta. Siccome passerà ancora qualche tempo prima che la carta a cui lavora l'A. insieme col prof. Rowland sia pubblicata, così l'A. pubblica ora le misure per diverse strie del rosso e dell' infrarosso.

M. F. LARROQUE. *Microtermometro per la misura di piccole variazioni di temperatura.* — È un *termometro a versamento* a scala corta. L' A. non lo descrive, ma dice di averne costruiti con tubi capillari così fini e cilindrici, che con un ingrandimento di 250 sembravano appena due terzi di millimetro. Essi possono valutare delle variazioni di un millesimo di grado.

23. M. J.-L. SORET. *Sullo spettro di assorbimento del sangue nel violetto e nell' ultra violetto.* L' A. scoprì già la striscia di assorbimento del sangue nel violetto (*Arch. des Scien., de Genève,* 1878). Essa è distintissima col sangue diluito al millesimo, e con una grossezza di 10 mm. Occupa la metà dell' intervallo fra G ed H. Col sangue trattato all' ossido di carbonio, essa è spinta verso il rosso. Con la luce della scintilla di induzione, ed impiegando lo spettro ad oculare fluorescente, si osservano pel sangue due nuove striscie di assorbimento; l' una in C*d*12 probabilmente dovuta all' emoglobina, e l'altra in C*d*17 che è quella della *serina.* L' A. dà come esempi alcuni resultati numerici ottenuti con del sangue di bove defibrinato.

MM. E. BICHAT ed R. BLONDLOT. *Misura della differenza di potenziale di due strati elettrici nel contatto di due liquidi.* —

Gli autori indicano prima una semplificazione nel metodo da loro impiegato, e qui più sopra descritto, e poi i resultati ottenuti. Ci limitiamo ai seguenti esempi.

Per una soluzione di acido solforico a un decimo in volume, ed una soluzione normale di solfato di soda, si ebbe . . . —0,148 volt.

Per una soluzione di potassa, 100 gr. potassa e 500 di acqua, ed una soluzione normale di solfato di soda, si ebbe. . . +0,154 volt.

Per una soluzione satura di solfato di rame, ed una soluzione normale di solfato di soda, non si ebbe nulla.

M. LUCIEN LEVY. *Sopra una esperienza del Desains; determinazione delle costanti ottiche di un cristallo.* — È nota la bella esperienza del Desains nel dirigere un fascio conico di raggi luminosi sopra un cristallo birefrangente a faccie parallele, in modo che l'asse del cono sia normale alle faccie, e che il cono converga in un punto della faccia di entrata. Allora sopra uno scherma parallello alle faccie si vedono due curve luminose, una circolare e l'altra ovale. È noto che il Desains diede nel suo trattato di fisica l'equazione approssimata, per la ovale. Ora l'Autore dimostra che quest'ultima ha due assi di simmetria, e dalla sua forma, con misure micrometriche da farsi sullo scherma, ne deduce i valori delle costanti ottiche.

24. M. F. LARROQUE. *Osservazioni relative al modo di osservare le correnti telluriche.* — L'A. muove alcuni appunti alla Nota del Blavier qui più sopra indicata, e dice che si crede di operare con la terra come se si trattasse di derivare delle correnti di una pila. Senza dubbio, la terra è percorsa da correnti, ma, egli dice, è ugualmente certo che la terra manifesta in tutti i punti della sua superficie delle cariche statiche, per cui un filo conduttore può non derivare ma esser egli cagione di una corrente che prima non avrà esistito. L'A. fa ancora alcuni appunti, per gli errori che provengono dal modo col quale si stabiliscono i contatti del filo col suolo (1).

25. M. MORISOT. *Sulle misure dei calorici specifici e delle conducibilità.* — L'A. presenta delle nuove formule, dalle quali

(1) Nelle *Mem. della Società Ital. delle Scienze*, 1867, il Matteucci stampò una *Memoria sulle correnti telluriche*, la quale non è forse nota ai sopra menzionati autori. R. F.

mediante alcune determinazioni esperimentali, si possono avere quelle misure. Ma per intendere chiaramente il metodo dell' A. non basterebbe la Nota, ossia il non completo sunto, che ora presenta all' Accademia, e converrebbe rifarsi da una tesi sostenuta dall' A. nel 1882 davanti alla Facoltà di Parigi.

26. M. E. DUCRETET. *Sopra la graduazione* (étalonnage) *dei galvanometri.* — Le variazioni del campo magnetico, dovute sopratutto alle variazioni del *magnete direttore* del galvanometro, rendono spesso necessaria la verificazione di quella graduazione. A tale oggetto l' A. trasforma, con rocchetti di filo, quel magnete in un elettromagnete; e poi lo magnetizza con delle Daniell a grande superficie; ed ogni volta che si vuol far quella verificazione si manda nei rocchetti, durante uno stesso tempo, quella stessa corrente.

27. M. E.-E. BLAVIER. *Risposta alle osservazioni di M. Larroque, relativamente alle correnti telluriche.* — La nota di M. Larroque è riferita brevemente qui più sopra. Circa alle cariche statiche, il Blavier risponde che queste essendo accidentali, e durando pochissimo, non possono influire sui resultati delle sue esperienze. Quanto ai contatti delle estremità delle linee col suolo, egli dice di aver adoperate delle masse di ferro che davan luogo a forze elettromotrici trascurabili. Quanto alla influenza della variabilità nella resistenza del suolo, fa osservare che doveva esser nulla in un circuito la di cui resistenza totale era di 10000 Ohm.

M. S. WROBLEWSKI. *Sulla temperatura dell' ossigeno bollente, e sulla solidificazione dell' azoto.* — A — 136°, l' idrogeno non si liquefà, neppure a 150 atm. e se allora si espande istantaneamente nessuna nebbia si produce nel tubo. Per liquefar l'idrogeno la temperatura deve essere inferiore alla minima che si ha dall' etilene liquido bollente nel vuoto; ma invece dell' etilene si può adoperare l' ossigeno. L' A. ha già fatto conoscere all'Accademia come si può liquefare l' ossigeno facilmente, e in quantità considerevoli. Liquefatto in gran quantità ed evaporato bruscamente sopprimendo la pressione, l' ossigeno non si solidifica come l' acido carbonico, ma forma un residuo cristallino immerso nell' ossigeno, e che scompare quando la temperatura aumenta. L'A. è incerto se quei cristalli son di ossigeno puro o se provengono

da impurità possibili. L'impiego dell'ossigeno è difficile perchè convengono apparecchi di gran resistenza. L'A. non ottenne ossigeno liquido alla pressione di una sola atmosfera; ed ha dovuto mettere i corpi da raffreddarsi in apparecchi pieni di ossigeno liquido, ed approfittarsi soltanto del freddo dell'ossigeno che bolle al cessar della pressione. Ma vi è un serio pericolo di esplosione, ed è necessario tenere una maschera al viso. Con apparecchi termoelettrici, che non descrive, l'A. ottenne approssimativamente per quella temperatura —186° centigradi. A questa temperatura, l'azoto compresso ed esposto ad una debole espansione, si solidifica, cade come neve, in cristalli di rimarchevoli dimensioni.

Journal de Physique 1883.

(Continuazione).

H. PELLAT. *Osservazioni relative ai doppi strati elettrici* (1). Sia piana la superficie S di separazione dei due corpi A e B; lungi da S in A e B i potenziali V_1 e V_2 sono costanti ma differenti. Nella regione di S il potenziale varia da V_1 a V_2 ma non può variare bruscamente, altrimenti si avrebbero forze infinite, e le linee di forza saranno rette normali ad S. Se x è una lunghezza contata sopra una di quelle linee, la forza agente nell'unità di elettricità, e proveniente dalla elettricità libera sarà espressa da $-\frac{dV}{dx}$.

Attraversando la regione in cui è S, $-\frac{dV}{dx}$ va aumentando partendo da zero, e poi va diminuendo ritornando a zero. Dunque la derivata di $\frac{dV}{dx}$ non è costantemente nulla; e se ρ indica la densità elettrica in un punto qualunque si avrà

$$-4\pi\rho = \frac{d^2V}{dx^2},$$

poichè le due derivate del potenziale, relative agli altri due assi ortogonali, sono nulle. La densità ρ ha dunque dalle due parti

(1) Vedi nell'ultimo tomo del *N. Cimento*, p. 271, un sunto di un lavoro del Lippmann.

di S dei valori positivi e negativi: cioè vi ha doppio strato elettrico.

Per più chiarezza, l'A. fa una costruzione grafica, prendendo per asse delle x una linea retta normale ad S, ed indicando i potenziali in A e in B con due rette paralelle alla x ad altezze proporzionali a V_1 e V_2. Ma queste due linee, rette fino a che son lungi sufficientemente da S, saranno in prossimità dalla regione di S riunite coi loro estremi a e b da una linea curva che presenterà almeno un punto di inflessione I.

Sia un canaletto normale ad S, di sezione σ e di lunghezza dx, la quantità di elettricità che vi è contenuta sarà

$$dq = \rho\sigma dx = -\frac{\sigma}{4\pi}\frac{d^2V}{dx^2}.dx .$$

Indichiamo con x_1 la ascissa corrispondente al punto di inflessione, e con $\left(\frac{dV}{dx}\right)_1$ la derivata del potenziale in questo punto; si avrà

$$q = -\frac{\sigma}{4\pi}\int_{-\infty}^{x_1}\frac{d^2V}{dx^2}dx = -\frac{\sigma}{4\pi}\left(\frac{dV}{dx}\right)_1 ,$$

poichè $\frac{dV}{dx}$ è nulla alla superficie lungi dalla superficie S. Da ciò si vede che quanto più è rapida la caduta del potenziale, quanto più la tangente d' inflessione fa con le x un angolo vicino all'angolo retto, e tanto più q si avvicina all' infinito. Dunque nei doppi strati devono essere enormi le quantità di elettricità. Se malgrado ciò la forza $\frac{dV}{dx}$ l' equilibrio esiste, bisogna che vi sia un' altra causa, non elettrica, che vi faccia equilibrio. Volta la attribuì all' azione della materia sulla elettricità, e l'A. inclina verso quella ipotesi, giudicando però necessario che sia estremamente piccolo il raggio di attività della materia sulla elettricità. In prossimità di S, che separa sostanze eterogenee, la risultante delle azioni dei due corpi A e B può non esser nulla, e per l'equilibrio può esser necessaria una tale distribuzione della elettricità. L' Helmholtz ammise e sviluppò la ipotesi di Volta, e il Clausius

ne ammise la probabilità; ma per spiegare il fenomeno Peltier credè necessario che una parte, minima, della forza elettrica fosse equilibrata dal calore.

M. A. ROSENSTIEHL. *Definizione dei colori complementari.* — Dopo diverse considerazioni sulle note esperienze, l'A. conclude che « i colori complementari son quelli che mescolati « a due a due in proporzioni determinate, producono il bianco; « e che il fenomeno è dovuto all'organismo speciale dell'occhio ».

M. J. MACÉ DE LÉPINAY. *Teoria delle curve incolori nei cristalli a due assi.* — E. Lommel pubblicò una teoria generale di tal genere di curve; ma ora l'A. fa vedere che nel 1876 esso pervenne, con un calcolo più semplice di quello del Lommel, agli stessi resultati.

M. E. DEBRUN. *Nuovo relais elettrocapillare.* — La parte essenziale consiste in un tubo di vetro semicapillare pieno di acqua acidula, e con dentro una lunga goccia di mercurio. Sta posato orizzontalmente sul giogo di una specie di bilancia, e può esser percorso da una corrente; perchè le sue estremità sono saldate ciascuna ad un tubicino di vetro, che scende verticalmente. Così è una specie di sifone che riunisce i liquidi di due vasi, che servono per trasmettere la corrente. Come è nota la bolla si muoverà secondo la direzione della corrente, e facendo inclinare quel giogo, potrà aprire o chiudere un circuito.

M. F. GRIVEAUX. *Dimostrazione esperimentale della diversa velocità di propagazione del suono nei gas e nei solidi.* — Per descrivere tutto l'apparecchio ci vorrebbe una figura; ma limitiamoci all'essenziale, che il resto ogni insegnante lo potrà fare da sè per la lezione. Si ha un tubo di vetro chiuso da una parte con una membrana, e si ha un regolo di abete lungo quanto il tubo. Son posti orizzontalmente, vicini con due estremità, e lontani di un poco con le altre due, formando un V. Poi si ha un galvanometro ed una pila, uniti fra loro con un sistema di fili, serrafili e molle prementi per chiudere circuiti, e tale che se una pressione si esercita in un dato punto *a*, prima che in un altro punto *b*, o viceversa, il galvanometro che prima sta a zero, devia da una parte o dall'altra. Su quei due punti *a*, e *b* toccano, senza pressione le estremità libere di quel V, talchè se con un piccolo tamburo si suona vicino alla punta del V, l'ago devia

mostrando che la velocità è maggiore nel regolo di abete che nel tubo pieno di aria.

M. S. LEMSTROM. *Esperienze sull'aurora boreale in Lapponia.* — Nel Novembre 1871 in Lapponia, sul vertice del Luosmavaara, 170 m. al disopra del lago di Enare, e sopra un alto palo di legno, l'A. collocò una corona fatta con punte fine di rame disposte verticalmente all'intorno di un anello di filo di rame, che le riuniva metallicamente. Un filo di rame metteva la corona in comunicazione con un galvanometro distante 4 kilom., mentre l'altro capo del galvanometro comunicava con un platino a molta profondità nel suolo. Nel 27 Novembre si mostrò un'aurora polare *che cominciò con un solo raggio diritto sopra il monte,* e che allo spettroscopio mostrava la solita stria giallo-verdastra. Dalle osservazioni fatte dall'A. non rimane alcun dubbio che quel raggio sia stato prodotto da quello stesso apparecchio; talchè l'A. conclude che l'aurora polare è un fenomeno elettrico; cosa che si sa ma che direttamente così non fu ancora dimostrata; e che l'aurora polare può essere prodotta facilitando l'efflusso della elettricità atmosferica verso la terra.

M. GOUY. *Apparecchio sintetico per la doppia refrazione circolare.* — È formato da tante lamine a faccie paralelle tagliate in un cristallo ad un asse, parallelamente all'asse, sottili e di ugual grossezza, corrispondente ad una differenza di cammino di mezz'onda, o di un numero impari di mezze onde, fra il raggio ordinario e lo straordinario, per la luce del sodio e per la incidenza normale. Sono rettangolari, uguali, lunghe e strette, e poi messe l'una accanto all'altra, coi loro lati più lunghi paralelli, sopra un piano come quando si fa un pavimento con assicelle di legno. Il loro insieme sta incollato col balsamo del Canadà fra due lamine di vetro a faccie paralelle. Nella prima A di quelle laminette, la direzione della sezione principale può essere arbitraria, ma poi in ognuna delle lamine B, C, D...; la sezione principale deve fare con la sezione principale della laminetta precedente un angolo costante, tanto per il senso che per la grandezza, e dal quale dipendono le proprietà dell'apparecchio. Finalmente vi si sovrappone una lamina mezz'-onda. In un esemplare dell'apparecchio, si avevan 16 laminette di quarzo paralelle all'asse, di tre mezze onde pel sodio; e messe accanto l'una al-

l' altra, come si disse, formavano una larghezza di $15^{mm}.2$. L' angolo fra le loro sezioni principali era un ottavo di π.

Mettiamo questa specie di reticolo trasparentissimo davanti all' obbiettivo di un piccolo cannocchiale, guardando un punto luminoso lontano, facendo uso della luce del sodio, o di un vetro aranciato; e la luce non sia polarizzata. Vedremo nel campo due immagini del punto luminoso, A e B, in una linea normale alla direzione delle laminette del reticolo, e saranno uguali. Vediamo anche delle immagini deboli, secondarie, che sono dovute a difetti di costruzione, che si possono evitare molto. A e B sono ben nette, sopportano forti ingrandimenti; e l' A. mediante alcune misure che per brevità tralasciamo, dimostra che tutte le laminette concorrono a formarle.

Si può verificare che il punto C, di mezzo fra A e B, è il luogo ove sarebbe la immagine del punto lontano osservato, se il reticolo non esistesse. Per es. le laminette tre - mezze - onde, per il giallo aranciato, valgono sensibilmente tre onde intiere per l' indaco ed il violetto, e in questo caso tutto è come in un mezzo isotropo. Infatti allora coi raggi violetti, si vede una sola immagine, in C.

Se si guardano A e B ponendosi all' occhio un nicol, non si vedono variazioni di intensità girando l' analizzatore; ma se si pone fra l' oculare e il nicol una lamina quarto d' onda, la di cui sezione principale faccia 45° con quella del nicol, una delle immagini sparisce, e si vede il punto luminoso come se non vi fosse il reticolo. Se dopo la lamina quarto d' onda resta immobile, e si gira il nicol di 90°, la immagine che si estinse ricompare, e l'altra si estingue. Dunque le due immagini, sono polarizzate circolarmente, l' una destrorsum, e l' altra sinistrorsum.

Con la luce polarizzata rettilineamente, A e B sono uguali; e se è polarizzata elitticamente le due immagini sono ineguali. Se è polarizzata circolarmente, una delle immagini sparisce, la restante è polarizzata come la luce incidente, e la sua posizione è a seconda che la luce incidente è destrorsum o sinistrorsum. Tali sono le principali esperienze e considerazioni contenute nella Nota del Gouy.

Si può concludere, che questo reticolo riproduce completamente gli effetti del triprisma del Fresnel.

M. CH. CLAVERIE. *Elettrometro capillare orizzontale.* — È un tubo verticale V, di vetro con mercurio, e largo circa mezzo centimetro, e nel fondo ha saldato un tubo capillare, largo un millimetro. Quest' ultimo, dopo esser disceso verticalmente di uno o due centimetri, si piega e risale pure dritto verticalmente, fino ad un' altezza circa uguale a quella del mezzo del tubo più largo, e poi si piega un' altra volta ma orizzontalmente, in linea retta. Finalmente, piegandosi ancora, finisce per immergere la sua estremità nell' acqua acidula di una piccola provetta, aperta, con mercurio nel suo fondo, attraverso il quale passa un filo di platino per le comunicazioni col mercurio. Il tubo V ha pure il suo filo di platino. La parte orizzontale del tubo capillare ha una divisione in millimetri. Il tutto è sopra una tavoletta a viti calanti, e si prepara come il noto elettrometro del Lippmann. L'A. dimostra che con questa nuova forma si può con le viti calanti, regolare l' elettrometro in modo, di fargli acquistare una data sensibilità determinata.

M. A. BERTIN. *Nota sulle frangie delle lamine cristallizzate uniasse, e sopra la loro proiezione con la luce monocromatica.* — Alcune di queste frangie sono ordinariamente neglette dagli studiosi, sia per la complicazione del calcolo, sia perchè non si vedono con la luce ordinaria; e sono le frangie delle lamine oblique all' asse. Lo scopo di questa Nota, non breve, è di mostrare che quel calcolo può molto semplificarsi e introdursi nell' insegnamento; e che quelle frangie non solo sono facilmente osservabili, ma che si possono anche proiettare con la luce monocromatica.

X.

SUNTI per ANNIBALE STEFANINI.

Ann. der Phy. und. Chem. von G. Wied. XXI, 1884. N° 1 e 2.

O. FRÖLICH. *Misure del calor solare.* — Il metodo delle ricerche consiste nel misurare, con la pila termoelettrica già adoperata nelle esperienze sulla temperatura dello spazio ec. (*Pogg. Ann.* Ergsbd. 8. 1877), e con un galvanometro astatico a specchio, il calor solare che giunge sulla terra, ad altezze diverse del sole, e nel dedurne la quantità di calore che giungerebbe sulla terra se l' atmosfera non esistesse. Per ridurre in misura

assoluta le indicazioni della pila termoelettrica, furono adoprate superfici di potere emissivo costante, scaldate a 100°: l'errore delle misure era al più di 1 per °/₀.

I resultati delle esperienze mostrano che anche quando il cielo è sereno l'assorbimento dell'atmosfera può esser molto diverso, e che il calor solare non è costante, ma presenta invece notevoli diminuzioni in corrispondenza degli aumenti nelle macchie solari.

A. W. VELTEN. *Il calorico specifico dell' acqua.* — Ricerche fatte col metodo dei miscugli e della fusione del ghiaccio, portano l'A. a concludere che il calorico specifico medio dell'acqua ha un massimo fra 0 e 7°,31; fra 7,31 e 10°,87 diviene del 3 $^1/_2$ per °/₀ minore; fra 15 e 20° ha un altro massimo, verso 40° ha un minimo; da 40° fino a 100 torna a crescere, ma restando sempre inferiore al massimo che ha fra 0 e 7°,31.

La formula dedotta dalle osservazioni di 4 diversi sperimentatori, e che dà il calorico specifico medio dell' acqua fra le temperature t e T (escluse quelle inferiori a 18°), è, secondo il Velten:

$$c_{T,t} = 1 + \frac{\alpha}{2}(T + t) + \frac{\beta}{3}(T^2 + Tt + t^2) + \frac{\gamma}{4}(T^2 + t^2)(T + t)$$

ove

$$\frac{\alpha}{2} = -0{,}0007312756 \ , \ \frac{\beta}{3} = +0{,}0000079327, \ \frac{\gamma}{4} = -0{,}00000002679$$

Le temperature, nelle esperienze eseguite, furon misurate col termometro ad aria. Le determinazioni dell'A. concordano con quelle del Regnault.

E. PIRANI. *Sulla polarizzazione galvanica.* — L'A. riassume una sua Memoria (Berlino 1883) nella quale ricerca se la natura chimica degli elettrodi abbia influenza sull' andamento della polarizzazione.

Il valore della polarizzazione era misurato a corrente primaria chiusa; il metodo adoperato differisce perciò da quelli precedenti nei quali con interruttori più o meno adattati si misurava il valore della polarizzazione in un solo istante. L'elettrolita adoperato era acqua acidulata debolmente con acido solforico. I resultati di molte ricerche sono i seguenti:

Nelle condizioni ordinarie la polarizzazione dipende dalla natura degli elettrodi. Tal dipendenza si ha sia nei valori a corrente chiusa, sia nel decremento dopo l' apertura; sussiste anche se il liquido è scaldato. Talchè non si può attribuire alla formazione di H_2O_2 o di ozono, e non cessa adoprando per anodo del palladio saturo d'idrogeno che assorba l'ossigeno che si rende libero. La separazione degli elettrodi e l' impedimento opposto alla diffusione interna dei gas elettrolitici, non toglie quella dipendenza, che sussiste anche separando gli elettrodi con un vaso nel quale si trovi del liquido bollente. Non si ha nessuna variazione col difendere l' elettrolita dall'aria atmosferica mediante il benzolo, e delle misure fatte a completa esclusione dell'aria e asportando continuamente i gas elettrolitici, mostrano sempre una dipendenza dalla natura degli elettrodi.

Paragonando i propri resultati con quelli degli sperimentatori che l' hanno preceduto, l' A. è condotto a considerare anche la questione delle pile incostanti.

W. HITTORF. *Sulla conducibilità elettrica dei gas.* — Di queste ricerche sarà dato conto quando ne sarà ultimata la pubblicazione.

A. OBERBECK. *Sulle oscillazioni elettriche, e specialmente sulla polarizzazione che esse producono* (4ª Memoria). — Per interpretare i resultati delle esperienze che il sig. R. Falck, in seguito alle precedenti ricerche dell' A. eseguì sulla polarizzazione di 6 metalli mediante idrogeno da una parte, e ossigeno, cloro, bromo e iodio dall' altra, l' Oberbeck espone nuovamente la teoria del metodo seguito da esso e dal sig. Falck , indipendentemente peraltro dall' ipotesi del Kohlrausch che fu ammessa nei lavori precedenti, e che consisteva nel ritenere che la polarizzazione delle lastre metalliche fosse proporzionale alla densità degli strati gasosi deposti su di esse, o alla quantità di elettricità che ne ha attraversato l' unità di superficie, perchè tale ipotesi vale soltanto per strati gasosi infinitesimi.

L' A. trae delle conseguenze che riguardano il valor limite della polarizzazione per depositi molto sottili. Ne resulta che gli elettrodi polarizzati non si posson considerare come condensatori di capacità costante. — Secondo il Blondlot la capacità limite per cariche infinitesime (capacità iniziale) dovrebbe essere indi-

pendente dalla natura del liquido; ma pare che ciò non sia esatto. Dai valori della capacità iniziale si trova che lo spessere del doppio strato elettrico al contatto fra metallo e liquido varia molto col metallo, e poco col liquido. P. es. pel nichel esso è $^1/_{961300}$ mm., e per l'argento $^1/_{84020000}$ mm.

A. TOEPLER. *Determinazione dell' intensità orizzontale del magnetismo terrestre con l' uso della bilancia.* — Nel mezzo del giogo di una bilancia sensibile è fisso un magnete, la proiezione del cui asse sul piano di oscillazione della bilancia fa un angolo α colla normale al giogo condotta in quel piano. Si disponga il piano di oscillazione nel meridiano magnetico, e i due piatti essendo carichi dei pesi Q_0 e Q_1 il giogo sia inclinato dell' angolo γ. Si ruoti la bilancia di 180°, e mediante i pesi Q_0 e Q_2 si riconduca l'inclinazione del giogo ad esser di nuovo γ; allora se il magnete è nel piano di oscillazione e α è piccolissimo, dalle equazioni generali dell'equilibrio della bilancia nei due casi si deduce con grande approssimazione

$$HM = \frac{1}{2}(Q_1 - Q_2)l$$

ove H è la componente orizzontale, M il momento magnetico, ed l la lunghezza del braccio cui sono stati applicati i pesi Q_1 e Q_2 successivamente.

Ponendo il piano d' oscillazione nella direzione Est-Ovest, la bilancia è soggetta alle variazioni della declinazione, e può misurarle.

Come col metodo bifilare proposto dal Kohlrausch, anche con la bilancia del Toepler è possibile determinare contemporaneamente il prodotto e il quoziente delle quantità H e M.

Le esperienze dell' A. per la determinazione di H, quantunque non potute eseguire nelle condizioni più adattate, hanno dato resultati assai sodisfacenti.

W. VON BEZOLD. *Sulla dipendenza fra la temperatura di un filo incandescente e la composizione della luce che esso emette.* — Un filo di platino posto orizzontalmente nella punta della fiamma di un bruciatore Bunsen presenta nel mezzo una porzione incandescente bianca, alle cui parti stanno porzioni rosse via via meno luminose. Se si osserva il filo mèdiante un prisma con lo spigolo rifrangente orizzontale, si ha uno spettro simile a

quello dovuto a una fiamma triangolare che avesse la base rossa e il vertice violetto. Se il filo si abbassa in modo che una porzione ne entri nella parte meno calorifica della fiamma, lo spettro è simile a quello di una fiamma che avesse una base rossa molto estesa e due vertici violetti.

L'esperienza può servire a dimostrare assai semplicemente il fatto già noto che i raggi che sono ultra rossi per intensità calorifica moderata, diventano visibili con l'aumento della temperatura.

E. KETTELER. *Sulla critica del sig. Voigt.* — L'A. replica alle osservazioni che il Voigt, (*Wied. Ann.* 1883) fece alle di lui teorie della luce e della doppia refrazione.

S. CZAPSKI. *Sulla variabilità termica della forza elettromotrice delle coppie galvaniche e sulla sua relazione con l'energia libera delle medesime.* — Da considerazioni teoriche e da esperienze speciali, Braun e Wright furono condotti a concludere esservi delle pile nelle quali la forza elettromotrice è minore, altre nelle quali è maggiore di quella che sarebbe indicata dalle variazioni dell'energia chimica che la determinano.

L'Helmholtz ha stabilito teoricamente che quelle pile che non trasformano tutto il lavoro chimico in corrente devono avere una forza elettromotrice decrescente all'aumentare della temperatura; e inversamente, quelle che eseguiscono del lavoro a spese di una parte della propria quantità di calore, devono avere una forza elettromotrice decrescente colla temperatura.

Scopo dell'A. è stato di verificare questa proposizione. Le esperienze furon fatte misurando col metodo di compensazione del Du Bois Reymond la forza elettromotrice di diverse pile non polarizzabili, come per es. di quella formata con Zn nel $Zn\,Cl_2$, e Ag nel Ag Cl, determinando la differenza fra il lavoro della corrente e quello equivalente al calore svolto nella pila dai processi chimici, e paragonandola col valore dedotto teoricamente per tal differenza.

Per la mancanza di cognizioni esatte sulla termochimica, i resultati ottenuti non hanno potuto dare una dimostrazione quantitativa del teorema accennato; ma tutte le esperienze eseguite hanno mostrato che la differenza osservata è sempre nel senso indicato dalla teoria.

J. KOLLERT. *Sul contegno elettrico delle fiamme.* — Ad un bruciatore Bunsen potevano adattarsi, nella parte che è in immediato contatto colla fiamma, degli anelli di metalli diversi, come Pt, Zn, Cu, Sn, Fe, ecc. Ponendo nella fiamma una spirale piana fatta con filo di platino, e unita con l'anello del bruciatore, l'A. ha osservato che la spirale ha il carattere del polo positivo e l'anello del polo negativo di una pila comune. Le forze elettromotrici di queste combinazioni, misurate con un elettrometro Hankel reso sensibile ad $^1/_{00}$ di Daniell, variano da 0.35 a 1,70 D.

Tali forze elettromotrici dipendono dalla posizione che la spirale ha nella fiamma, sia per l'altezza, sia rispetto all'asse, e sembra che esse non siano dovute ad azioni termoelettriche.

F. FUCHS. *Su un metodo di compensazione per determinare la resistenza di pile non polarizzabili.* — Il metodo consiste nel riunire dapprima in uno stesso circuito la pila data E con una pila A compensatrice di 1 o più elementi Bunsen, coi poli contrari opposti, e, presi in questo circuito due punti *a*, *b* che comprendono fra loro la pila E e ai quali fanno capo i reofori di un galvanometro, nel determinare la lunghezza *bd* di un filo di platino che fa parte del circuito di A, in modo che i punti *a* e *b* siano allo stesso potenziale. Fatto ciò, mediante un commutatore a 6 pozzetti (Wippe) si uniscono fra loro i punti *a* e *b*, lasciando il galvanometro nel circuito di E. Il commutatore è disposto in modo che ora le due pile vengono ad avere opposti i loro poli uguali. Facendo scorrere l'estremità rimasta libera del circuito del galvanometro sul filo di platino *bd*, si determina su questo un punto *c* che sia allo stesso potenziale di *b*. La resistenza del tratto *bc* del filo di platino è uguale allora a quello della coppia data e dei fili che nella prima disposizione del circuito univano i suoi poli ai punti *a* e *b*.

E. BUDDE. *Sulla teoria delle forze termoelettriche.* — Due teorie cercano di spiegare l'origine delle forze termoelettriche. La più antica, esposta da Clausius, le considera come fenomeni di contatto fra sostanze di costituzione diversa, supponendo che due parti di uno stesso corpo sien costituite diversamente a temperature diverse. La più recente, dovuta a Kohlrausch suppone tali forze dovute alle relazioni fra calore ed elettricità in uno stesso metallo. Kohlrausch osserva che la differenza di potenziale in

due punti, che si trovano a temperature diverse, di un conduttore omogeneo, e la differenza del calore svolto da una corrente che passa in un conduttore disugualmente riscaldato, a seconda del senso della corrente, sono spiegabili soltanto colla sua teoria. L'A. invece dimostra che quei fatti si spiegano benissimo con la teoria del Clausius, e che invece non si spiegano con quella del Kohlrausch se non ammettendo che la legge di Avenarius e Tait sia giusta in qualunque intervallo di temperatura. L'esperienza non ha ancora deciso se tal legge valga per qualunque temperatura: ma all'A. ciò sembra inverosimile a motivo delle profonde modificazioni che alcuni metalli subiscono per forti riscaldamenti o raffreddamenti. Anche astraendo da ciò pare che la teoria di Kohlrausch sia in contradizione con le leggi della termodinamica, e da tutto questo il Budde conclude che essa debba abbandonarsi per tornare a quella di Clausius, che spiega benissimo tutti i fatti conosciuti.

H. LORBERG. *Sulla espansione elettrica dei condensatori.* — Le esperienze fatte dal Quincke sull'espansione elettrica di condensatori di vetro, sferici e cilindrici, furon confrontate con la teoria da Quincke stesso a da Boltzmann, e fra l'esperienza e la teoria furon trovate grandissime differenze non spiegabili neppure con la grande incertezza nei valori adoperati per le costanti che entrano nelle formule. Tali divergenze non infirmano però la teoria che di quel fenomeno dettero Helmoltz e Korteweg, perchè alla *costante di dielettricità* il Quincke ha attribuito un significato non giusto; per di più sono state trascurate le forze interne, e non è permesso adoprare, come ha fatto il Quincke, senza convenienti modificazioni le formule del Lamé. — L'A. inoltre, per discutere le osservazioni del Quincke, col metodo impiegato da Helmoltz deduce le espressioni generalizzate del Korteweg per le pressioni elettriche che agiscono in un dielettrico.

B. WEINSTEIN. *Sul calcolo del potenziale di rocchetti.* — In questo lavoro l'A. espone: le equazioni differenziali generali per l'energia potenziale di un campo magnetico su un rocchetto, specialmente per quella reciproca fra due rocchetti; nuove formule per il potenziale mutuo di due correnti circolari coassiali; una critica delle formule date dal Maxwell pel potenziale di un rocchetto su se stesso, indicando come tali formule devon modifi-

carsi, e accennando quali sono le dimensioni da preferirsi pei rocchetti quando se ne voglia calcolare più sicuramente il potenziale; finalmente espone il calcolo numerico pel potenziale su se stessi dei rocchetti adoperati dall'Associazione Britannica e da H. Weber nella determinazione dell'Ohm.

A. v. WALTENHOFEN. *Esperimento istruttivo che può farsi con le pile termoelettriche non simmetriche.* — Se per una pila termoelettrica qualunque si fa passare per qualche tempo la corrente di una pila idroelettrica, (corrente di carica) si osserva che cessata questa la pila dà luogo ad una corrente di scarica, che può chiamarsi corrente Peltier. Se si esperimenta con una pila termoelettrica nella quale le saldature non sieno tutte identiche fra loro, ma tali che offrano una resistenza alternativamente maggiore e minore al passaggio della corrente, come accade p. es. nella pila di Noë, la corrente Peltier segue leggi diverse a seconda della direzione che ha la corrente di carica. Se questa va dalle saldature più resistenti alle meno resistenti, la corrente Peltier ha direzione costantemente contraria a quella di carica e cresce in intensità con essa; nel caso opposto invece la corrente Peltier dapprima è opposta a quella di carica, poi si annulla e cambia direzione.

C. CHRISTIANSEN. *Sull' emissione del calore dalle superfici non piane.* — Un cubo di ottone ha piane la faccia inferiore e quella superiore, nella quale è un foro ove si può introdurre un termometro. Delle altre faccie una è piana essa pure; una consiste in 8 piani uguali che si incontrano ad angolo retto; una ha 121 fori conici del diametro di cm. 0,4 e profondi cm. 0,4, in modo che i fori occupano la quarta parte della faccia; l'ultima consiste in una porzione piana che è l'ottava parte di tutta la faccia, e in 14 piani, 7 dei quali sono normali alla faccia del cubo, e 7 inclinati a 45°. Il cubo è argentato e brunito, ad eccezione dei fori. Dalle ricerche fatte con questo cubo, scaldato con fiamma a spirito per impedire la formazione del solfuro d'argento, resulta che la forma della superficie ha grandissima influenza sul potere emissivo.

A. TSCHIRCH. *Ricerche sulla clorofilla.* — L'A. descrive gli spettri ottenuti con la clorofilla pura e con alcuni suoi derivati.

W. HOLTZ. *Esperienza da lezione per dimostrare che la*

velocità di rotazione cresce coll'avvicinamento delle masse ruotanti all'asse. — Due asticelle di legno, che portano ciascuna una sfera metallica ad una estremità, sono imperniate fra loro a forma di forbici e sono attaccate pel punto d'imperniamento ad un lungo filo. Le due asticelle si tengono aperte di circa 45°, mediante un filo che resta teso verticalmente nell'angolo ottuso. Se si fa ruotare lentamente il sistema attorno al filo di sospensione, basta bruciare il filo che tiene aperte le due asticelle, per vedere aumentare la velocità di rotazione. Resta così dimostrato un teorema che è importantissimo nella Cosmogonia di Laplace.

Philosophical Mag. 5ª serie, vol. 17, n. 103. Gennaio 1884.

J. LARMOR. *Induzione elettromagnetica in strati superficiali e in corpi solidi conduttori.* — Oggetto principale delle soluzioni ottenute dall'A. è quello di esaminare le proprietà di ciò che si può chiamare uno schermaglio elettromagnetico.

Se una lastra conduttrice è in vicinanza di un sistema magnetico, l'effetto di una variazione nel sistema sarà, per la legge di Lenz, d'indurre nella lastra tali correnti da impedire ogni cangiamento nelle linee di forza che tagliano la lastra stessa. Se le variazioni del sistema magnetico sono di carattere alternante, con periodo abbastanza piccolo da compiere un ciclo di cangiamenti prima che le correnti indicate diminuiscano sensibilmente, il conduttore agirà da schermaglio elettromagnetico.

Partendo principalmente dal significato fisico delle quantità considerate, l'A. trova analiticamente che una lastra conduttrice ruotante rapidamente difende il suo interno da ogni azione magnetica che non sia simmetrica attorno all'asse di rotazione. In questo caso, considerata come un corpo ruotante, rientra anche la terra, per la quale l'atmosfera funziona da involucro conduttore dell'elettricità. Per uno strato sferico la cui conducibilità varia con la legge di Ohm, l'azione protettrice dipende dalla velocità angolare moltiplicata per il rapporto fra il raggio e la resistenza dello strato; talchè il difetto della conducibilità dell'atmosfera può esser compensato dalla grandezza del raggio.

L'A. dà poi l'espressione del momento magnetico di una sfera o di uno strato sferico di rame, ruotante in un campo magnetico, il valore della forza necessaria a produrre la rota-

zione, e il rapporto dello smorzamento delle oscillazioni di tali corpi.

Mostra finalmente come, trascurando l'azione mutua delle correnti indotte, possano ottenersi delle soluzioni pel caso di un disco circolare ruotante la cui conducibilità non è troppo grande.

J. W. CLARK. *Sulla purificazione del mercurio con la distillazione nel vuoto.* — Prima di distillarlo è utile filtrare il mercurio mediante un cono di carta da scrivere, con un sottilissimo foro nel vertice, e di separarne, con i soliti mezzi chimici, lo zinco e il piombo che potesse contenere; perchè $\frac{1}{10000}$ di piombo riduce da 67 a 55 la quantità di mercurio che distilla in un dato tempo. Oro, iridio, argento, rame, stagno, nichelio, cadmio e arsenico non influiscono sulla rapidità della distillazione.

L'apparecchio proposto dall' A. differisce da quelli comunemente adoprati in ciò che il mercurio è distillato con esso nel vuoto, alla temperatura di 180 a 200°, da un serbatojo mobile (della forma di un regolatore costante di livello), l'alzarsi del quale riempie di mercurio il *distillatore*, e così non è necessario l'uso di una pompa Sprengel. Il serbatoio può riempirsi di mercurio senza interrompere la distillazione.

Con l'apparecchio descritto dall' A. si posson distillare circa 900 gr. di mercurio all'ora, e con semplici modificazioni potrebbero distillarsi altri metalli come zinco, magnesio, cadmio, arsenico ec.

R. H. M. BOSANQUET. *Su un galvanometro assoluto.* — É una bussola delle tangenti proposta per misurare le forze elettromotrici in volts, senza ricorrere al confronto con le pile-campione Daniel o Latimer Clark — La bussola ha l'anello di un metro preciso di circonferenza, e sul quale il filo fa 100 giri. Occorre, per usarla, misurare la componente orizzontale del magnetismo terrestre, le dimensioni e la resistenza del circuito.

Da misure fatte con essa su una pila di 9 elementi Daniell, resulta che ammettendo per l'unità B. A. di resistenza il valore 0,987 Ohms, la forza elettromotrice di 1 Daniell è 1,114 volts.

Prof. TAIT. *La Topologia di Listing.* — È della *Scienza della situazione*, cioè di quelle relazioni di posizione che sono

indipendenti da ogni idea di misura o di grandezza, che si occupa il prof. Tait nel richiamare gli studi del Listing. L'esempio che meglio di ogni altro serve a dar l'idea di ciò che è la Topologia, è quello delle configurazioni che si posson formare annodando comunque un filo indefinito. Le varie parti del nodo, per quanto si varino di grandezza, conservano sempre, quanto alla reciproca situazione, proprietà definite e caratteristiche.

La Topologia trova applicazione nella *Fillotassi*, e alla soluzione di alcuni interessanti problemi. Con essa il *teorema di Eulero sui poliedri* può essere illustrato e generalizzato.

F. J. SMITH. *Una nuova forma di cilindro per l' integratore a disco e a cilindro.* — L' innovazione proposta ha per scopo di eliminare alcuni difetti che si riscontrano negli apparecchi usati per registrare i resultati in un ergometro, o nell' indicatore della tensione del vapore di Ashton e Storey. Per la teoria dell' integratore vedasi « J. Weisbach: *Mechanics of Engineering* ».

J. TYNDALL. *Sugli archibaleni.* — L' A. descrive un fenomeno osservato sulle Alpi, una sera oscurissima e nebbiosa, aprendo la porta della sua Villa. Egli vide l' ombra della propria persona, prodotta dal lume situato nel corridoio, proiettata sulla nebbia, e molto al di là della regione illuminata si presentò un arco luminoso il cui centro coincideva con la posizione della testa. L' arco non apparve colorato.

Questo fenomeno fu poi riprodotto proiettando artificialmente nell' aria di una stanza oscura un getto di vapor acqueo, in modo da ottenere una nebbia analoga a quella delle Alpi, e fu riconosciuto che si trattava di un vero e proprio arcobaleno, colorato, e accompagnato dall' arco secondario coi colori invertiti.

Anche le nebbie ottenute con vapori di altri liquidi producono gli stessi effetti. Il più bell' arco è fornito dai vapori di trementina e di petrolio. L' ampiezza dell' arco dipende dalla refrangibilità dei liquidi — Miscugli di liquidi danno archi diversi — La luce di tali archi è polarizzata.

Con luce elettrica o colla luce Drummond, si hanno effetti bellissimi e archi soprannumerari.

G. QUINCKE. *Sul cangiamento del volume e dell' indice di refrazione dei fluidi, prodotto da pressioni idrostatiche.* — Par-

tendo dall'ipotesi della costanza del potere refrangente specifico, o della così detta costante di refrazione, la compressibilità dei fluidi può esser calcolata dalle osservazioni fatte sulle variazioni del numero delle righe d'interferenza dovute alle variazioni della pressione cui i fluidi son soggetti.

Se n è l'indice di refrazione, σ la densità di un fluido, secondo la legge di Gladstone dovrebbe esser costante la *refrazione specifica*, cioè:

$$1)\qquad \frac{n-1}{\sigma} = \text{costante} \;;$$

secondo Jamin dovrebbe esser costante il *potere refrangente specifico*, ossia

$$2)\qquad \frac{n^2-1}{\sigma} = \text{costante} \;,$$

e secondo H. A. Lorentz e L. Lorenz dovrebbe avere tal proprietà la *costante di refrazione*, cioè:

$$3)\qquad \frac{n^2-1}{n^2-2}\,\frac{1}{\sigma} = \text{costante} \;.$$

Il Quincke trova che i valori da esso osservati per la compressibilità dei liquidi a temperatura costante e a pressione variabile concordano soltanto con quelli calcolati mediante la 1): quindi la parte decimale dell'indice di refrazione sarebbe proporzionale alla densità dei fluidi.

Philosophical Mag. Vol. 17, n. 104. Febbraio 1884.

J. CROLL. *Sulle modificazioni introdotte da R. Wallace nella teoria fisica dei cambiamenti secolari del clima.* — È l'esame di un lavoro nel quale il Wallace espose, alquanto modificata, la teoria del Croll sui cambiamenti del clima. L'A. osserva peraltro che alcune di tali modificazioni non sono che parti necessarie della teoria, sebbene non esposte esplicitamente dal Croll stesso, e che altri punti sono estranei alla teoria suddetta e non possono affatto modificarla.

A. P. CHATTOCK. *Su un metodo per determinare sperimentalmente la costante di un elettrodinamometro.* — In mezzo ai rocchetti fissi dell'elettrodinamometro si fa ruotare con una

velocità angolare ω il rocchetto mobile, in modo che ad ogni rivoluzione il suo circuito si chiuda con quello del galvanometro. Della corrente C che passa pei rocchetti fissi se ne manda, pel rocchetto mobile, una derivazione al galvanometro, e si regola la resistenza R della derivazione in modo che l'ago del galvanometro non devii; se si inverte la corrente, ed R' è la nuova resistenza di derivazione perchè il galvanometro rimanga a zero, si avranno le relazioni

$$Ci\sigma k\omega + H\sigma k'\omega = CR$$
$$-Ci\sigma k\omega + H\sigma k'\omega = -CR'$$

ove i è l'intensità del campo magnetico nel quale ruota il rocchetto mobile, che ha l'area effettiva σ, dovuto all'unità di corrente nei rocchetti fissi, k e k' sono due costanti, e H è l'intensità orizzontale del magnetismo terrestre.

Da questo si ha

$$i\sigma k = \frac{R+R'}{2\omega} .$$

Il rocchetto si sospende dipoi fra i due rocchetti fissi, in modo che l'asse di sospensione coincida col precedente asse di rotazione. Sieno T e T' i momenti di torsione che tengono in equilibrio il rocchetto mobile nella posizione in cui chiudeva dianzi il circuito del galvanometro, quando in esso rocchetto circolano le correnti C e — C : avremo

$$T = C^2 i\sigma k + HC\sigma k'$$
$$T' = C^2 i\sigma k - HC\sigma k'$$

da cui

$$C = \sqrt{\frac{T+T'}{2i\sigma k}} = \sqrt{t+t'}\sqrt{\frac{T_0\omega}{R+R'}} = K\sqrt{t+t'}$$

ove t e t' sono i momenti effettivi e T_0 il momento dell'unità di torsione, che si può determinare sperimentalmente. Così è trovata la costante K dell'istrumento.

Se le cose si dispongono in modo che H sia nullo, tanto $i\sigma k$ che K si posson determinare con una sola lettura.

Adoperando l'elettrodinamometro insieme ad una bussola delle tangenti, si può determinare anche il valore assoluto dell' intensità orizzontale del magnetismo terrestre.

T. MUIR. *Sull' equazione generale delle differenze del 2° ordine.* — L' A. dimostra la regola data dal Cayley (*Quart. Jour. of Math.* XIV) per trovare il valore u_x espresso per u_1 e u_0 dall' equazione

$$u_x = a_{x-1}u_{x-1} + b_{x-2}u_{x-2}.$$

R. CLAUSIUS. *Sulla teoria delle macchine dinamo-elettriche.* — Le macchine dinamo-elettriche son divise dall' A. in due grandi classi: quelle a tipo Gramme con l' anello Pacinotti, e quelle a tipo Siemens; ma per stabilirne le formule fondamentali, posson esser considerate tutte nello stesso modo. La forza elettromotrice indotta nel rocchetto ruotante essendo dovuta all'elettromagnete fisso, al magnetismo del nucleo mobile di ferro e all' induzione del rocchetto mobile su se stesso, per poterla determinare si suppone dapprima che il nucleo sia fisso e che ruoti soltanto il rocchetto; si trova, in tale ipotesi, il lavoro eseguito dalle forze elettromotrice e ponderomotrice che agiscono nella macchina. Dal fatto poi che il nucleo del rocchetto mobile prende parte esso pure alla rotazione, e che, per la forza coercitiva del ferro, per una rotazione rapida l' asse del suo magnetismo cambia di direzione, resulta che il rendimento della macchina è diminuito. Questo svantaggio, del quale non era stato fin qui tenuto conto, può essere in parte eliminato, ma non mai del tutto, col variare la posizione degli spazzolini. L' altro svantaggio che deriva dalle correnti che si inducono nella massa del nucleo, sia per la sua rotazione, sia per le inversioni della corrente nel rocchetto mobile, può eliminarsi facendo p. es. il nucleo di fili di ferro, come si usa in alcune macchine Gramme. Tenendo conto di tutte le condizioni il Clausius stabilisce le equazioni fondamentali pel lavoro eseguito dalle forze ponderomotrice ed elettromotrice del rocchetto mobile, e ne deduce l' intensità della corrente fornita dalla macchina. Quando la macchina si mette in moto ha un' influenza notevole il magnetismo residuo del nucleo della calamita fissa, e la teoria mostra che i primi giri sono inefficaci a produrre corrente, come difatti accade nella pratica. Il numero dei giri inefficaci (giri morti) approssimativamente è proporzionale alla resistenza del circuito totale esterno, e dipende dal numero delle parti in cui è diviso il circuito del rocchetto mobile.

S. P. THOMPSON. *Un nuovo sostegno isolante.* — Un tubo di vetro, lungo circa 20 cm., di cm. 1,4 di diametro, aperto ad una estremità, all'altra estremità ha un rigonfiamento molto schiacciato, largo circa 4 cm. Questo tubo è posto verticalmente entro una boccia di vetro alta circa 10 cm. e del diametro di 6 cm., ove è tenuto fisso pel suo rigonfiamento da circa 70 grammi di paraffina che vi è stata fusa. Un disco di guttaperca, convenientemente forato e con gli orli ripiegati, chiude quasi la boccia, senza toccarla, per difenderne l'interno dalla polvere. Nella parte superiore del tubo può essere introdotto un sostegno qualunque, o il tubo stesso può terminare a forchetta o a gancio, e servire così come gli isolatori Mascart, ai quali l'apparecchio può esser sostituito con vantaggio, poichè esso costa assai meno, ed ha un potere isolante di molte centinaia di megohms anche nell'aria umida.

F. Y. EDGEWORTH. *Sulla riduzione delle osservazioni.* — In un articolo sul metodo dei minimi quadrati (*Phil. Mag.* 1883) l'A. trattò dei modi di ridurre le osservazioni; nel presente lavoro egli tratta principalmente della connessione che in tali casi esiste fra la teoria e la pratica.

S. NEWCOMB. *Su alcuni punti della Climatologia.* — È una replica alle osservazioni del Croll sulla critica che il Newcomb fece alla di lui teoria sulle cause delle epoche glaciali.

J. TYNDALL. *Nota sull' arcobaleno bianco.* — L' A. accenna ad un arco baleno bianco da esso osservato, dovuto ad un residuo di nebbia, e rammenta le esperienze fatte dal dott. Hammerl (*Sitgber. d. Wien. Ak.* 1882) per ottenere archi baleni polverizzando dei liquidi diversi dall'acqua. Conclude che l'ipotesi di Youngh che l'arco baleno bianco sia dovuto alla sottigliezza delle goccie e non già, come suppone Bravais, alla vacuità delle goccie stesse, è pienamente appoggiata da tali esperienze.

W. W. J. NICOL. *Sull' equilibrio nelle soluzioni saline.* — In un lavoro precedente (*Journ. Chem. Soc.* 1883) l'A. mostrò come il cambiamento di volume osservato nel miscuglio di soluzioni saline poteva risolvere le questioni che si riferiscono al modo nel quale i sali si costituiscono dopo il miscuglio. Le esperienze eran fatte con volumi uguali di soluzioni di una stessa costituzione molecolare, e perciò le soluzioni mescolate non con-

tenevano un ugual numero di molecole di acqua e del sale adoperato. Nelle esperienze riferite nella presente memoria, per ovviare a questa causa d'errore le soluzioni son mescolate in proporzione del loro volume molecolare calcolato colla formula:

$$\text{Vol. mol.} = \frac{xm + 1800}{\delta}$$

ove x è il numero delle molecole saline (m) (in grammi) sciolte in $100H_2O = 1800$ e δ la densità della soluzione.

Preparate le soluzioni di 4 sali MR, M'R', MR', M'R di costituzione molecolare simile, e determinatine i volumi molecolari a,b,c,d, si aveva prima del miscuglio

(1) $$MR + M'R' = a + b = A$$

(2) $$MR' + M'R = c + d = B;$$

A e B sono i volumi molecolari della 1ª e 2ª coppia se non vi è cambiamento di volume per effetto del miscuglio. Si determinava poi il volume molecolare di (1) e (2) dopo il miscuglio, che si trovava esser lo stesso V in ogni caso: perciò in ambedue i casi devesi esser formata una nuova costituzione nei sali; mentre essendo V minore del più piccolo dei due volumi teorici, ne resulta l'assenza della coppia che ha il maggior volume molecolare.

Quindi mescolando le soluzioni saline si formerà il sistema che occuperà il volume molecolare più piccolo, e soltanto due sali saranno presenti nella soluzione. In certi casi peraltro, cioè se la soluzione è forte, o uno dei 4 sali è prossimo al suo punto di saturazione, posson restar presenti nella soluzione tutti e 4 i sali.

W. ASHTON. *L'ergometro.* — L'A. osserva che egli stesso, 7 o 8 anni fa, aveva adattato al suo ergometro l'apparecchio descritto dallo Smith nel n. prec. del *Phil. Mag.*, ma che dovè abbandonarne l'uso, perchè per il suo rapido consumo e per le cure che esige non corrisponde all'effetto voluto, e perciò non ne dette mai notizia.

SUNTI, per E. BAZZI.

BOTTGER. *Argentatura degli specchi.* — (*Polytechn. Notizbl.* 1883). 1.° Si scioglie $AgNO^3$ in acqua distillata, si aggiunge ammoniaca, e si agita il liquido fino a che il precipitato che si for-

ma, torni a disciogliersi, si filtra e aggiungendo acqua si riduce la soluzione a contenere 10 gr. $AgNO^3$ per ogni litro di liquido.

2.° Si scioglie 2 gr. $AgNO^3$, in un poco d' acqua e si versa in un litro di acqua bollente, si aggiunge 1,16 gr. di tartrato sodico acido si lascia bollire fino a che il precipitato divenga grigio, e si filtra caldo.

La superficie del vetro da inargentarsi, pulita con acido nitrico, potassa, ed alcool, si ricopre con uno strato alto 1 mm. di una mescolanza a volumi eguali delle suddescritte soluzioni. Dopo un ora, si lava la lastra di vetro, e si ripete l' operazione fino a che non si è raggiunto l' intensità richiesta. Riscaldando la soluzione a circa 70° il processo è più rapido. Dopo asciutto lo specchio si può pulire cautamente con il polpaccio della mano, e anche coprire con un sottile strato di vernice.

K. VIERORDT. *Conducibilità, per il suono, del corpo umano. — (Z. S. f. Biol.* 1883). — Un piatto metallico sul quale si fanno cadere dei pallini di piombo per eccitarvi un suono, è situato sulla superficie superiore della parte del corpo da studiarsi, e sulla faccia inferiore proprio di contro al piatto sonoro, è applicato un conduttore che trasmette il suono fino all' orecchio. L' A. determina quale intensità bisogna dare al suono del piatto perchè per trasmissione divenga appena percepibile dall' orecchio: e da questa intensità sottrae quella corrispondente, che bisogna dare al suono del piatto, quando questo e il conduttore siano a contatto diretto: la differenza rappresenta l' assorbimento del suono dovuto alla parte del corpo. L' intensità del suono era dall'A. calcolata, col prodotto del peso del pallino per la 0,54 potenza dell' altezza di caduta, come esperienze precedenti gli avevano indicato.

Fra le diverse parti esaminate dall' A. il dito indice presenta circa la massima conducibilità, e la parte superiore della coscia circa la minima.

ABNEY. *Effetti della pressione sulle lamine di gelatina — (Brit. Journ. phot.* 1883). — L' Abney ha osservato che la pressione esercitata sulla superficie di una pellicola di gelatina sensibilizzata, produce i medesimi effetti dell' esposizione alla luce. L' editore del *Brist-Journ. of pfotography*, facendo ulteriori esperi-

menti, trova che per ottenere l' azione è necessario una specie di sfregamento come quello prodotto dallo scorrere di uno stilo di vetro terminato in punta rotonda, e che una pressione analoga a quella dei *timbri* non produce nessun effetto. Le immagini si sviluppano al solito coll' acido pirogallico.

H. S. CARHART. *Il magnetofono* — (*Science* 1883). — Un disco di ferro dentellato, o un cilindro di ferro portante una o più serie di fori, ruota fra il polo di una calamita e un piccolo rocchetto che sta di contro a quest' ultimo. Il campo magnetico venendo modificato al passaggio di ogni foro, o dentellatura, si genera una serie di correnti indotte, che dirette in un telefono producono un suono distinto. La nota dipende dalla velocità di rotazione del disco o del cilindro, e si trova che è la medesima di quella che si otterrebbe dirigendo contro la serie dei fori una corrente d'aria come nella sirena di Seebeck.

Fotografia delle fiamme di Reichenbach. — (*Science, Settembre* 1883). — Secondo Reichenbach, attorno ai poli di una potente calamita sono visibili delle fiammelle, delle quali alcuni pretendono averne distinto anche il colore. Reichenbach ha tentato di ottenerne la fotografia, ma l' esito non fu favorevole. William Brooks crede di averne ottenuta la fotografia su lastre sensibilizzate a secco, preparate a tal uopo. Una carta perforata e annerita coll' inchiostro di china, è posta circa 3 mm. al di sopra dei poli di una calamita permanente a ferro di cavallo. La lastra sensibilizzata è tenuta sopra alla carta perforata ad una distanza pure di circa 3 mm. — Con cinque minuti di esposizione egli ottenne un resultato: cioè delle immagini fotografiche: e ciò per molte volte, colla singolarità, che le immagini ottenute nelle identiche circostanze, riuscivano talvolta *positive*, talvolta *negative*.

Innovazioni nelle batterie secondarie. — (*Electrot. Zeitsch.* 1883). — Il dott. Aron ha trovato una nuova sostanza alla quale egli dà il nome di « metallodio » molto utile per gli accumulatori. Questa sostanza consiste in una combinazione dei derivati chimici del celluloso, come il collodio, o il coton fulminante, con un ossido o un sale metallico insolubili nell'acqua. Essa non è solubile nell'etere alcoolico come il collodio, ed è completamente omogenea. Per gli accumulatori è preferibile il metallodio a base

di piombo. Il celluloso omogeneamente disseminato nella massa metallica, conduce, per capillarità il liquido nell' interno, per cui l' azione non è più limitata alla superfice delle lastre come negli altri sistemi. Durante la carica all' elettrodo negativo vengono ridotti il piombo e il celluloso, mentre che all' elettrodo positivo l' acido nitrico favorisce l' ossidazione.

LORD RAYLEIGH. *Dello spazio oscuro che si forma al disopra di un filo riscaldato nell' aria polverosa* — (*Proc. Roy. Soc.* 1883).

OLIVER J. LODGE. *Sullo spazio oscuro di Lord Rayleigh* (*Nature* 1883). — Lord Rayleigh ha osservato per il primo lo spazio oscuro che si forma al disopra di un filo riscaldato, e per meglio delucidare la causa del fenomeno ha stabilito delle ulteriori ricerche. Egli riscalda delle lastre, fili, aste di vetro ec. con una lampada a spirito, indi le porta entro una cassetta formata da lastre di vetro e ripiena di fumo. La cassetta è situata in una camera oscura, ed è traversata da un fascio di raggi solari proiettati da un eliostata, e resi convergenti da una lente. Il fenomeno si presenta nel massimo grado con una lamina di rame di circa 6 mm. di larghezza.

É notevole la piccola differenza di temperatura che è necessaria perchè il fenomeno si presenti. Con un' asta di vetro precedentemente riscaldata, lo spazio oscuro è visibile anche quando l' asta è appena più calda della mano. La medesima asta raffreddata in un miscuglio frigorifero e portata nella cassetta offriva il medesimo spazio oscuro, ma che si estendeva verso il basso. Questo fatto esclude l' ipotesi che il fenomeno sia dovuto ad una evaporazione delle particelle di fumo, o ad un aumento nella differenza delle densità. Più probabile sembra l' ipotesi che le particelle più gravi vengano trasportate lungi dalla forza centrifuga, tuttavia secondo Rayleigh le ricerche fin qui istituite non sono sufficienti per decidere sulla questione.

Lodge era da prima dell' opinione che il fenomeno dovesse attribuirsi a moti correttivi dovuti alla differenza di temperatura fra il corpo e l' aria; ma le esperienze fatte, dietro suo suggerimento da J. W. Clarke, con fumo di tabacco hanno dimostrato che la differenza di temperatura non ha nulla da fare col fenomeno, poichè lo spazio oscuro si riscontra sempre. Un pic-

colo inalzamento di temperatura del corpo, produce una distensione dello spazio oscuro verso l' alto, mentre un leggero abbassamento di temperatura produce l' effetto opposto. A pressioni minori lo spazio oscuro si presenta più esteso ma con limiti meno decisi. In modo analogo fu studiato l' influenza dello stato elettrico del corpo, e si presentarono delle notevoli differenze secondo che il corpo era elettrizzato positivamente o negativamente, o secondo che l' elettrizzazione era più o meno intensa. Ma anche queste ricerche, non permettono di decidere sulla causa di questo spazio oscuro.

W. A. TILDEN e W. A. SHENSTONE. *Solubilità dei sali nell' acqua ad alte temperature.* — (*Proc. Roy. Soc.* 1883). — Gli A. hanno studiato la solubilità dei sali nell' acqua, a temperature superiori a quella d' ebollizione. Il resultato principale delle ricerche è che la solubilità sta in relazione colla fusibilità, e si verifica che per i sali anidri, l' aumento della solubilità per una data temperatura, al disopra di 100°, è tanto maggiore, quanto più facile è la fusibilità del sale.

PUCHKOFF. *Sulla costruzione della macchina d' Holtz.* — (*Lumière èlectr.* 1883). — Il disco fisso non viene forato, ma le armature esterne di carta sono riunite con una piccola strisciolina di carta che si ripiega sul bordo del disco, con le punte incollate sulla parte interna. La macchina così costruita funziona bene come le ordinarie.

D. SORDI. *Proiezione dello spettro magnetico* — (*Riv. Sc. Industr.* 1883). — Lo spettro magnetico è prodotto sopra uno specchio situato orizzontalmente sui poli magnetici, e la luce riflessa dallo specchio è proiettata, mercè una lente, sopra un diaframma.

F. e W. KOHLRAUSCH. *Equivalente elettrochimico dell'argento.* — (*Sep. Abdr. Phys-med. Gesell. zu Würzburg* 1884) — Gli A. si sono proposti di colmare una lacuna, che esiste nella fisica sull' esatto valore degli equivalenti elettrochimici. Con scrupolose misure sulla intensità del magnetismo locale, e con un cronometro Lenbach, regolato sulle osservazioni solari, hanno determinato in misure assolute l' equivalente elettro-chimico dell'argento ed hanno trovato che la corrente di 1 Ampère in 1 secondo, ossia una quantità di elettricità uguale ad un Coulomb, separa

1,1183 mg. di argento, ovvero 0,3281 mg. di rame, e decompone 0,09328 mg. di acqua. Gli A. ritengono che anche nella combinazione d'errori più sfavorevole, i resultati trovati sieno esatti a meno di $^1/_{1000}$.

H. T. EDDY. *Sul calorico raggiante.* — (*Science.* Dec. 1883, Genn. 1884).

V. WOOD. *Idem.* — (*Science,* Genn. 1884).

G. F. FITZGERALD. *Idem.* — (*Science,* 1884). — L'Eddy aveva allegato una eccezione al secondo principio della termodinamica colla seguente disposizione. S'immagini due corpi A e B, fra i quali sieno situati tre dischi o diaframmi, muniti di certe aperture e riflettenti totalmente il calore. Questi diaframmi si suppongano fissati sopra un asse comune e ruotino intorno a questo con velocità costante. L'esperienza avvenga nel vuoto. Se le dimensioni e la velocità di rotazione sono tali, che le aperture praticate nei dischi si spostino considerevolmente, durante il tempo che il calore raggiante impiega a percorrere lo spazio che separa i dischi medesimi; si potranno disporre le aperture in modo che i raggi provenienti da A possano pervenire in B, mentre quelli provenienti da B verso A rimangano intercettati e riflessi dai diaframmi. Quindi, secondo l'Eddy, se si suppone B più caldo di A, si avrebbe un passaggio di calore da un corpo più freddo ad uno più caldo senza dispendio di lavoro. Il Wood, e il Fitzgerald, dimostrano che analizzando il fenomeno, si riconosce che l'eccezione è semplicemente apparente; ma l'Eddy continuando la polemica sul soggetto, sostiene sempre la possibilità del fenomeno.

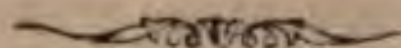
S. TOLVER PRESTON. *Una spiegazione dinamica della gravitazione.* — (*Wien. Ber.* 1883). — L'A. per spiegare la gravitazione, fa l'ipotesi che l'etere sia un gas finissimo, nel senso della teoria cinetica dei gas, il di cui medio cammino molecolare sia grande in confronto delle distanze planetarie, e i di cui atomi, numerosissimi, abbiano un diametro infinitamente piccolo. Le molecole corporee nel concetto dell'A. sarebbero scheletri vuoti formati come da asticelle, cosicchè l'etere le potrebbe traversare facilmente, e solo una piccola parte, proporzionale alla ossatura o massa della molecola, ne rimarrebbe rattenuta. Perciò ogni molecola intercetterebbe a ciascun'altra una certa quantità di quel-

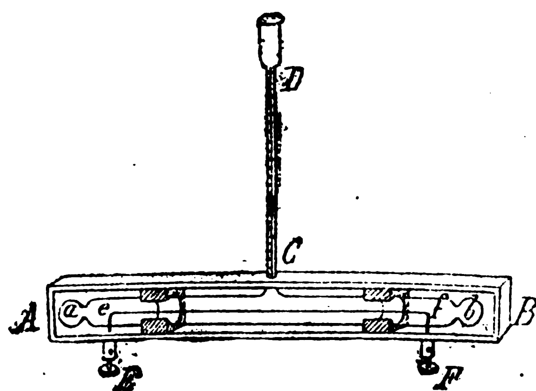
l'etere che da ogni parte verrebbe ad investirla, dando luogo ad un apparente attrazione secondo la legge newtoniana. Anche le forze di coesione, adesione e affinità chimica proverrebbero dalla medesima causa.

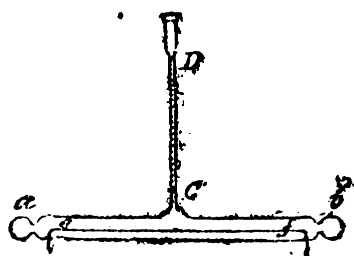
S. TOLVER PRESTON. *Sulla possibilità di spiegare le passate vicende dell' universo, colle attuali leggi naturali anche nella ipotesi della esistenza di un equilibrio termico.* — (*Wien. Ber.* 1883). — L'A. crede che l'intero universo si trovi in equilibrio termico; ma come in un gas a temperatura uniforme, vi sono alcune molecole che hanno una forza viva superiore alla media, altre una forza viva inferiore, così nell' universo si avrebbero delle stelle ad una temperatura superiore alla media, e di quelle ad una temperatura inferiore; in modo però che in ogni elemento di spazio dell' universo, la temperatura media fosse la stessa. Intendendo per elemento di spazio un cubo i cui lati fossero milioni di volte la distanza di Sirio, come nella teoria dei gas si suppone che ogni spazio elementare comprenda milioni di molecole. La vita organica sarebbe occasionata dallo scambio termico fra le stelle incandescenti e quelle fredde, ma non tenderebbe ad una fine; poichè mano a mano che una stella divenisse fredda, un' altra, per circostanze favorevoli salirebbe ad alta temperatura.

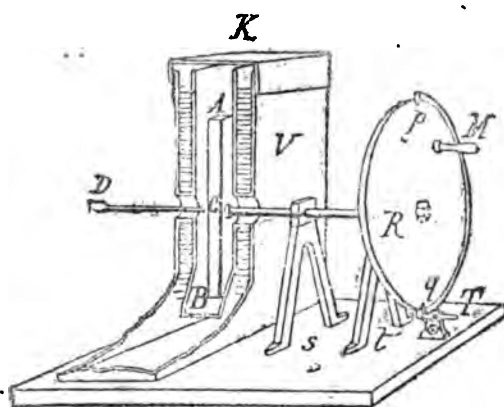
HOGER. *Processo per ottenere la forma di oggetti plastici in dimensioni ridotte o ampliate* — (*Polyt. Nat. Blatt.* 1883). — Sull' oggetto da riprodursi si versa una soluzione di Agar-Agar in acqua calda, in modo da ottenerne, col raffreddamento, la negativa. In questa forma, precedentemente cospersa di glicerina, vi si getta della gelatina fusa preparata nel seguente modo. Si fa ammorbidire della gelatina nell' acqua fredda, indi si fonde, e vi si aggiunge qualche sostanza inorganica polverizzata, per dargli una certa consistenza. — Il modello di gelatina così ottenuto si rimpiccolisce ponendolo nell' alcoole, e si amplifica nell' acqua fresca. Per ottenere riduzioni od ampliamenti molto grandi si ripete diverse volte l' operazione sulle forme già ridotte o amplificate.

BAZZI.




D
C
A
a
e
f
b
B
E
F


D
C
a
b


K
A
V
D
P
M
R
B
q
T
s
t

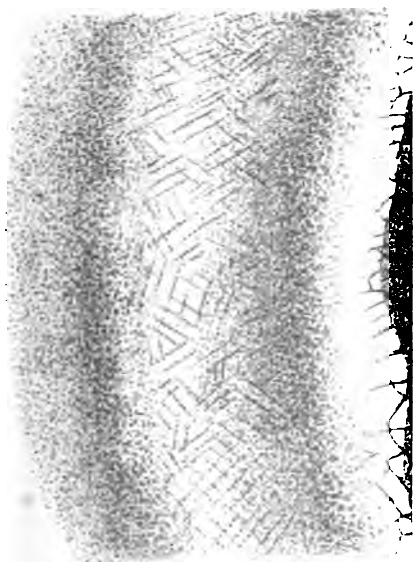
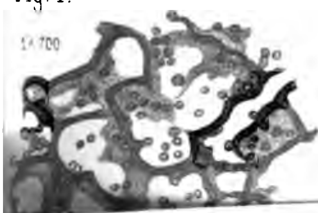


Fig. 4.



DETERMINAZIONE DELLA RESISTENZA ELETTRICA DI UN FILO, IN MISURA ASSOLUTA; NOTA PRELIMINARE DI ANTONIO RÒITI.

Assecondando le raccomandazioni della Conferenza internazionale di elettricità, il nostro Governo mi ha fornito i mezzi necessari per determinare in misura assoluta la resistenza elettrica di un dato conduttore: ed io mi vi sono applicato indefessamente per sedici mesi. Ad onta della miglior volontà mia e dello zelo illuminato con cui sono stato assistito continuatamente dal dott. Annibale Stefanini pel primo anno, ed in seguito dal sig. Adolfo Heydweiller, non che ad intervalli dal dott. Luigi Pasqualini; non sono ancora giunto al termine del lavoro che m' era prefisso. Tuttavia sento il dovere di pubblicare subito una relazione sommaria di quanto s' è fatto fino ad ora; perchè il 28 d' aprile si deve adunare per la seconda volta la Conferenza a Parigi.

Il metodo da me seguìto, è quello che ho indicato l' anno scorso. Si può considerare come una modificazione del metodo di Kirchhoff, in quanto che si fonda sull' induzione voltaica. Si tratta cioè di confrontare fra loro l' intensità d' una corrente, e la quantità di elettricità ch' essa può far circolare in un conduttore prossimo, avendo misurato il coefficiente d' induzione mutua dei due circuiti.

Kirchhoff provocava l' induzione spostando i due circuiti, Fr. Weber interrompendo il circuito primario, Rowland prima, e poi Glazebrook, invertendovi la corrente. Altre applicazioni di questo metodo io non conosco.

La determinazione di Kirchhoff non aspirava certamente al grado di esattezza che ora si pretende.

Rowland misurava l' inducente e l' indotta con due reometri distinti; talchè gli occorreva determinare le costanti dei due strumenti, oltre che il coefficiente d' induzione mutua dei due rocchetti: e di più doveva fare una determinazione speciale per ridurre le due bussole ad uno stesso campo magnetico.

Fr. Weber, quantunque facesse agire alternativamente sopra uno stesso ago tanto l'inducente quanto l'indotta, e così si risparmiasse di tener conto del magnetismo terrestre, doveva pur misurare le dimensioni di due reometri.

Glazebrook si liberava da siffatta misura; perchè nello stesso galvanometro, che gli serviva per l'indotta, mandava una debolissima derivazione dell'inducente. Ma in cambio doveva sottostare all'operazione delicatissima di confrontare fra loro due resistenze molto, ma molto diverse, in tempi diversi ed a diverse temperature.

Tutti osservavano la deviazione definitiva dell'inducente e la impulsiva dell'indotta: e però tutti avevano bisogno d'una scala divisa esattamente ed esattamente collocata di fronte allo specchietto del galvanometro: e dovevano studiare lo smorzamento delle oscillazioni, che segue leggi non ancora bene stabilite con tutto il rigore desiderabile: e tutti erano esposti agli errori, non assegnabili rigorosamente, derivanti dalle proprietà magnetiche dei metalli onde son composte le bussole. — Per tutti la determinazione del tempo, che figura nel denominatore dell'espressione d'una resistenza assoluta, si riduceva a contare le oscillazioni dell'ago, il che riesce lungo e non può essere concomitante colle osservazioni; talchè il campo magnetico doveva venir sorvegliato per un tempo molto rilevante. — Tutti prendevano la misura assoluta dell'intero circuito indotto, necessariamente di rame, e quindi molto impressionabile ai cambiamenti di temperatura; e più tardi dovevano confrontare questa resistenza, sempre grande, col filo campione, uguale all'unità Siemens od all'unità dell'Associazione Britannica. — Tutti hanno preso per sistema inducente e per sistema indotto due rocchetti cilindrici, composti di più strati di filo, ed affacciati a qualche distanza, cogli assi sopra una stessa retta: ed è ben nota la difficoltà di dedurre da misure geometriche coll'approssimazione di $^1/_{5000}$ (che tale dovrà essere almeno, se si vorrà lasciar margine agli altri errori possibili per poter contare sul millesimo nel risultato finale) il coefficiente d'induzione d'un sistema così fatto.

Da questa rapida enumerazione apparirà manifestamente quanto sia diversa la via da me battuta.

Uno stesso galvanometro serve per l' inducente e per l' indotta. Per osservare l' inducente (fig. 1) la pila P è chiusa dal filo inducente I e dal campione x da misurare, oltre che dai necessari fili di congiunzione e da una cassetta di resistenza R. Dalle estremità A,B del campione x parte un ramo derivato, che comprende il filo indotto II, il galvanometro G, una cassetta di resistenza S ed i fili di congiunzione.

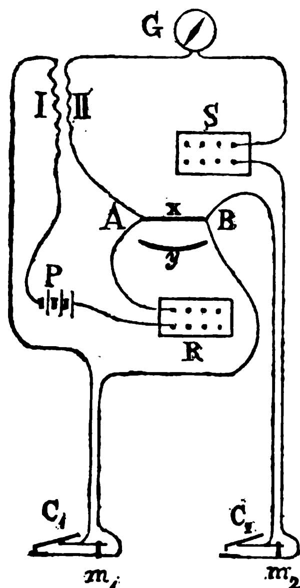


Fig. 1.

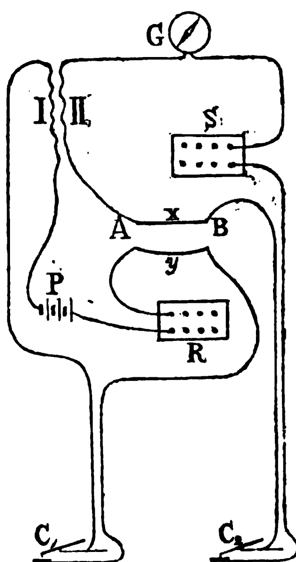


Fig. 2.

Quando s' osserva l' indotta (fig. 2), il circuito secondario è costituito dai medesimi conduttori che dianzi formavano i due rami di derivazione fra A e B: e cioè dal campione x, e dal galvanometro G col filo indotto II e cogli accessori S. — Basta sostituire a questo fascio un conduttore y equivalente fino ad $^1/_{11}$, perchè la resistenza del circuito primario, mentre esercita l' induzione, sia uguale a meno di 0,0001 a quella che presentava all' atto della misura dell' inducente.

Un interruttore acconcio C_1, C_2 permette di mandare nel galvanometro, in rapida successione, una serie di correnti indotte

tutte di chiusura, ovvero tutte di apertura; cosicchè l'ago assuma la medesima posizione che aveva quando circolava nel galvanometro la derivazione della corrente inducente. Si conta il numero esatto delle interruzioni che devono effettuarsi al secondo per raggiungere questo intento: ed un tal numero, moltiplicato pel coefficiente d'induzione mutua dei due sistemi inducente e indotto, esprime senz'altro, in misura assoluta, la resistenza del campione sottoposto ad esame.

Invece dei due soliti rocchetti, io vagheggiava l'idea di adoperare un solenoide neutro, col quale fosse concatenato un certo numero di volte il circuito indotto; perchè l'espressione del potenziale mutuo sarebbe riuscita quanto mai semplice, e le lunghezze da misurare sarebbero state tre sole. Ma mi sono lasciato spaventare da chi riteneva insormontabili le difficoltà meccaniche per costruire un anello di sufficiente grandezza colla precisione voluta: ed ho avuto ricorso ad un grande cilindro, sul quale è avvolto uniformemente un unico strato di filo di rame sottile. e senza veruna rivestitura. Questo è il mio sistema inducente, del quale posso determinare le dimensioni con tutta l'esattezza desiderabile. Il sistema indotto è un rocchetto, che abbraccia il cilindro, e sul quale ho avvolto del filo di rame rivestito di seta, non mancando di prendere le più minute precauzioni; sebbene, nel caso mio, un errore commesso nella misura di questo sistema indotto abbia un'influenza affatto secondaria sul risultato finale.

Se il cilindro fosse di lunghezza infinita, il suo potenziale sul rocchetto che lo circuisce sarebbe, come si sa:

$$M = \pi^2 D^2 n N,$$

ove D è il diametro del cilindro, n il numero delle spire che ne ricoprono l'unità di lunghezza, ed N il numero totale delle spire sul rocchetto indotto. — Pel caso della lunghezza finita, il potenziale è più complicato; ma l'ho ricavato espresso in funzioni sferiche dalle formole contenute nel trattato di Maxwell: e d'altro canto ne ho potuto ottenere facilmente l'espressione per integrali ellittici, mercè la squisita gentilezza colla quale il prof. Kirchhoff mi ha favorito un manoscritto, che faceva parte della sua Memoria sulla determinazione della costante di Neumann; ma che non è stato pubblicato insieme col resto negli

Annali di Poggendorff. I calcoli numerici condotti da me, e dal sig. Heydweiller, sull'una e sull'altra formola, hanno dato risultati identici.

Riservo ad un'ulteriore comunicazione le formole, i disegni degli apparati e tutti i minuti particolari delle mie determinazioni, senza di cui nessuno potrebbe assegnare il grado di fiducia che meritano. Ora, nella ristrettezza del tempo, devo accontentarmi d'un cenno alla sfuggita. Comincierò dagli apparati.

Il **cilindro inducente** è del miglior marmo di Carrara, ha la lunghezza complessiva di circa 127^c; ma è coperto di filo solamente per un tratto di $116^c,7$: ha il diametro medio di $30^c,9588$. È stato tornito sotto i miei occhi, e colla cooperazione attivissima del dott. Stefanini, superando difficoltà non lievi per ottenere, a forza di tentativi e di misurazioni, che in tutta la lunghezza la differenza fra il diametro massimo ed il diametro minimo non superasse $0^{mm},06$. Si è dovuto pensare poi a congegni adatti per trasportare ed orientare opportunamente questa mole di 260^{kg} senza toccarla punto sulla superficie tornita, la quale s'era inzuppata con una soluzione limpida di paraffina nell'essenza di trementina.

Ho stimato indispensabile indagare le **proprietà magnetiche del cilindro** di marmo, tanto più che è qua e là leggiermente macchiato. A tal fine mi sono costruito una bilancia d'induzione, composta di due paia uguali di rocchetti. Ciascun paio consta d'una ciambella esterna (diametri $39^c,48$ e $35^c,79$) con 140 giri di filo di rame grosso $0^c,19$, ed una interna (diametri $34^c,55$ e $33^c,28$) con 442 giri di filo di $0^c,05$. L'altezza comune è di 3^c.
Una stessa corrente (di circa $^1/_2$ ampère) passava dall'una all'altra ciambella interna per una bussola. Le due ciambelle esterne erano inserite nel circuito d'un galvanometro sensibilissimo e prontissimo, per modo che le forze elettromotrici in esse indotte, fossero contrarie. Ma affinchè si bilanciassero destando nel galvanometro la più piccola deviazione possibile, è stato mestieri aggiungere altri 8 giri ad una delle ciambelle interne, cosicchè essa risultò di 450 giri, mentre l'altra rimase di 442. L'aggiunta o la sottrazione d'un giro solo produceva una variazione

di 136^{mm} nella deviazione del galvanometro, in guisa che 1^{mm} della scala corrispondeva ad una variazione della forza elettromotrice minore di $^1/_{60000}$.

Un paio restava sempre fisso; mentre l'altro infilato nel cilindro, veniva portato nei vari punti della lunghezza di questo, o rimosso lontano. Furono 39 i punti esplorati: e le variazioni della deviazione rimasero fra i valori estremi — 1^{mm},2 e + 0^{mm},9, essendo negativi in 20 casi, positivi in 17 casi, nulli in 2 casi. La somma algebrica di tutte queste variazioni fu 7,7 — 9,1 = — 1^{mm},4, indicando che, se mai, il cilindro è paramagnetico; ma non per questo può produrre sul potenziale elettromagnetico un aumento maggiore di 1,4 : 60000 = 0,000024.

Il **filo inducente** è di rame di $^1/_2$ di millimetro, tutto d'un pezzo per quasi 2 chilometri: ed affinchè avesse per tutto la medesima sezione, abbiamo dovuto farlo passare, qui in gabinetto, attraverso una trafila di rubino; la quale al microscopio non s'è mostrata propriamente circolare, ma s' è mantenuta costante. Questo filo è stato avvolto sul marmo, e nello stesso tempo misurato con ogni scrupolo imaginabile, da me medesimo aiutato dal dott. Stefanini.

Da un grande cilindro di legno, dov' era stato raccolto uniformemente, fu passato poi al cilindro di marmo, sotto tensione costante. Fra i due cilindri rimaneva teso verticalmente un tratto di 9^m, davanti a tre microscopi muniti di micrometro oculare, e fissati ad un muro maestro dell'edificio. Con apposita macchinetta si tracciavano sul filo dei segni finissimi, che si facevano via via collimare coi reticoli dei microscopi: e che nell' avvolgimento venivano a distribuirsi lungo delle eliche, la cui regolarità faceva fede della regolare distribuzione del filo; e servivano di riprova al numero delle spire, determinato con un contatore applicato all' asse del cilindro.

Il filo di rame, come ho detto, era scoperto: e per isolarne le spire vi si avvolgeva contemporaneamente frammezzo del filo di cotone, perfetto, il quale si dipanava da un rocchetto immerso continuamente nell'essenza di trementina satura di paraffina.

La distanza fra i reticoli di due microscopi si è misurata esattissimamente, col mezzo di un **metro campione** della Società

Ginevrina, confrontato dal prof. Pisati col metro campione di Roma. Ed a questo metro sono state riferite tutte le lunghezze.

A correzioni fatte, il **diametro del solenoide**, quale si deduce dalla lunghezza del filo di rame, è di . . . . . . $30^c,99334$;
mentre il diametro medio del marmo osservato direttamente col catetometro, era di. . . . . $30^c,9588$

La differenza . . $0^c,03454$

coincide colla grossezza media del filo, la quale fu trovata, sotto il microscopio, di . . . . $0^c,0341$.

Quindi, assumendo pel diametro del solenoide il valore:

$$D = 30^c,9933 ,$$

l' errore sarebbe inferiore a $^1/_{300000}$: ad ogni modo sempre trascurabilissimo, quantunque il diametro comparisca al quadrato nell' espressione del potenziale.

La lunghezza del solenoide, che comparisce nel denominatore di quell' espressione, non si è potuta finora misurare con un' esattezza maggiore di $10^{mm},1$, ed è risultata di $116^c,700$. Conto però, se non mi mancherà il tempo, di arrivare ad esprimerla con una cifra di più.

Il **numero totale delle spire** è 1871: e così:

$$n = \frac{1871}{116,7} .$$

Il **rocchetto indotto** è, come ho detto, di bronzo: e fu ottenuto nell' Officina Galileo dalla fusione di rame galvanico e di stagno Branca. È formato di due parti uguali, separate da uno strato di ebanite: ed è in tutto simile a quei rocchetti che hanno servito a Lord Rayleigh per ripetere la determinazione fatta dall' Associazione Britannica. È verniciato colla gommalacca, ed ha la sponda solcata da una fenditura foderata d' ebanite, per la quale passano i capi del filo. Finora vi sono avvolti due fili soli rivestiti di seta bianca, entrambi grossi 1^{mm}. Il più interno è coperto di seta una sola volta, ed è stato inzuppato con essenza di trementina satura di paraffina: vi forma sei strati alternativamente di 77 e di 78 giri, così che in tutto ha 465 spire. Il suo diametro medio fu dedotto, come pel solenoide inducente, sia

dalla lunghezza del filo, sia anche mediante il catetometro, ed è di 40c,540, con un'esattezza esuberante, perchè entra nella formola come termine di correzione. L'altezza media di questo rocchetto, ossia la distanza media fra gli assi dei fili estremi, in uno strato, è di 8c,383. Il secondo filo non è stato inzuppato di paraffina: ma è doppiamente coperto di seta bianca: occupa altri sei strati formando un secondo rocchetto di 432 spire, alto 8c,428, col diametro medio di 41c,759.

I quattro capi di questi due conduttori sono assicurati ad acconci serrafili, talchè si possono adoperare o separatamente od in congiunzione.

All'atto dell'avvolgimento non si è mancato di esaminare se la resistenza si manteneva quale era richiesta da un buon isolamento.

Il cilindro riposa sopra un tripode di legno ed ottone, con robuste viti di livello per metterlo in posizione verticale. Il rocchetto indotto vi è infilato, e può venir fissato a varie altezze, allivellato ed orientato mercè acconcie viti a scrupolo. Tutto il sistema è racchiuso in una vetrina, nel costruire la quale si è evitato tutto ciò che potesse esercitare azione magnetica.

Il potenziale del cilindro sul primo rocchetto, posto a metà altezza, si è calcolato, nel modo dianzi indicato di:

$$669133 \times 10^{2} \text{ C. G. S.}$$

Quello del cilindro medesimo sul secondo rocchetto, collocato come sopra, di:

$$619666 \times 10^{2} \text{ C. G. S.}$$

E non credo che l'errore relativo di questi numeri superi gli 0,00008.

Dei cordoni a sette capi di filo di rame, con grosso involucro di guttaperca, congiungono i vari apparati, sono per ogni dove accoppiati e ritorti così che non esercitino azione elettrodinamica: e sono sospesi per mezzo di filo di guttaperca.

I commutatori sono tutti di rame e mercurio, sull'ebanite tirata a pulimento speculare: meno uno, che ha i pozzetti di porcellana ben lavata ed asciutta, ed appoggiata sulla paraffina.

Il **galvanometro** è del modello di Magnus, costruito da O. Plath di Berlino; ma i suoi rocchetti sono stati qui avvolti di nuovo, constano ora di 804 spire in tutto e presentano la resistenza di 11 ohm. Il sistema astatico dei due aghi è stato qui pure modificato, ed impiega 17 secondi a fare un' oscillazione completa. Lo smorzatore di rame agisce mediocremente.

La scala col cannocchiale è distante dallo specchietto 6^m circa, e nulla di meno vi si possono apprezzare bene i decimi di millimetro. Le deviazioni utilizzate non sono mai state minori di 74^s: e venivano moderate mediante l'inserzione d'una cassetta di resistenza S nel ramo del galvanometro.

La **pila** era composta di elementi Daniell (da 1 a 40, secondo i casi), colle due soluzioni della densità 1,15, rinnovate ogni giorno: e collo zinco ogni giorno riamalgamato. Il solfato di zinco era stato bollito insieme col carbonato di zinco e ne teneva sempre in sospensione.

Talvolta la pila veniva chiusa sopra se stessa con un filo metallico, così che si mandava nel solenoide una corrente derivata. Più spesso vi si mandava la corrente totale, più o meno indebolita da una resistenza R aggiunta alla pila. In tal modo si son fatte circolare nel solenoide delle correnti d'intensità diverse da 0,001 a 0,1 d'ampère.

Un commutatore è applicato alla pila, uno al galvanometro, uno al rocchetto indotto: e si adoperano colla vicenda più appropriata per eliminare, se mai vi fosse, l'effetto di qualunque dissimmetria.

L'**interruttore** si trova in un'altra stanza, lontano dal galvanometro, che non se ne risente punto: è infitto in un blocchetto di pietra murato nel suolo; è formato da due robuste leve di rame. Entrambe hanno ad un' estremità un martelletto di rame amalgamato, che è premuto fortemente da tre molle contro un piano sottoposto, pure di rame amalgamato. Sotto al fulcro le leve hanno un' appendice che pesca continuamente in un pozzetto di rame contenente mercurio. Alle loro estremità libere agiscono due eccentrici, fissati su d'un asse comune, che operano due (talvolta quattro) interruzioni ad ogni rivoluzione. Spostando i due

commutatori si possono raccogliere le correnti di chiusura ed escludere quelle d'apertura o viceversa.

La resistenza elettrica di questo apparato si può dire prossimamente nulla.

In sulle prime dei pozzetti a mercurio, surrogati poi da due forti molle m_1, m_2 (fig. 1) di rame amalgamato (perchè il mercurio sprizzava spesso per effetto del tremore) servivano a mantener chiusi all'occorrenza i due circuiti, mentre i martelletti picchiavano furiosamente sulle loro incudini.

Un idromotore Schmid a due cilindri fa ruotare, col mezzo d'una corda tenuta in tensione costante, l'albero degli eccentrici; sul quale, per avere un moto abbastanza regolare, ho dovuto applicare due volani del peso complessivo di 53^{kg} e del diametro di [illegible], non che una ruota a grandi ali.

Un freno adattato direttamente alla ruota dell'idromotore permette di graduare la velocità, la quale è accusata approssimativamente da un tachimetro di Schäffer e Budenberg.

M'ero prefisso di mantener costante la velocità coll'artificio usato da Lord Rayleigh, o mercè la ruota fonica di Poul La Cour, che posseggo; ma finora, preoccupato di continuo dalla ristrettezza del tempo, non vi sono riuscito. E tale malaugurata preoccupazione mi ha sempre fatto procedere per via di compensi e di spedienti, rendendo doppiamente faticoso ed incerto il mio lavoro.

Per determinare il numero delle correnti indotte, che dovevano passare al secondo nel galvanometro a fine di produrvi una data deviazione, mi sono valso finora d'un cronografo Hipp con tre elettrocalamite. Una è comandata da un interruttore apposito, applicato sull'asse degli eccentrici ed isolato da tutto il resto: la seconda funziona sotto l'azione diretta dell'orologio astronomico n.° 96, F. Gutkaes in Dresda, collocato nella specola del R. Istituto geografico militare, e comunicante col mio laboratorio per mezzo d'una linea telegrafica di 210^m: la terza elettrocalamita obbedisce ad un tasto prossimo al cannocchiale d'osservazione, e segna un punto quando la deviazione del galvanometro è quella desiderata.

L'intervallo corrispondente ad un secondo ha variato sulla zona dai 7 agli 8^c. Si misurano due tratti, di 10^s e di 20^s, che

comprendano nel mezzo il punto impresso dalla terza elettrocalamita: e si prende il valor medio delle due letture, che non presentano mai una differenza di $^1/_{1000}$. Talchè si può ritenere che l'errore di questa determinazione non arrivi, per ciascun numero, ai 0,0005: e viene poi notevolmente attenuato col ripetere le osservazioni e col prenderne le medie.

L'orologio ha un buon andamento, avanza di circa mezzo secondo al giorno sidereo; quindi per passare al tempo medio solare basta senz'altro accrescere il risultato finale di 0,00273. — Il lato debole è la maniera in cui vien chiusa la corrente, perchè il contatto si stabilisce fra un filino di platino portato dal pendolo, ed una gocciolina di mercurio.

In generale non sono ancora pienamente contento nè di questo modo di contare le correnti indotte, che è troppo lungo e tedioso: nè del motore Schmid, che non ha l'andamento regolare che vorrei; e, se sarà il caso d'insistere nelle presenti ricerche, migliorerò questi due punti. Ma ad ogni modo sono persuaso che, anche così come stanno ora gli apparati, sul mezzo millesimo ci si possa contare con piena fiducia.

Un' altra circostanza, per me ben dolorosa, ha reso incerte delle lunghe serie d'esperienze. La mia stanza da lavoro è spaziosa, a pian terreno, molto stabile, esposta a tramontana; ma è contigua col laboratorio di chimica: cosicchè ho la disgrazia d'avere per vicino il prof. Ugo Schiff. Il quale (pare incredibile) è andato portando qua e là dei lunghi pezzi di ferro, sebbene m'avesse promesso formalmente d'astenersene. — Ed ora che, con questa denunzia pubblica, ho inflitto allo Schiff la pena che merita, passo a dire succintamente come si fanno le osservazioni.

Ogni giorno, prima di principiare, si riamalgamano i martelletti dell'interruttore, si prova se i contatti sono perfetti, e mediante il cronografo si prende il tracciato delle aperture e delle chiusure operate dai martelletti dell'inducente e dell'indotto, per verificare se la posizione relativa degli eccentrici è la migliore.

Fatto ciò si dà all'interruttore, guardando il tachimetro, una velocità che poco si scosti dalla normale. Poi si mettono le morsette m_1, m_2 affinchè il circuito resti chiuso costantemente in ogni punto:

e si legge la deviazione definitiva dovuta alla derivazione dell'inducente. In seguito si levano le morsette, si effettua la commutazione atta a mandare nel galvanometro le correnti indotte, e con appropriati segnali si danno gli ordini al meccanico che rallenti o stringa il freno, che dia la via alla carta del cronografo ec. Quando la velocità dell'interruttore, e però la deviazione del galvanometro, variano lentamente, si fanno tre letture alla distanza di circa 3^{mm} della scala: scegliendole in guisa che la seconda coincida colla deviazione precedentemente prodotta dalla corrente inducente. In fine si rimettono le morsette e si ripete la lettura dell' inducente. Così è compiuto un gruppo di osservazioni: e per ciascun gruppo si legge il termometro a decimi di grado (apprezzando i centesimi), che si trova infilato nel campione di resistenza, il quale è immerso in un grande bagno d'acqua, fasciato di feltro.

Dopo aver misurato il tracciato del cronografo in corrispondenza ai tre punti, si fa il calcolo ammettendo che le intensità delle correnti siano proporzionali alle deviazioni, il che è permesso fra limiti così ristretti: e dei tre numeri ottenuti si prende la media. Sei di queste medie, tre per velocità crescenti e tre per velocità decrescenti, costituiscono di solito una serie d' osservazioni, che si fa in un'ora e mezzo, quando tutto va bene. Ma è difficile compiere più di due serie in un giorno, se si vogliono eseguire i computi sul nastrino del cronografo, e condurre a termine anche i calcoli relativi.

Le medie finali delle singole serie dovrebbero coincidere a meno del decimillesimo. E pure m' è forza confessare che ciò si è verificato ben di rado.

Nel primo mese d' osservazioni la cosa era giustificabile, perchè non conosceva ancora a pieno l' importanza delle varie cause d'errore. Ma in seguito il persistere delle divergenze, sebbene minori, m'ha dato molto da pensare. — E qui sarà opportuno enumerare le cause perturbatrici. Prescindendo da un errore costante nel coefficiente d' induzione mutua, che è molto improbabile, citerò prima quelle che tendono ad assegnare un numero troppo piccolo alla resistenza del campione, e poi le altre che agiscono in verso opposto.

Si tenga presente la formula:

$$x = \frac{M}{1+ct}\frac{\alpha}{\beta}n ,$$

dove x è la resistenza assoluta che avrebbe a 0° il campione, ct la correzione per la temperatura, M il coefficiente d'induzione mutua quale è dato dal calcolo, α la deviazione del galvanometro per effetto della derivazione dell'inducente, β quella, pochissimo diversa, determinata da n correnti indotte al secondo. E si vedrà che tendono a dare:

Un numero troppo piccolo:

1.° Il paramagnetismo del solenoide, per cui il coefficiente reale d'induzione sarebbe maggiore di M.

3.° La polarizzazione della pila, la quale sarebbe più intensa nella chiusura permanente che dà α, che non quando viene periodicamente aperta per ricavare β.

5.° Il calore svolto nel solenoide che tende ad indebolire la corrente primaria più quando vien misurata, che quando esercita l'induzione.

Un numero troppo grande:

2.° Le sostanze paramagnetiche comprese fra il solenoide ed il rocchetto secondario, perchè funzionerebbero come schermo, e però il coefficiente M sarebbe maggiore del vero.

4.° Il calore svolto dalla corrente nella derivazione della pila, nei casi che non si utilizza tutta la corrente: maggiore quando la corrente vien misurata, che quando esercita l'induzione; percui α viene ad aumentare.

6.° Il calore Joule svolto nel campione senza che abbia agio di trasmettersi al termometro; perchè aumenta α e fa scemare β. E così pure il calore Peltier, che desta una corrente termoelettrica la quale si somma colla derivazione dell'inducente, e si sottrae dall'indotta.

7.° Lo smorzamento delle oscillazioni durante il moto ritardato, che allora tende a mantenere β più grande del dovere.

8.° Lo smorzamento delle oscillazioni allorchè il moto è accelerato.

9.° Il magnetismo indotto negli aghi del galvanometro, se è il più debole che si trova fra le spire; perchè questo, deviando, verrà più rinforzato dell' altro: e più rinforzato dalle correnti d' induzione che dalla corrente costante.

10.° Il magnetismo indotto negli aghi del galvanometro, se quello compreso fra le spire comanda sull' altro.

11.° Il paramagnetismo della materia compresa fra le spire e l' ago del galvanometro, il quale, crescendo meno rapidamente della intensità della corrente, eserciterà la sua azione protettrice più per l' inducente che per l' indotta, rimpiccolendo α rispetto a β.

12.° Il difetto d' isolamento, come bene osserva Lord Rayleigh.

La causa 1ª temo che non sia stata considerata abbastanza da' miei predecessori; talchè mi sorge il dubbio che i loro numeri possano essere, per ciò, alquanto al disotto del vero. Nel caso mio ho mostrato come non debba esercitare influenza sensibile. Così pure ritengo che sia della causa 2ª, non tanto perchè ho impiegato rame elettrolitico nella fusione del rocchetto, quanto perchè col circuito più esterno non ho ottenuto numeri maggiori che coll' interno, sebbene, come si sa, tutto il *filo* di rame contenga ferro. — Ma, per acquistare la piena certezza su questo punto, mi riservo a fare la riprova suggerita da F. Kohlrausch, determinando per mezzo di una bussola delle tangenti il potenziale magnetico del solenoide inducente e dei rocchetti indotti, e con-

frontandolo col potenziale calcolato. La mancanza di tempo me l'ha impedito finora.

Gli effetti 3° e 4° prodotti dalla polarizzazione della pila, o da un conduttore troppo sottile che la chiuda, ho avuto campo di constatarli: e me ne sono schermito in seguito.

Il calore svolto nel solenoide, come quello svolto nel campione (5° e 6°), non può esercitare influenza dannosa; perchè, avendo adoperato ordinariamente delle correnti di 0,01 d'ampère, esso è irrilevante: e sarebbe pure trascurabile nei pochi casi in cui ho spinto l'intensità della corrente fino ad 0,1 d'ampère.

Quando la velocità varia lentamente, non si riscontra nessuna differenza fra i risultati delle osservazioni fatte con velocità crescenti o decrescenti, cosicchè cessa qualunque preoccupazione relativa ai punti 7° ed 8°.

Non ho potuto nemmeno constatare differenza alcuna, sia orientando il galvanometro in modo che l'ago fosse parallelo alle spire col circuito aperto, sia che vi venisse condotto dalla corrente. Dunque nemmeno il magnetismo indotto negli aghi, contemplato ai numeri 9° e 10°, non produce errore nel mio caso.

Per verificare se lo smorzatore di rame od il filo stesso del galvanometro influiscano veramente (11°) in maniera sensibile, sto preparando un secondo galvanometro collo smorzatore ad aria. Ma, se questa causa d'errore può essere molto influente osservando le deviazioni impulsive, nel caso mio ha importanza di gran lunga minore: ed anzi ritengo che sia perfettamente trascurabile se penso all'estrema debolezza delle correnti che passavano pel mio galvanometro (da 0,0001 a 0,00001 d'ampère), per le quali il magnetismo indotto è probabilmente proporzionale alla loro intensità.

L'isolamento imperfetto, quale può derivare, per esempio, da un poco di polvere sull'ebanite ec., mi ha dato sempre numeri troppo grandi (12°): e non è mai esagerato lo scrupolo con cui si bada a questo particolare. Ciò non di meno non mi pare che gli si debba assegnare un'importanza esclusiva, preferendo senz'altro i numeri minori ai maggiori.

Ho fatto le esperienze prendendo via via pel ramo x (fig. 1) quattro diversi **campioni di resistenza:**

a) Una copia dell' unità britannica, costruita da Elliott Brothers e procuratami gentilmente da Lord Rayleigh col certificato del Laboratorio di Cambridge dal quale appare che « addì 21 novembre 1883 il n.° 95 d' Elliott alla temperatura di 15°,3. C. aveva il valore di 0,99977 B.A., ed alla temperatura di 10°,1 C. il valore di 0,99813 B.A., e quindi fra questi limiti di temperatura il coefficiente 0,00031 per 1°C. ».

b) Una unità Siemens, cedutami ultimamente da Siemens e Halske coi seguenti dati del dott. O. Frölich: « Il valore del rocchetto normale 1'.. è, a 20° C., di 1,00014 unità Siemens; col coefficiente 0,00036 per 1° C. — Berlino 2 novembre 1883 ».

c) Un rocchetto Strecker, portante il n.° 20 ed equivalente, a 10°,0 C., a $1^m,00130$ di mercurio. Coefficiente medio 0,000655 per 1° C.

d) Un rocchetto Strecker n.° 22 della resistenza, pure a 10°,0 C., di $0^m,48026$ di mercurio. Coefficiente medio 0,000655 per 1° C.

Questi due rocchetti, colle relative indicazioni, mi sono stati favoriti dal dott. K. Strecker, assistente del prof. F. Kohlrausch, il quale li ha confrontati direttamente colle sue colonne di mercurio a Würzburgo dal 13 al 16 dicembre 1883.

Nel Gabinetto di Firenze i rocchetti *a*, *b*, *c* sono stati confrontati fra di loro dal sig. Heydweiller col mezzo del ponte che ha servito a Siemens per la riproduzione della sua unità: ed ecco i rapporti fra l' unità dell' Associazione Britannica e la colonna di mercurio a 0°, lunga 1^m e della sezione di 1^{mm^2}:

(*a*,*b*) Siemens $\begin{cases} 1^m \text{ di mercurio} = 0{,}95363 \text{ B. A.} \\ 1 \text{ Unità B. A.} = 1{,}04862 \text{ Unità Siemens} \end{cases}$

(*a*,*c*) Strecker $\begin{cases} 1^m \text{ di mercurio} = 0{,}95366 \text{ B. A.} \\ 1 \text{ Unità B. A.} = 1^m{,}04859 \text{ di mercurio.} \end{cases}$

Mi sono valso di questi rapporti per rendere fra loro paragonabili le determinazioni fatte ponendo al posto di *x* (fig. 1) successivamente i rocchetti *a*, *b*, *c*, *d*.

Or bene, senza contare le prove preparatorie, dal 12 gennaio al 30 marzo, ho potuto fare delle determinazioni in 50 giorni;

perchè gli altri sono andati impiegati a sistemare od a migliorare gli apparati. In questi 50 giorni ho eseguito non meno di 380 gruppi, da tre osservazioni ciascuno, e distribuiti in 74 serie, ricorrendo a diverse forze elettromotrici, ad intensità diverse di corrente, a velocità diverse dell'interruttore, adoperando come rocchetto indotto ora l'interno, ora l'esterno, ora entrambi riuniti insieme, ora valendomi dell'induzione alla chiusura, ora all'apertura.

Se, senza preoccuparmi del numero che dànno, elimino quei gruppi i quali evidentemente sono stati influenzati da qualcuna delle cause perturbatrici sopra citate, e quelle serie che (per la instabilità del galvanometro, procuratami dal prof. Schiff) sono riuscite irregolari, rimangono pur sempre 197 gruppi appartenenti a 35 serie diverse; ai quali non saprei davvero attribuire pesi differenti.

Tutte le medie di queste 35 serie, spingendo pure la modestia molto più in là del dovere, prevedevo che concordassero fra loro almeno fino al mezzo millesimo: ed invece presentano delle differenze che salgono fino ai quattro millesimi! — Talchè ricaverei tanti valori distinti partendomi da Wild e arrivando fino ad H. Weber in Braunschweig, dopo essermi incontrato in Rowland, in Kohlrausch e, per una volta sola, anche in Lord Rayleigh, quand'egli lavorava con Schuster. E per quanto io abbia fatto e riflettuto, non m'è riuscito di trovarne la cagione. Numeri ottenuti in condizioni disparatissime coincidono spesso; numeri derivanti da condizioni, che mi parevano perfettamente identiche, presentano spesso le discrepanze maggiori.

È tale lo studio da me posto in questa quistione, che, se non temessi di peccare d'irriverenza, sarei tentato a pensare che anche gli altri sperimentatori si sarebbero forse imbattuti in disaccordi analoghi, qualora avessero esagerato, come me, il numero delle loro osservazioni.

Fra tanta incertezza mi pare d'intravedere una cosa sola: ed è che i numeri esprimenti la resistenza assoluta d'un campione vadano via via diminuendo da un giorno all'altro, se nulla si cambia nel circuito secondario; e che riescano invece maggiori, allorchè entri a far parte di quel circuito un conduttore che non abbia servito in precedenza, oppure che da molti giorni sia

rimasto inoperoso. — Direi quasi che i fili di rame hanno bisogno d'abituarsi a condurre una successione rapida di correnti indotte. Ma, per quanto un tal fatto possa armonizzare con altri fatti già noti, sento la necessità, prima di darlo come certo, d'intraprendere una lunga serie d'esperienze opportunamente coordinate, e rivolte a questa mira.

Oggi, per finire la mia relazione preliminare, riferisco il valor medio ricavato dalle 591 osservazioni tenute per buone, come se le discrepanze (cosa inverosimile) fossero meramente fortuite.

Colle precedenti riserve, troverei:

$$1 \text{ B. A.} = 0{,}99024 \text{ Ohm}$$

oppure:

$$1 \text{ Unità Siemens} = 0{,}94432 \text{ Ohm}$$

ossia:

$$1 \text{ Ohm} = 1^{m}{,}05896 \text{ di mercurio.}$$

Il così detto errore probabile di questo risultato finale sarebbe 0,000076; il quale, sommato coll'errore costante possibile 0,00008 (da cui è ancora affetto, come dissi, il coefficiente d'induzione mutua) diverrebbe:

$$\pm 0{,}00016 .$$

Firenze, 4 Aprile 1884.



RICERCHE SPERIMENTALI SUL FENOMENO DI *HALL*, PARTICOLARMENTE NEL BISMUTO; MEMORIA DEL PROFESSOR AUGUSTO RIGHI.

I. *Storia della scoperta, e relazioni del nuovo fenomeno con altri conosciuti.*

È noto che la forza che si esercita sopra un conduttore fisso percorso da correnti costanti, e situato in un campo magnetico costante, agisce sulla materia del conduttore, ma non tende a spostare la corrente nel seno di esso; onde è veramente quella, una forza *ponderomotrice*, ben diversa dalle forze *elettromotrici* che si esercitano sull'elettricità e non sulla materia ponderabile che la contiene. Ciò è esplicitamente dichiarato dal Maxwell in un notevole passo del suo trattato (1). Tuttavia in una teoria, per altro ingegnosa, sull'induzione unipolare, l'Edlund (2) ammette invece che una calamita accostata ad un conduttore percorso da correnti, agisca sopra ogni linea di corrente spostandola nel seno del conduttore, come agirebbe su d'un filo mobile percorso dalla corrente stessa.

Fu riflettendo su questi due pareri contradditori, e cercando d'ottenere sperimentalmente una conferma del secondo, che il sig. Hall giunse a scoprire il nuovo ed interessante fenomeno che porta il suo nome.

A sua insaputa altri, e cioè Feilitzsch, Wiedemann, Mach (3) e Gore (4), avevano già tentato sperimentalmente di decidere la questione, ma nessuno di essi potè riuscire a trovare qualche azione del genere di quella ammessa da Edlund.

La prima esperienza di Hall (5) consistè nel collocare una spirale piana di filo metallico fra i poli di una elettrocalamita col suo piano perpendicolare all'asse magnetico, e nel vedere se la sua resistenza aumentava per azione del magnetismo. Se difatti la corrente che percorreva la spirale avesse dovuto obbedire

(1) V. II, p. 144.
(2) Ann. de Ch. et Ph. Janvier 1879.
(3) Wied. Galv., v. II, p. 174.
(4) Phil. Mag., v. XLVII, p. 393. 1874.
(5) Phil. Mag. March 1880, p. 225.

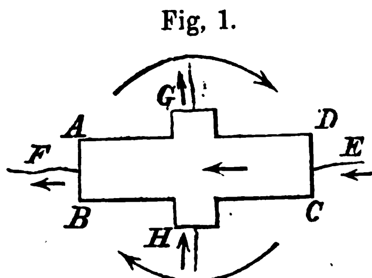
alla forza elettromagnetica, essa si sarebbe addensata da una parte del filo, come se quest' ultimo avesse d' un tratto diminuito di sezione. L' esperienza ebbe un risultato negativo.

Hall allora pensò, che forse si doveva considerare l' elettricità come un fluido incompressibile, e che invece di addensarsi realmente da un lato del conduttore, doveva solo tendere ad addensarsi, generando così una forza elettromotrice di nuovo genere, in direzione trasversale. Fece dunque una esperienza, che già era stata tentata da Rowland, la quale consisteva nel far passare la corrente in una lamina metallica collocata fra i poli d' una elettrocalamita, per mezzo di due elettrodi applicati in due punti qualunque, nel collocare due nuovi elettrodi, comunicanti con un galvanometro, in due punti d' una stessa linea equipotenziale, in modo cioè da non avere corrente, e finalmente nel vedere se una corrente permanente si manifestava eccitando l' elettrocalamita. Anche in tal caso il risultato fu negativo; ma avendo, per consiglio dello stesso Rowland, sostituito alla lamina una sottile foglia d' oro, ottenne in modo non dubbio una corrente.

Questa corrente era permanente, quindi non poteva attribuirsi a fenomeni d' induzione (che tuttavia si manifestavano naturalmente ad ogni chiusura od apertura della corrente nell' elettrocalamita). Essa si invertiva, sia invertendo la corrente nella foglia d' oro, sia invertendo la corrente magnetizzante che percorre l' elettrocalamita. Inoltre la sua intensità cresceva insieme all' intensità della corrente principale che percorreva la foglia d' oro, come pure insieme all' intensità della corrente che produceva il campo magnetico.

La forma più comoda, adottata da Hall, per la foglia d'oro (che era applicata ad una lastra di vetro), fu quella di striscia rettangolare AB CD (fig. 1), alle estremità della quale erano applicati gli elettrodi E, F della corrente. La striscia aveva poi, circa a metà della sua lunghezza, due piccole appendici rettangolari G, H, in modo che la foglia d'oro acquistava

Fig. 1.



la forma d' una croce. A quelle appendici si univano gli elettrodi del galvanometro. Per rendere nulla la corrente in questo strumento prima dell'azione dell' elettrocalamita, od almeno (ciò che più facilmente si ottiene) per ridurla ad un piccolissimo valore, trovò comodo di raschiare lateralmente dalla parte dovuta una od entrambe le due appendici. Infine, le comunicazioni della foglia erano fatte con lastre d' ottone fortemente premute da morsetti a vite.

La direzione della corrente che percorreva il galvanometro quando agiva l' elettrocalamita, era però tale, da essere in opposizione con quella che si poteva prevedere basandosi sulla legge di Ampère, e ritenendo che l' elettricità scorra dal polo positivo al negativo. Così, nel caso della figura 1, ove le freccie arcuate rappresentano la direzione della corrente magnetizzante, e le freccie orizzontali quella della corrente inviata nella foglia d'oro, la corrente nel galvanometro aveva la direzione indicata dalle freccie verticali. Si doveva quindi ammettere che l'elettricità nella corrente era un fluido che scorreva, non nella direzione che per convenzione si suole assegnare alla corrente, ma bensì nella direzione opposta, cioè dal polo negativo al positivo. L' esperimento interpetrato in tal guisa, avrebbe dunque fornito un' importante ed inaspettata nozione sulla natura dell'elettricità.

Da alcune esperienze di misura si desunse poi, che la corrente trasversale era sensibilmente proporzionale all' intensità della corrente principale, ed all' intensità del campo magnetico.

Il Rowland (1) poco dopo fece notare, che la nuova forza elettromotrice, componendosi con quella della corrente principale, doveva dare una risultante inclinata sulla direzione della seconda; e siccome le due componenti sono fra loro proporzionali, l'angolo compreso fra la forza elettromotrice risultante e quella dovuta alla corrente principale (la sola che esista quando l'elettrocalamita non agisce), è dipendente solo dall' intensità del campo magnetico. La corrente sarebbe dunque girata d' un certo angolo, precisamente come lo sono le vibrazioni dell' etere in molti corpi trasparenti. Quest' osservazione, in connessione colla teoria di Maxwell, stabiliva dunque un' intima relazione fra il nuovo fenomeno, e quello della rotazione del piano di polarizzazione della luce.

(1) Phil. Mag. June 1880, p. 432.

Importava quindi verificare se un fenomeno simile a quello di Hall, si produceva nei dielettrici, e cioè se le linee di forza erano girate come le linee di corrente, per azione del magnetismo. Con un'esperienza la cui disposizione è facile ad indovinarsi, Hall (1) non ottenne però nessun effetto distinto.

Esso studiò in seguito, oltre che diverse foglie d'oro, anche l'argento, il ferro, il platino e qualche altro metallo. Il fenomeno si presentò nel platino e nell'argento nello stesso senso che nell'oro; ma col ferro la corrente trasversale ebbe sempre una direzione contraria a quella ottenuta con una foglia degli altri tre metalli. Questa particolarità offerta dal ferro, sembrava in relazione col suo potere magnetico. Ma il platino e poscia anche il nichel, quantunque magnetici, diedero il fenomeno nello stesso senso che l'oro e l'argento, che sono diamagnetici.

Senza fermarmi ad una nota di Boltzmann (2), confutata in parte da Hall (3), sulla possibilità di dedurre dal fenomeno di Hall una misura della velocità assoluta della corrente elettrica, nè ad altri lavori di minor importanza, devo indicare una nota rimarchevole di J. Hopkinson (4), in cui quest'autore per primo considera il fenomeno in discorso, da un punto di vista che sembra essere il vero. Esso fa osservare cioè che il fenomeno di Hall è implicitamente compreso nelle equazioni generali che contengono le componenti della forza elettromotrice e quelle della corrente in un punto d'un conduttore a tre dimensioni, quali furono date da Thomson e da Maxwell. Infatti, in virtù della legge di Ohm, le componenti X, Y, Z, della forza elettromotrice in un dato punto, devono essere funzioni lineari delle componenti u, v, w, della corrente, e quindi:

$$X = R_1 u + Q_3 v + P_2 w$$
$$Y = P_3 u + R_2 v + Q_1 w$$
$$Z = Q_2 u + P_1 v + R_3 w \quad (5).$$

In generale può ritenersi $P_1 = Q_1$, $P_2 = Q_2$, $P_3 = Q_3$, se un solido percorso dalla corrente può assimilarsi ad un assieme di conduttori lineari. Ma se per una cagione qualunque, per esempio

(1) Phil. Mag. November 1880.
(2) Phil. Mag. Avril. 1880, p. 308.
(3) Phil. Mag. August 1880, p. 136.
(4) Phil. Mag. December 1880, p. 430.
(5) Maxwell — A treatise on Electricity and Magnetism, v. I, p. 345, 349.

in causa d'induzione magnetica, avviene che la resistenza nelle diverse direzioni cangi, prendendo l' asse delle z nella direzione della induzione, le equazioni possono assumere la forma:

$$X = R_1u + S_3v + S_2w - Tv$$
$$Y = S_3u + R_2v + S_1w - Tu$$
$$Z = S_2u + S_1v + R_3v.$$

« Apparisce da queste equazioni, dice il Maxwell, che la for-« za elettromotrice può essere considerata come risultante di due « forze, una delle quali dipendente solo dai coefficienti R ed S, « e l' altra dipendente solo da T. La parte dipendente da R ed « S è riferita alla corrente nella stessa guisa che la perpendico-« lare al piano tangente ad un elissoide, è riferita al raggio vet-« tore. L' altra parte, dipendente da T, è eguale al prodotto di « T per la componente della corrente perpendicolare all' asse T, « e la sua direzione è perpendicolare a T ed alla corrente, es-« sendo sempre nella direzione nella quale la componente della « corrente giacerebbe, se fosse girata di 90° nella direzione posi-« tiva intorno a T ».

E più oltre: « Il coefficiente T può chiamarsi, il coefficiente « rotatorio (*rotatory coefficient*). Abbiamo ragioni per ritenere « che non esista in qualche sostanza conosciuta. Deve forse ri-« scontrarsi nelle calamite, che hanno una polarizzazione in una « direzione, dovuta probabilmente ad un fenomeno d'indole ro-« tatoria (*rotational phenomenon*) nella sostanza ».

Hopkinson, dopo avere riprodotto questo passo, fa osservare, che invece di considerare il fenomeno di Hall come dovuto ad un' azione diretta dal magnetismo sulla corrente, si può appunto considerarlo, come il risultato dell' azione del campo magnetico sul conduttore, in virtù della quale cambiano i suoi coefficienti di resistenza.

Seguendo questo nuovo ordine d' idee, il Rowland (1) riprese in esame l' analogia fra il fenomeno di Hall e quello della rotazione del piano di polarizzazione della luce, e cercò di render conto di quest' ultimo partendo dalla teoria elettro-magnetica della luce, secondo la quale la luce è un fenomeno elettrico e consiste in onde di spostamenti elettrici, essendo gli spostamenti perpen-

(1) Phil. Mag. Avril 1881, p. 245.

dicolari alla direzione della propagazione, ed ammettendo che quelle correnti di spostamento, che sono poi le vibrazioni luminose, sieno girate dal magnetismo di un dato angolo, proprio come lo è la corrente nelle esperienze di Hall. Egli giunse in tal guisa alla stessa formola che ottenne per altra via il Maxwell, e che esprime la dispersione rotatoria, formola che si mostra in buon accordo coll' esperienza [1]. Sembra adunque fondata l'analogia fra due ordini di fenomeni apparentemente disparati, e cioè quello di cui ci occupiamo e quello scoperto da Faraday, ed è in ciò che consiste l' importanza del nuovo fenomeno.

Nelle sue memorie Hall presenta i resultati delle sue misure dando i valori della espressione $\frac{MV}{E'}$, in cui M è l' intensità magnetica del campo ove è collocata la foglia, V l' intensità della corrente principale per unità di sezione trasversale della foglia medesima, E' la forza elettromotrice della corrente trasversale che percorre il galvanometro, divisa per la larghezza della foglia metallica. Questa espressione sembra costante per un medesimo metallo. Se quindi w è la larghezza della foglia, t lo spessore, C l' intensità della corrente principale, F la forza elettromotrice trasversale, sarà $V = \frac{C}{wt}$, $E' = \frac{F}{w}$, e l' espressione in discorso diviene $\frac{MV}{E'} = \frac{MC}{Ft}$. Per cui, a parità di forza magnetica e di intensità della corrente principale, la forza elettromotrice trasversale è in ragione inversa dello spessore della foglia, ciò che rende conto della necessità di adoperare strati metallici sottilissimi.

Tuttavia sembra l' Hall propendere a credere che piuttosto sia costante per un medesimo metallo l'espressione $\frac{ME}{E'}$, ove E è la forza elettromotrice della corrente principale per unità di lunghezza della foglia.

Nelle ultime pubblicazioni Hall mostra di accogliere l'interpretazione proposta da Hopkinson, ma pare non ammettere facilmente l' analogia sostanziale fra il fenomeno da lui scoperto e quello della rotazione magnetica delle vibrazioni luminose, ba-

(1) A treatise etc., v. II, p. 414.

sandosi forse in modo speciale sulle proprietà dei metalli magnetici. Difatti, mentre il ferro ed il cobalto (studiato pure da Hall) (1) danno il fenomeno in senso inverso all'oro, il nichel, che pure è magnetico, lo dà, come si è detto, nello stesso senso dell'oro. Tentò inutilmente di verificare il fenomeno della rotazione del piano di polarizzazione, con un velo trasparente di nichel, ma potè riconoscere che il fenomeno di Kerr (rotazione del piano di polarizzazione per riflessione sul polo di un corpo magnetizzato) si compie col nichel nello stesso senso che col ferro.

Ma si noti che quantunque entrambi magnetici, fra il ferro ed il nichel esistono però altri caratteri distintivi, ed anzi uno fu riscontrato da Thomson (2). Il momento magnetico di un filo di ferro posto nell'asse di un'elica magnetizzante, cresce stirandolo e cala diminuendo la tensione, se l'intensità della corrente magnetizzante è inferiore ad un dato limite; al di là invece succede l'opposto. Or bene, il nichel nelle stesse condizioni si comporta all'inverso, e cioè è per le correnti deboli che il magnetismo diminuisce aumentando i pesi tensori, e che cresce diminuendoli.

Era quindi a prevedersi che il nichel si comportasse all'opposto del ferro e del cobalto, in quanto alle variazioni di dimensione che la magnetizzazione produce in questi metalli. E difatti mentre un'asta di ferro si allunga, quando passa la corrente in un rocchetto del quale occupa l'asse (3), ed il cobalto presenta il medesimo fenomeno, come ha recentemente dimostrato Barrett (4), il nichel, secondo questo sperimentatore, diminuisce invece di lunghezza, posto che sia nelle stesse condizioni. Ed è da credere che quest'ultimo metallo si allunghi quando è percorso longitudinalmente da una corrente, mentre il ferro invece si accorcia, come ho dimostrato io stesso (5). Parmi che tutto ciò mostri una volta di più, che la causa del fenomeno di Hall risiede

(1) Phil. Mag. September 1881, p. 157.

(2) On the electrodynamic qualities of metals. Phil. Trans. 1879, p. 55.

(3) Mem. dell'Acc. di Bologna. Ser. IV, Tom. I, pag. 99. — N. Cimento, Marzo 1880, pag. 97.

(4) La lumière électrique, 1883, pag. 218.

(5) L. c.

nei cambiamenti transitorii di struttura, che il magnetismo induce nei metalli.

Nelle ultime Memorie (¹) Hall dà la lista definitiva del valore relativo dei *coefficienti rotatorii* proprii ai metalli studiati, e cioè:

Ferro	+ 78	Ottone . . .	— 1,4	Rame. . . .	— 6,5
Cobalto . . .	+ 25	Platino. . .	— 2,4	Alluminio .	— 37
Zinco	+ 10,5	Oro.	— 6,8	Magnesio .	— 35
Piombo . . .	0	Argento . .	— 8,6	Nichel. . .	— 120
Stagno. . . .	+ 0,2				

Il segno + sta ad indicare che la rotazione delle linee equipotenziali nella lamina percorsa dalla corrente, si effettua nel senso della corrente magnetizzante, ed il segno —, che la rotazione medesima si compie in senso contrario.

Trovò poi che il coefficiente del nichel diminuisce, aumentando molto l'intensità del campo magnetico, mentre pare che quello del ferro varii nella maniera opposta.

Nell' acciaio si ha il fenomeno come nel ferro, ma il cambiamento nelle linee equipotenziali della corrente persiste in parte anche sopprimendo l' elettrocalamita, come era da prevedersi. Infine Hall fece qualche esperienza per studiare l' influenza che ha la temperatura della lamina nella produzione del nuovo fenomeno.

In Italia furono fatte delle ricerche sul fenomeno di Hall dal prof. Ròiti (²). Dopo averlo verificato nell' oro, nel vetro argentato e nel vetro platinato, tentò d'ottenerlo non più in sottili strati metallici, ma con strati liquidi, in vista di scoprire se il fenomeno si produceva più o meno intensamente, in relazione alla rotazione più o meno grande del piano di polarizzazione della luce. Col consueto acume riconobbe e superò le molte e gravi difficoltà sperimentali; operò con acqua acidulata, soluzione di solfato di zinco, di cloruro ferrico e con mercurio, ma non ottenne nessun indizio del fenomeno. Dall' insieme però delle sue ricerche acquistò esso pure la convinzione che il fenomeno non sia dovuto ad un'azione elettromotrice diretta del campo magnetico, ma ad un' azione sul corpo percorso dalla corrente.

(1) Nature, 10 Nov. 1881, p. 46 — Phil. Mag. May 1883, p. 341.
(2) Acc. dei Lincei, 1882.

Secondo me, per decidere se il fenomeno di Hall e quello di Faraday, si debbono veramente ad un' unica causa, converrebbe potere sopra alcuni corpi ottenere l' uno e l' altro successivamente, cosa cui si oppone l' opacità dei metalli, o la troppo piccola intensità del fenomeno ottico quando per estrema sottigliezza sieno ridotti ad essere trasparenti.

La contraddizione che v' ha fra il nichel ed il ferro, non mi sembra essere una grave obbiezione contro l' analogia fra i due fenomeni. Non vediamo difatti fra i corpi trasparenti, dei corpi magnetici (sali di nichel, di cobalto, di protossido di manganese) (1) produrre la rotazione magnetica del piano di polarizzazione della luce in senso diretto, come la maggior parte dei diamagnetici; e un corpo diamagnetico, il bicloruro di titanio, produrla in senso inverso? Si può aggiungere ancora che una soluzione di percloruro di ferro nell' acqua, di densità 1,155, secondo H. Becquerel (2) pei raggi rossi produce rotazione nel senso della corrente magnetizzante, e pei raggi verdi rotazione in senso inverso.

D' altronde è assai singolare come nel discutere questa analogia fra il fenomeno di Hall e quello di Faraday, nessuno abbia notato che in certo modo non è il nichel che fa eccezione, ma piuttosto quasi tutti gli altri metalli. Infatti la maggior parte dei corpi diamagnetici fanno girare il piano di polarizzazione nel senso della corrente magnetizzante, esempio il solfuro di carbonio, e la maggior parte dei magnetici in senso opposto alla corrente. Invece quando si produce il fenomeno di Hall, nella maggior parte dei metalli diamagnetici, oro, argento ec., la corrente che li percorre è girata in senso opposto alla corrente dell' elettrocalamita, mentre nel ferro la rotazione avviene nel senso della corrente magnetizzante.

Comunque sia di questa analogia, parvemi interessante cercare la direzione del fenomeno di Hall nel bismuto, che è il più diamagnetico dei metalli. È ciò di cui trattano i capitoli seguenti, insieme ad una nuova disposizione sperimentale, che ha particolari vantaggi, e che escogitai in tale occasione.

(1) Verdet — Conférences de Physique, pag. 1001 et suiv.

(2) Journal de Physique 1876 pag. 238.

II. *Ripetizione dell' esperienza di Hall.*

Per addestrarmi nella ricerca che avevo in vista, cominciai col ripetere l'esperienza di Hall, facendo uso d' una foglia d'oro in forma di croce. Ottenni tosto il fenomeno, ma nella mia disposizione sperimentale riconobbi due inconvenienti, cioè la difficoltà di ridurre la foglia tale da non aversi quasi corrente al galvanometro quando l'elettrocalamita non agiva, e l' instabilità dei contatti.

Quanto alla prima, giunsi facilmente a vincerla dopo avere acquistato un poco di pratica, seguendo il metodo di Hall, cioè raschiando le parti laterali dei rami minori della croce, che servono alle comunicazioni col galvanometro. Chi avesse a ripetere l'esperienza dovrebbe tenere in mente, che l'effetto che si ottiene colla raschiatura è più o meno notevole, secondo che essa si compie più o meno vicino ai rami principali della croce.

I contatti li feci dapprima in modo simile a quello insegnato da Hall, cioè con lamine d'ottone premute sull'oro direttamente con morsetti. Ma per quanto li stringessi, l' indicazione del galvanometro variava a sbalzi ad ogni menoma scossa data alla lastra, e spesso anche pel fatto solo dell' inviare corrente nella elettrocalamita. Oltre a ciò, evitando anche le scosse, lo specchio del galvanometro oscillava sempre ed irregolarmente. Dopo varie prove mi fermai alla disposizione seguente. Si incollano delle striscie di foglia di stagno, con soluzione assai diluita di gomma, alle quattro estremità della croce d' oro, in modo che in parte riposino sull' oro ed in parte sul vetro nudo. Quando la gomma è ben secca, si stringono coi morsetti le lastrine d' ottone, non sull' oro, ma sullo stagno [1]. In tal modo i contatti sono abbastanza stabili, e si ha il vantaggio, facendo le striscie di stagno alquanto lunghe, che la corrente nel galvanometro non dipende

(1) Lo strato coibente di gomma solida sembrerebbe costituire un ostacolo alle comunicazioni, ma praticamente ciò non accade. Forse lo strato di gomma dissoccata non è continuo, e mentre in certi punti restano dei contatti diretti fra stagno ed oro, in altri punti la gomma solidificata mantiene la stabilità del sistema, ed impedisce che i contatti stessi possano subire modificazioni.

quasi dalla posizione più o meno avanzata dalle lastrine d'ottone; onde se avviene di dovere di nuovo far uso d' una lastra già adoperata, non occorre raschiare da capo le linguette laterali della foglia d' oro.

A parità d'intensità della corrente e d'intensità magnetica del campo prodotto dalla elettrocalamita, non potei riconoscere alcuna differenza di effetto, fra lastre di parecchi centimetri di lunghezza e larghezza, ed altre di pochi millimetri. Infatti si ebbero fra le varie croci delle differenze notevoli, ma ora in favore delle grandi, ora delle piccole, ciò che evidentemente si doveva a diversità casuali di grossezza delle foglie d' oro, benchè tolte da uno stesso libretto, e spesso da un medesimo foglietto.

È solo a notarsi che colle foglie piccole, diviene di più in più difficile l' operazione del raschiare le linguette onde annullare la corrente nel galvanometro; anzi conviene far uso in tal caso d' un ago acutissimo e osservare colla lente.

Le foglie d' oro da me adoperate, erano quasi tutte delle più sottili; lo spessore medio, dedotto dal peso, era $0^{mm},000087$. Per applicarle al vetro, trovai agevole operare come segue. Si apre sul tavolo il libretto delle foglie d' oro, scoprendone una ben liscia e distesa, poi si spalma una faccia del vetro, d' un velo quasi invisibile d' acqua contenente traccie di gomma. Allora, tenendo verso il basso la faccia del vetro bagnata, si appoggia un lato di questo sul tavolo, in prossimità e parallelamente ad uno dei lati delia foglia, e d' un tratto si lascia cadere la lastra sull' oro.

Con una piccola coppia Bunsen in comunicazione colla foglia, ed un galvanometro a specchio reso quasi astatico nel solito modo con una calamita, e sul quale erano montati i rocchetti da correnti termoelettriche, ottenni ad ogni inversione della corrente nella elettrocalamita, spostamenti permanenti della scala, di parecchi centimetri, mentre la corrente dell' elettrocalamita (l' ordinaria che serve per l' esperienza di Faraday) era fornita da 20 coppie in due serie. Ho detto spostamenti permanenti, giacchè naturalmente non si deve tener conto delle deviazioni prodotte dalle correnti d' induzione, allorquando si apre, si chiude, o s' inverte la corrente nell' elettrocalamita.

La distanza fra l' elettrocalamita ed il galvanometro può essere non tanto grande, senza che perciò sia a temersi l' azione

diretta di quella su questo. Infatti basta girare l'elettrocalamita intorno ad un asse verticale, perchè si trovi una posizione tale che l'ago del galvanometro non si sposti per azione diretta. Una distanza di 6 o 7 metri parvemi più che sufficiente, almeno coll'intensità magnetica da me adoperata e per la piccola distanza alla quale mantenni sempre l'uno dall'altro i due poli dell'elettrocalamita.

III. *Altro modo di constatare l'azione permanente del magnetismo sulla distribuzione della corrente.*

L'azione constatata del magnetismo sulla distribuzione della corrente, sia poi un' azione diretta sulla corrente elettrica, o un'azione sulla materia ponderabile, deve aver luogo, non solo nel caso particolare d'una foglia con quattro elettrodi, come quelle adoperate da Hall e dagli altri che hanno ripetuta la sua esperienza, ma con foglie metalliche di altre forme, e con elettrodi diversamente collocati. Qualunque sia la forma della foglia percorsa dalla corrente, la distribuzione di questa dovrà variare eccitando l'elettrocalamita, ed in particolare dovrà quindi variare anche l'intensità di due correnti parziali, nelle quali la corrente principale sia suddivisa nella foglia, in un modo qualunque.

Supponiamo dunque di applicare ad una foglia d'oro tre elettrodi, di far entrare per uno di essi la corrente e di farla uscire per gli altri due, o viceversa. Facciamo di più circolare le due correnti parziali in senso contrario pei due fili di un galvanometro differenziale, e con un mezzo qualunque regoliamole in guisa tale che l'ago rimanga in quiete. Facendo allora agire sulla foglia l'elettrocalamita, dovrà aversi una deviazione in un senso o nell'altro, dovuta a ciò che la corrente cresce d'intensità in uno dei due circuiti parziali, e diminuisce nell'altro.

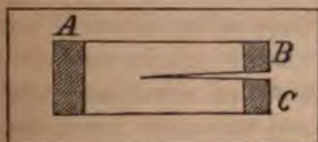
L'esperienza riesce effettivamente nel modo previsto, come dirò fra poco.

È manifesto intanto, che colla disposizione descritta, una foglia piccola ed irregolare in un modo qualunque può servire, onde sarà possibile constatare il fenomeno di Hall, su corpi che difficilmente possono ottenersi in forma di larghe foglie a regolari contorni. Ma oltre questo vantaggio, se ne ha un altro ancora.

Difatti vedremo più oltre che l'esperienza ora indicata permette di decidere se il fenomeno di Hall si debba ad un'azione del magnetismo sulla corrente, o ad un'azione del magnetismo sulla foglia metallica.

Diedi dapprima alla foglia d'oro, applicata ad una lastrina di vetro, la forma di banderuola, cioè rettangolare con un taglio fino a metà (Fig. 2). Tre striscie rettangolari di stagnuola A, B, C, ingommate parte sull'oro e parte sul vetro, servivano per stabilire le comunicazioni, al quale scopo si stringevano su di esse, mediante morsetti, tre lastrine d'ottone saldate a fili di rame. La corrente di una pila di 1 a 4 coppie Bunsen, entrava da A nella foglia d'oro, ed ivi si biforcava. La parte di corrente che esciva da B andava a percorrere uno dei fili del galvanometro differenziale, mentre la parte che esciva da C percorreva l'altro filo in senso opposto. Le due correnti parziali si ricongiungevano quindi in un unico filo che andava alla pila, e sul quale era messa in deviazione una bussola, che dava una misura relativa dell'intensità della corrente. La lastrina di vetro era poi collocata fra i poli dell'elettrocalamita, in modo da essere perpendicolare alla linea dei poli, e quindi da essere attraversato normalmente o quasi dalle linee di forza magnetica. Una ventina di coppie Bunsen in doppia serie servivano ad attivare l'elettrocalamita, ed infine due inversori a portata di mano servivano, l'uno per la corrente della foglia, l'altro per la corrente dell'elettrocalamita.

Fig. 2.



Il galvanometro da me adoperato fu del modello Wiedemann. Trovai indispensabile che ciascuno dei rocchetti avesse due circuiti distinti, e che ognuna delle due correnti parziali, i cui effetti sull'anellino sospeso dovevano compensarsi, percorresse uno dei fili di uno dei rocchetti ed uno dei fili dell'altro. Generalmente le due correnti non si compensavano, e lo specchio del galvanometro deviava, spesso fino a mettersi in croce col meridiano magnetico, specialmente se, come il più delle volte, lo strumento possedeva la sua maggiore sensibilità, per avere accostata

il più possibile la calamita compensatrice. Doveva dunque riconoscere quale delle due correnti prevaleva, dopo di che per ricondurre lo specchio alla posizione iniziale, dovevo ricorrere ad uno dei mezzi seguenti.

a) Spostare la magnete che rende astatico lo strumento. È un mezzo sbrigativo al quale però si dovrà ricorrere solo quando la deviazione che si deve togliere, sia molto piccola.

b) Intercalare una resistenza appropriata in quello dei due circuiti, la cui azione sull' ago prevale. Bisogna perciò far uso d'un reostata di filo assai grosso che si riscaldi tanto poco da non variare sensibilmente di resistenza, e fare le congiunzioni con morsetti stretti fortemente. Un grosso filo di rame teso a zig-zag sopra un telaio, serve bene; vi si aggiungeranno occorrendo dei rocchetti a grosso filo. È però sempre una lunga operazione questa di ottenere il compenso delle due correnti con una resistenza.

c) Aggiungere al galvanometro altri due rocchetti di grosso filo, assai lontani dall' ago, e percorsi nel medesimo senso dalla corrente totale, intercalandoli per esempio nel filo che va dalla pila al contatto A della lastra. Se la corrente li percorre in senso tale che la loro azione sull' ago del galvanometro sia opposta a quella risultante dalle due correnti parziali che percorrono i rocchetti principali, sarà facile ricondurre l' ago allo zero, allontanando od avvicinando i due rocchetti ausiliari.

d) Raschiare leggermente la foglia d' oro in modo da restringere il ramo ove la corrente è più forte.

Volta a volta adoperai tutti questi metodi; ma generalmente trovai più comodo attenermi al metodo **d)** quando era possibile, cioè quando non avevo interesse a conservare alla foglia d' oro la sua forma e dimensione, terminando però sempre l' operazione di ricondurre la scala a posto, col metodo **c)**. Quando invece non volevo toccare la foglia d' oro, trovai preferibile ricorrere al solo metodo **c)**.

Anche in queste esperienze non è indispensabile che lo specchio del galvanometro si trovi esattamente allo zero. Una piccola deviazione che resti quando la elettrocalamita è inattiva, non presenta inconvenienti, giacchè per misurare l' azione dell' elettrocalamita sulla foglia, si può leggere la posizione di fermata nel galvanometro, prima quando l' elettrocalamita è percorsa dalla corrente in un dato senso, poi quando è percorsa in senso contrario.

Eseguendo l'esperienza si trova sempre uno spostamento permanente e più o meno notevole della immagine della scala galvanometrica, chiudendo od invertendo la corrente nell' elettrocalamita. A parità d'intensità della corrente che percorre la foglia d'oro, l'intervallo fra le due posizioui di fermata della scala, corrispondenti alle due opposte direzioni della corrente nell'elettrocalamita, sembra essere press' a poco eguale a quello che si ottiene con una foglia d'oro d'egual spessore, adoperata alla maniera di Hall. Se non chè essendo quì nel circuito della foglia anche il filo del galvanometro, ad ottenere una medesima intensità di corrente occorre un numero di coppie un po' maggiore. Difatti le differenze di effetti che si ottengono con foglie d'oro prese da uno stesso libretto, alcune adoperate alla maniera di Hall, altre adoperate nella nuova maniera, di dimensioni diverse ed anche di forme differenti da quella di banderuola, non sono maggiori delle differenze di effetti che si hanno prendendo successivamente varie foglie e dando loro la medesima forma e dimensione. In altre parole, le differenze di effetti che dipendono dalle diversità locali di grossezza e di costituzione, impediscono di stabilire se la forma della foglia e le sue dimensioni abbiano un'influenza sull' intensità dell' effetto. Dall'insieme delle esperienze da me fatte mi era nato anzi il sospetto, che l'intensità dell' effetto osservato non dipendesse che dalla grossezza dell'oro, dall' intensità della corrente che lo percorre e dall' intensità del campo magnetico che agisce su di esso. Nulla però finora mi autorizza a negarlo o ad ammetterlo.

Per dare un'idea della grandezza degli effetti osservati, riporterò in dettaglio un' esperienza.

Senza corrente nell' elettrocalamita, il galvanometro indicava 564.

Mandata nell' elettrocalamita la corrente in un senso, da tre successive oscillazioni, lette dopo qualche tempo onde evitare l'effetto della corrente indotta, dedussi come posizione di fermata, 590.

Invertita la corrente nell' elettrocalamita trovai per la nuova posizione di fermata 534.

Invertita di nuovo la corrente ebbi 586 invece di 590.

Invertendo di nuovo, invece di 534 ottenni un numero un po' minore, e così di seguito.

Questo lento moto progressivo della scala, che difficilmente si evita, ma che si deve cercare di rendere lento, è dovuto a variazioni di temperatura, e quindi di resistenza, nel circuito e specialmente nella foglia d' oro. Presa la media fra 586 e 590, cioè 588, e sottrattovi 534, ebbi la differenza 54 come misura dell'effetto Hall in quel caso speciale.

Si possono ottenere effetti maggiori adoperando correnti più intense, o meglio rendendo più sensibile il galvanometro.

Più volte feci delle serie di misure mantenendo costante la corrente magnetizzante, e variando quella che percorre la foglia d' oro. Trovai l' effetto osservato sensibilmente proporzionale all' intensità della corrente, salvo per le correnti deboli, per le quali era l' effetto relativamente maggiore. Questo maggior effetto relativo per correnti deboli, mi risultò pure con foglie d' oro adoperate alla maniera di Hall. Ma siccome la differenza fra il valore osservato e quello che sarebbe voluto dalla legge di proporzionalità fu sempre piccolo assai, così prima d' infirmare questa legge converrebbe fare misure più numerose, e sopra tutto con apparecchi diversi dai miei, onde togliere il dubbio che sorge naturalmente, e cioè che non si tratti di qualche causa di errore inavvertita.

È particolarmente interessante occuparsi del senso in cui avviene la deviazione galvanometrica, giacchè il confronto fra i vari casi possibili permette di decidere qual sia la natura del fenomeno.

Supponiamo da prima che la corrente entri nella foglia dal contatto A, ed esca biforcata per B e C, abbia cioè la direzione delle freccie rettilinee della figura 3, ed ammettiamo che le freccie arcuate rappresentino la direzione della corrente che determina il campo magnetico. La deviazione del galvanometro indica che la corrente parziale di C ha aumentato d' intensità, relativamente a quella di B. Invertendo la corrente nella elettrocalamita, come nella figura 4, si trova invece che l' intensità della corrente B è ora aumentata relativamente a quella di C. Nell' un caso e nell' altro, se si considera il fenomeno come causato da un' azione elettrodinamica dell' elettrocalamita sulla corrente nella foglia, questa azione sarà inversa a quella di Ampère, appunto come avvertì l' Kall. Infatti per le leggi d' Ampère una corrente mobile

AB od AC nel caso della figura 3 è spinta verso l'alto, e nel caso della figura 4, verso il basso.

Supponiamo adesso invece che la corrente percorra la foglia d'oro in senso inverso alla biforcazione, cioè entri da B e C ed esca da A. Se la corrente magnetizzante è diretta come indicano le freccie curve della figura 5, l'esperienza indica che cresce ancora la corrente in C relativamente alla corrente in B, precisamente come quando la corrente della foglia d'oro era diretta in senso contrario (1). Similmente quando (Fig. 6) la corrente ma-

fig. 3

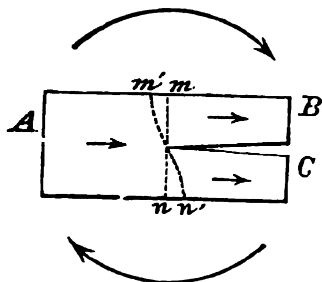


fig. 4

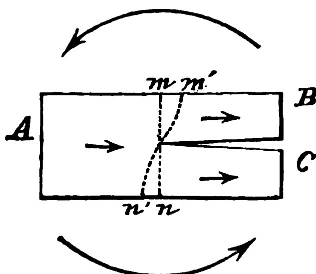


fig. 5

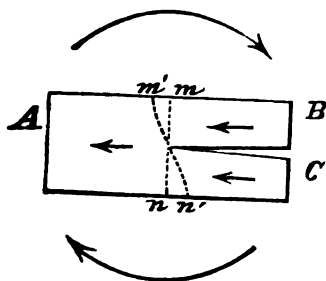
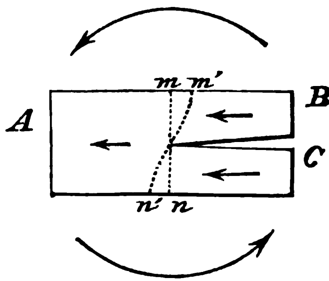


fig. 6



gnetizzante va in senso contrario, la corrente cresce in B relativamente a C. Dunque avendo invertito la corrente nella foglia d'oro, la tendenza ipotetica allo spostamento di essa nel seno del metallo non cambierebbe direzione. Prima un tale spostamento avrebbe dovuto essere in senso opposto alle ordinarie azioni elet-

(1) Evidentemente, quantunque in questo caso, come in quello della figura 3, sia la corrente C che prevale sulla B, pure ora la deviazione del galvanometro si fa in senso opposto. E la ragione si è che le correnti nei rocchetti del galvanometro hanno nel caso della figura 5, direzioni opposte che nel caso della figura 3.

trodinamiche; ora invece avverrebbe secondo la legge d'Ampère. É dunque necessario di rinunciare a spiegare in tal modo il fenomeno di Hall, e attenersi invece all' altra ipotesi, e cioè che per azione magnetica avvenga nell' oro una variazione rotatoria di resistenza, in virtù della quale le linee equipotenziali girino in senso opposto alla corrente magnetizzante. Infatti con questa ipotesi si comprende tosto che le variazioni nell' intensità delle due correnti parziali dei casi delle figure 3 e 4, devono essere rispettivamente le stesse che nei casi delle figure 5 e 6.

Sia mn (Fig. 3, 4, 5 e 6) la linea equipotenziale passante per il punto di biforcazione della foglia d' oro quando l' elettrocalamita non agisce; sia $m'n'$ la linea equipotenziale che passa pel punto di biforcazione quando l' elettrocalamita è percorsa da una corrente nel senso delle freccie arcuate. Non possiamo certo assegnare con precisione la forma di queste linee mn ed $m'n'$. Solo è certo che se il taglio è sottilissimo, e la foglia rettangolare come nella figura, la mn sarà una retta normale ai lati lunghi del rettangolo. Quanto alla $m'n'$, essa deve essere inclinata sulla mn nel punto di biforcazione, in direzione inversa a quella della corrente magnetizzante, e di più dovrà terminare normalmente al contorno della foglia. Essa presenterà dunque un flesso, ciò che giustifica la forma che gli si è data nelle figure. Ciò ammesso, siccome i cambiamenti delle linee equipotenziali nelle figure 3 e 4 sono rispettivamente gli stessi che nelle figure 5 e 6, così è naturale che nei primi due casi si abbiano cambiamenti d'intensità delle due correnti parziali, identici rispettivamente a quelli degli altri due.

Si comprende poi come nei casi delle figure 3 e 5 aumenti la corrente C relativamente alla B, osservando che le resistenze dei due tratti compresi fra la linea equipotenziale passante pel punto di biforcazione, ed il punto ove si ricongiungono i due fili B e C, variano in senso inverso quando la mn diviene $m'n'$, ed anzi cresce la resistenza nel tratto B e cala nel tratto C. Analogamente negli altri due casi.

I risultati non variano sostanzialmente dando alla foglia le forme più differenti, come quelle delle figure 7 e 8, nelle quali le parti tratteggiate rappresentano gli elettrodi di foglia di stagno. Se invece la lamina di stagno A della figura 2, si fa avan-

zare verso B e C fino a raggiungere l'estremità del taglio ed oltrepassarla, come nella figura 9, in modo che la corrente debba biforcarsi non nell'oro, ma nello stagno, se questo non è estremamente sottile non si ha più nessun effetto, come era da attendersi.

fig. 7



fig. 8

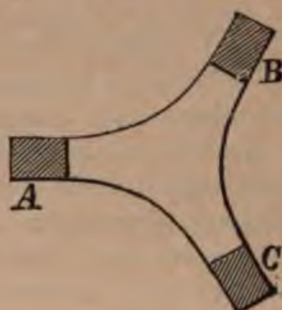


fig. 9



Sembrerebbe che quando, mantenendo costante la direzione della corrente nella foglia d'oro, si manda nell'elettrocalamita la corrente ora in un senso ora in senso contrario, dovessero sempre ottenersi al galvanometro due deviazioni eguali ed opposte, supposto che prima dell'azione del magnetismo lo strumento non dia nessuna deviazione. Così pure che deviazioni ancora uguali e rispettivamente opposte si avessero, dopo avere invertito la corrente nella foglia. Invece si trovano deviazioni spesso assai diverse in valore assoluto.

Ho studiato attentamente queste deviazioni, facendo uso specialmente del bismuto invece che dell'oro, giacchè, come vedremo, quel metallo dà effetti considerevolmente maggiori che tutti gli altri finora sperimentati, e di più con esso sono più notevoli queste differenze nei valori assoluti delle deviazioni galvanometriche. Ho riconosciuto che esse dipendono specialmente da variazioni di resistenza nei due rami della lastrina metallica, indi-

pendenti dal senso della corrente magnetizzante. Infatti ho constatato direttamente che una sottile striscia di bismuto, facente parte d' uno dei lati d' un ponte di Weatstone, aumentava notevolmente di resistenza se, posta fra i poli dell'elettrocalamita in modo che le linee di forza la attraversassero normalmente, si mandava nei rocchetti di questa la corrente in un senso qualunque. Forse, trovandomi in opportune circostanze, potrò fare di questo fenomeno l' oggetto d' una ricerca speciale; ma intanto è evidente che se la lamina di bismuto ha la forma della figura 2, e se indipendentemente dal fenomeno di Hall, cioè dalla rotazione delle linee equipotenziali, la resistenza dei due rami per diversità accidentali varia in modo diverso, si avrà una nuova causa di deviazioni nel galvanometro.

Per fissare le idee supponiamo per esempio che in causa di diversità causali di grossezza o di struttura melecolare (tanto frequenti queste ultime nel bismuto), cresca pel magnetismo la resistenza più nel ramo B che nel ramo C (Fig. 2). Tenderà dunque a crescere la corrente in C rispetto a B ad ogni magnetizzazione, qualunque sia il senso della corrente magnetizzante, mentre invece, pel fenomeno di Hall, la corrente ora cresce in C ora in B secondo il senso della magnetizzazione. Ne consegue evidentemente che le posizioni di fermata del galvanometro relative alle due direzioni della corrente magnetizzante, non sono equidistanti dalla posizione di fermata relativa al momento in cui l' elettrocalamita non agisce sul bismuto. Qualche volta mi accadde di osservare che il fenomeno accessorio superava il fenomeno di Hall, cosicchè le due deviazioni ottenute chiudendo la corrente dell' elettrocalamita nelle due direzioni opposte, erano da una stessa parte della posizione iniziale.

Anche con una lamina di bismuto della forma della figura 7, le due opposte deviazioni non sono generalmente eguali; e difatti devono bastare delle dissimetrie di forma, grossezza o struttura, per produrre un effetto simile a quello or ora spiegato.

Col galvanometro che io adoperavo, si aveva anche un'altra causa di variazione delle deviazioni. La calamita che lo rendeva astatico doveva occupare una posizione un poco inclinata sul meridiano magnetico, onde lo specchio restasse nella posizione d'equilibrio che aveva prima di accostarla. Perciò ai due lati del

piano meridiano passante pel filo di sospensione, il campo magnetico non era simmetrico, le deviazioni per correnti eguali e contrarie non erano perciò esattamente eguali e contrarie.

L'instabilità infine dei contatti, può essere causa di variazione nelle deviazioni. Vedremo fra poco come vanno fatte le comunicazioni nel caso delle lamine di bismuto.

IV. *Fenomeno di Hall nel bismuto.*

Non mi consta che altri abbia prima di me tentato di ottenere il fenomeno di Hall nel bismuto, quantunque il grande potere diamagnetico di questo metallo, lo indicava come interessante a studiarsi. Forse la difficoltà che sembra opporre un metallo così fragile e cristallino, ad essere ridotto in lamine sottilissime, trattenne gli sperimentatori.

Approfittando della libertà che concede la disposizione sperimentale precedentemente descritta, quella cioè della lamina con tre elettrodi invece di quattro, di poter operare con una lamina irregolare di forma, e di piccole dimensioni, applicai una piccola e sottile laminetta di bismuto ad un vetro, e con tre striscie di stagnola ingommate su di essa e sul vetro, su cui con morsetti strinsi delle lamine di ottone saldate a fili di rame, la misi in circuito nel modo già spiegato. Col metodo **c)** del capitolo precedente feci sì che l'ago del galvanometro quasi non si spostasse al chiudere del circuito, e quindi la posi fra i poli dell'elettrocalamita. Chiudendo in un senso o nell'altro il circuito di questa, ottenni delle fortissime deviazioni, che dapprima mi sembrarono per la loro grandezza così inverosimili, specialmente tenuto conto della grossezza della lamina, che dubitai fossero dovute a qualche causa incognita. Ma esaminati con cura gli apparecchi, e modificate in più modi le comunicazioni, dovei convincermi che quelle forti deviazioni erano veramente dovute al fenomeno di Hall, che nel bismuto si produceva in modo veramente colossale. Cambiando la lamina di bismuto il risultato fu sempre sostanzialmente il medesimo; ero dunque in presenza d'una notevole proprietà di questo metallo, e non di particolarità casuali proprie di qualche frammento.

Per dare un'idea della grandezza relativa del fenomeno di

Hall nel bismuto e nell' oro, ecco il risultato di due esperienze comparative.

Con una lamina di bismuto grossa $0^{mm},08$ (misurata allo sferometro), la cui forma era press' a poco quella della Fig. 2, la differenza fra le posizioni di fermata della scala corrispondenti al passaggio della corrente nell' elettrocalamita nelle due direzioni opposte, fu in media $133^{mm},5$.

Con una foglia d'oro di forma e dimensioni incirca eguali, e con eguali intensità delle correnti, ma grossa solo $0^{mm},000087$ ottenni invece $10^{mm},2$. Dunque benchè circa 920 volte più grosso, il bismuto diede un effetto 7 volte maggiore di quello dato dall' oro. D'altronde il fenomeno di Hall si produceva coi due metalli nel medesimo senso.

Risulterebbe dai numeri precedenti che il coefficiente rotatorio del bismuto sarebbe circa 6400 volte quello dell' oro, e quindi nella lista riferita nel cap. I dovrebbe notarsi il bismuto con un coefficiente rotatorio di circa —43520. Questo numero però non è da adottarsi definitivamente, giacchè risulta da un' esperienza scelta a caso fra molte altre, eseguite tanto col metodo del capitolo precdente quanto con quello di Hall, dalle quali si dedurrebbero pel coefficiente suddetto valori alquanto differenti fra loro e da quello riportato, forse in causa di diversità di struttura cristallina fra le varie lastre.

Con una laminetta di bismuto grossa circa $0^{mm},011$ ottenni deviazioni di 8^{mm} o 10^{mm}, semplicemente accostandovi ora l'uno ora l' altro polo d' una sbarretta d' acciaio magnetizzata. Pensai quindi che sarebbe interessante riuscire alla costruzione di lamine di bismuto alquanto più sottili, e mi applicai tosto a studiare i mezzi atti ad ottenerle.

V. *Costruzione di lamine sottilissime di bismuto.*

Senza narrare la lunga serie di tentativi infruttuosi nei quali spesi un tempo lunghissimo, descriverò brevemente i due metodi pratici coi quali sono riuscito ad ottenere delle laminette il cui spessore può scendere fino a circa $0^{mm},0006$. Nessuno dei dettagli che indicherò è superfluo per chi voglia prepararsi queste lamine.

Il primo metodo, che è quello che preferisco, consiste nel fondere una lastrina di bismuto e poi meccanicamente assottigliarla sino al punto voluto. Ecco come devesi operare.

Sopra una lampada si pone una lamina metallica piuttosto grossa, e ben piana ed orizzontale, e su di essa si adagia la lastrina di vetro destinata a portare la lamina di bismuto. Questa lastrina di vetro deve essere stata in precedenza pulita con acido nitrico ed acqua, come se fosse destinata alla fotografia. In un angolo del vetro si pone un piccolo pezzetto di bismuto, destinato solo ad indicare il momento in cui la lastra ha raggiunto la temperatura di fusione del metallo. A fianco del vetro è collocata, a riscaldarsi essa pure, una lamina metallica piana, grande circa quanto quella di vetro.

Intanto sopra un' altra lampada vien fuso del bismuto in un cucchiaio di ferro, e quando si vede che il piccolo frammento posto sul vetro comincia a fondere, si spengono le lampade, si versa una certa quantità di bismuto fuso nel centro del vetro, vi si sovrappone rapidamente la lastra metallica che a tal uopo è stata riscaldata a fianco del vetro, e la si comprime sul bismuto, finchè questo non sia solidificato. Il bismuto è così obbligato a distendersi in uno strato che suol avere da $^1/_2$ ad 1 millimetro di spessore. Se il bismuto che si fuse era ben pulito, e ben pulita la lastra, si riconosce che il metallo aderisce uniformemente e fortemente al vetro, e lo trasforma in uno specchio bellissimo, osservato che sia dalla faccia opposta a quella su cui sta il metallo.

Resta, ciò fatto, a rendere sottile lo strato per quanto è possibile. Esso deve perciò essere limato con diligenza, adoperando buone lime a grana di più in più fina, poi logorato con carta di spuntiglio finissima, prima tesa sopra una lamina piana di metallo, poi tenuta col dito. L' operazione deve essere fatta pazientemente e colla cura di pulire e vuotare spesso i vani della lima, e cambiare spesso la carta. Se no accade facilmente che qualche particella più grossa staccata dal contorno e trascinata sul mezzo della lastra, la intacchi e la rompa. Ad evitare tale inconveniente bisogna inoltre sapere in tempo cambiare una lima in un' altra più fina, ciò che del resto un poco di pratica insegna in breve tempo di fare.

In tutte queste operazioni, che eseguisco io stesso, soglio impiegare circa tre ore di tempo. Ma per quante cure si abbiano, qualche scalfitura sempre nasce nello strato di bismuto, per cui mentre la lastra fusa era per esempio di 15 centimetri quadrati, lo strato servibile che si ottiene in ultimo, si riduce spesso a non essere che di 2 o 3. Però queste dimensioni sono sufficienti. Le più sottili lastrine che abbia così ottenute, hanno circa un millesimo di millimetro di spessore.

Si possono ridurre ancora più sottili nel modo seguente. Si scompone dell' acqua acidulata con acido nitrico, facendo servire la lastrina di bismuto, da elettrodo positivo. Essa si corrode così lentamente, divenendo più sottile; ma non si può in generale continuare molto, perchè accade facilmente che lo strato di bismuto sia corroso non uniformemente, e che tosto cominci ad essere traforato come un velo. Quando comincia a traforarsi, bisogna dunque toglierlo dal liquido ed asciugarlo. É in tal modo che ho ottenuto lastrine di circa sei diecimillesimi di millimetro di spessore.

A queste piccole lastrine si può dare, raschiandole, la forma di piccole croci, onde adoperarle alla maniera di Hall (1). Per le comunicazioni si possono adoperare le linguette di stagnuola ingommate. Tuttavia quando volli vedere se col magnetismo terrestre si giungeva ad ottenere il fenomeno di Hall, riconobbi che quantunque col mezzo della stagnuola si abbiano buone comunicazioni quando la lamina non deve essere spostata, esse sono tuttavia instabili quando deve essere capovolta ad ogni lettura. Giunsi ad ottenere dei buoni contatti col metodo seguente.

Messa, con un morsetto fasciato di stagnuola la lamina di bismuto in comunicazione col polo negativo d' una pila, la im-

(1) È bene in questa operazione lasciare intatte, fra gli angoli della croce, quattro piccole porzioni dello strato di bismuto isolate dalla croce. Esse sono utilizzate quando si voglia conoscere la grossezza del metallo. Perciò si metterà il vetro sotto lo sferometro, in modo che una di quelle quattro porzioni di strato sia sotto la vite dell' istrumento, si abbasserà quindi questa vite sino al contatto, e fatta così una prima lettura, se ne farà una seconda dopo avere sollevato la vite, raschiato via il bismuto, ed abbassata di nuovo la vite sino in contatto del vetro, avendo ben cura di non spostare quest' ultimo. Ripetuta l' operazione sulle altre tre porzioni di strato, si farà la media dei risultati.

mergo in un vaso elettrolitico di solfato di rame, in cui pesca la lamina di rame che fa da elettrodo positivo, facendo in modo che si trovi sotto il livello del liquido solo una delle quattro estremità della croce. Dopo un tempo sufficiente essa si riveste di uno strato di rame di conveniente grossezza. Ripeto quindi l'operazione per gli altri tre estremi della croce. Ciò fatto, saldo su quei tratti di rame quattro fili dello stesso metallo, servendomi di una lega di piombo, stagno e bismuto, assai fusibile. Subito dopo fisso sul vetro con gomma lacca i fili di rame, precisamente presso le saldature, onde impedire che con qualche strappo non abbiano a staccarsi, trascinando il velo di bismuto su cui fu deposto il rame. Finalmente, mettendo di nuovo la lamina nel solfato di rame, rivesto con uno straterello di questo metallo le saldature.

Una laminetta così preparata dà dei buoni risultati, sempre però evitando di esporla a forti scosse o ad urti violenti.

Il secondo mezzo con cui sono giunto ad ottenere lamine di bismuto assai sottili, consiste nel deporne uno strato elettrolitico. Tentai inutilmente di deporre un velo di bismuto su lamine metalliche da cui l'avessi potuto staccare, come pure su lamine coibenti rese conduttrici con piombaggine o argento ridotto. In quest' ultimo caso lo strato di metallo si forma, ma tutt' altro che uniforme di spessore. Tentai pure di rivestire col bismuto elettrolitico un velo d'argento deposto sul vetro col metodo di Martin; ma la maggior conducibilità dell' argento faceva sì che le lamine risultanti, per così dire dessero più l'effetto dell' argento che quello del bismuto. D'altra parte trovai che colla maggior parte dei sali di bismuto, il metallo si deponeva senza aderire ed incoerente; ma riconobbi, od almeno ritenni, che ciò dipendesse dal decomporsi l'acqua insieme al sale, e dalla successiva riduzione del metallo per parte dell'idrogeno nascente, e vidi che l'inconveniente spariva adoperando soluzioni abbastanza concentrate, e correnti abbastanza deboli. Ecco infine come raggiunsi il mio scopo.

Per fare il bagno elettrolitico, si polverizzano 100 grammi di nitrato di bismuto, e si sciolgono, o meglio si stemperano in 180 centimetri cubi d' acqua. Filtrata che sia la soluzione è pronta a servire.

Il corpo sul quale il metallo va deposto, è un miscuglio di piombaggine in polvere, ben pura, e di stearina. La polvere si aggiunge alla stearina fusa, nella maggior possibile quantità per farne un impasto, che poi viene compresso con una lama di coltello calda, sopra una lamina di rame pure riscaldata, in modo da formarvi uno strato di grossezza uniforme, compatto ed aderente, di 2 o 3 millimetri di spessore. Quando lo strato è freddo, lo si lima e si raschia con carta smerigliata fino a renderne la superficie, piana e levigata. Esso ha allora un aspetto brillante, come quello della grafite solida.

Ciò fatto si rivestono le parti nude del rame con sostanza coibente, per esempio gomma lacca, e s' immerge nella soluzione di bismuto, facendolo naturalmente comunicare col polo negativo di una coppia. In poco tempo si forma sull' impasto di piombaggine, uno strato cenerino ed uniforme di bismuto metallico.

L' uniformità dello strato è dovuta specialmente all' uniformità di distribuzione della corrente che esce dalla piombaggine per entrare nel liquido, uniformità che non si avrebbe con una piastra del miscuglio sotto la quale non si trovasse il rame. L'unica difficoltà che s' incontri è quella di arrestare in tempo l'operazione, onde lo strato non sia nè troppo grosso perchè dia poco effetto, nè troppo fino perchè divenga poi troppo difficile l'applicarvi i fili di comunicazione.

Tolta dal bagno la lastra di rame, e lavata, la si pone orizzontalmente, e sullo strato di bismuto si depone un miscuglio di gesso in polvere finissima ed acqua, in modo da formarvi uno strato di 2 o 3 millimetri. Quando il gesso ha fatto buona presa, lo si scalda sopra una fiamma. Allora è facile staccarlo dallo strato di piombaggine e stearina, che si sarà rammollito col calore. Infine si pone la lastrina di gesso in un recipiente con alcool bollente, ed allora coll' aiuto di un pennellino dolce si tolgono le parti dell' impasto di piombaggine che possono esservi rimaste aderenti.

Si arriva così ad avere uno strato sottile di bismuto aderente al gesso, a cui si darà facilmente la forma di croce, con raschiature. Si applicherà poi il gesso sopra un vetro, ed infine si faranno le comunicazioni nel modo precedentemente indicato.

Ho fatto molte lastrine in questo modo; ma dagli effetti ot-

tenuti ho riconosciuto di non aver potuto superare il limite di sottigliezza raggiunto coll'altro metodo. Qualche volta poi che ottenni strati molto più sottili, non mi fu possibile farvi in modo durevole le comunicazioni, perchè i fili di rame si staccavano facilmente col gesso, recando con loro la sottoposta porzione dello strato di bismuto.

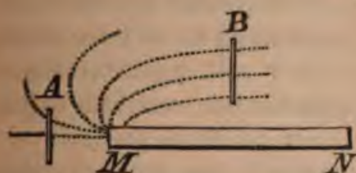
Vediamo ora i risultati che si ottengono colle lamine di bismuto sottilissime da me costruite.

VI. *Fenomeno di Hall prodotto col magnetismo terrestre.*

Dando al galvanometro la massima sensibilità, e con sole due coppie di Leclanché, una crocettina di bismuto di circa mezzo millesimo di millimetro, dà effetti notevolissimi.

Un semplice ago da cucire calamitato, che si accosti per lo spessore d'una carta, produce deviazioni perfettamente visibili al galvanometro.

fig. 10

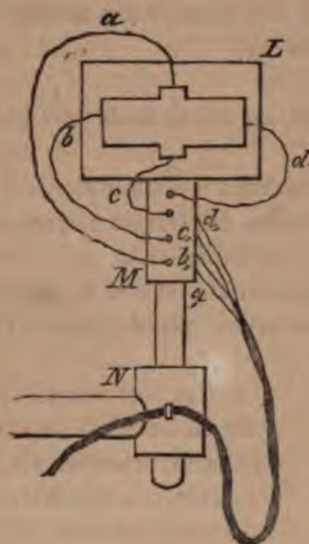


Con una sbarra calamitata, si ha l'effetto anche a distanza notevole. Così per esempio, con una sbarra d'acciaio magnetizzata MN (fig. 10) lunga 150^{mm} e grossa 15^{mm}, e la lastrina posta in A a 35^{mm} di distanza da M ottenni 70^{mm} di spostamento della scala, invertendo faccia per faccia la posizione della lastrina. Posta la stessa lastrina in B, nel piano equatoriale della calamita, le deviazioni capovolgendola, furono di 36^{mm} e rispettivamente in senso contrario a prima, come era da aspettarsi considerando l'andamento delle linee di forza.

Per studiare l'effetto del magnetismo terrestre, fissai la lastrina L (fig. 11) sopra un pezzo di legno M, che poteva girare ad attrito forte entro un pezzo fisso N. I quattro fili di comunicazione della lastrina, *a*, *b*, *c*, *d*, erano fissati sopra M, ed ivi si congiungevano a quattro altri fili a_1, b_1, c_1, d_1, abbastanza lunghi e flessibili, fissati alla loro volta sul pezzo fisso N e comunicanti colla pila e col galvanometro.

Era facile in tal modo girare la lastrina e volgere verso una data direzione ora una faccia ora l'altra, senza che urti o scosse, alterando momentaneamente i contatti, producessero deviazioni irregolari.

fig. 11



Con tale disposizione trovai uno spostamento della scala di circa 9^{mm}, mettendo la lastrina verticalmente e normale al meridiano magnetico, e volgendo verso il nord ora una delle sue faccie ora l' altra. Disponendola perpendicolarmente all' ago d' inclinazione, lo spostamento aumentò sino a circa 12^{mm}. Spostando l'asse M di una frazione di giro, si aveva al galvanometro una posizione di fermata intermedia. Infine, accostando una calamita di cui mi erano noti i poli, constatai che la deviazione osservata prima era nel senso previsto.

Accostando alla lastrina una massa di ferro dolce, si ottiene l' effetto del magnetismo indotto dalla terra nel ferro. Si può operare così. Posta la lastrina in modo che il suo piano passi pel meridiano magnetico, si accosta ed allontana alternativamente ad una delle sue faccie, e normalmente, la sbarra di ferro dolce. Se essa sarà debolmente magnetica produrrà per conto suo il fenomeno di Hall. Ciò fatto si pone la lastra normalmente al meridiano magnetico, e sempre si riconosce, accostando ed allontanando la sbarra, che ora sarà diretta secondo il meridiano magnetico, che l' effetto o è aumentato oppure diminuito ed anche invertito, secondo che il magnetismo prodotto nel ferro dall' induzione terrestre, è nello stesso senso od in senso contrario a quello che casualmente possedeva.

È certo che perfezionando la costruzione delle crocettine di

bismuto, si potranno avere effetti anche maggiori, ma non è sperabile che coi mezzi di cui posso disporre, giunga io stesso molto più oltre. Qualora però fosse possibile avere indicazioni più estese e costanti, il fenomeno di Hall potrebbe farsi servire alla costruzione di strumenti atti a dare un' indicazione continua dell' intensità del magnetismo terrestre, computata secondo una data direzione, collocando la lastrina col suo piano perpendicolare alla direzione stessa, o meglio ancora computata secondo tre direzioni ortogonali, con tre lastrine opportunamente orientate. Ognuna di queste lastrine dovrebbe essere preparata in guisa da non aversi nessuna corrente al corrispondente galvanometro, quando per un momento la si collocasse col suo piano parallelo alla direzione della forza magnetica terrestre. Allora data alla lastrina stabilmente un' altra orientazione, l' intensità della corrente indicata dal galvanometro, sarebbe proporzionale alla componente della forza magnetica secondo la direzione perpendicolare al piano della lastrina. Inoltre, un altro galvanometro, percorso dalla corrente principale che traversa la lastrina, servirebbe a fare le opportune correzioni relative alle variazioni d' intensità della medesima corrente, inevitabili specialmente in un circuito che dovrebbe tenersi lungo tempo chiuso.

NOTA.

Non sarà inutile un breve cenno su alcune altre esperienze da me tentate, ma che ebbero risultato negativo.

Applicai una foglia d' oro di forma rettangolare sopra una lastra di vetro, per mezzo di vernice di gomma lacca. Fissai quattro lastrine di vetro perpendicolarmente sul contorno, in modo da costruire una vaschetta, di cui la foglia occupava il fondo. Infine lungo i lati corti disposi, a piccoli intervalli dall' oro, due elettrodi piani di platino. Messa nella vaschetta una soluzione d' acetato di rame e di acetato di piombo, e fatta passare una corrente, si formavano perfettamente sull' oro e con colori brillanti, le figure di Nobili e di Guébhard, delineanti le linee equipotenziali, e cioè linee sensibilmente rette e parallele ai lati minori della foglia d' oro. Ripetendo la prova dopo avere collocata la vaschetta fra i poli dell' elettrocalamita, posta colla sua linea

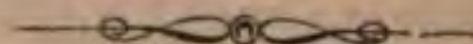
polare verticale, non potei osservare in modo sicuro nessuna rotazione o deformazione delle linee equipotenziali.

Evidentemente, questo risultato negativo prova soltanto che l'effetto Hall si produce con una rotazione assai piccola delle linee equipotenziali.

Tentai pure d'ottenere il fenomeno di Hall colle scariche elettriche. I rocchetti ordinari del galvanometro furono surrogati da quelli di grosso filo di rame coperto di gutta-percha; la pila, la cui corrente nelle altre esperienze percorreva la foglia d'oro, fu sostituita da un condensatore di capacità grandissima, caricato da una macchina d'Holtz. Operai con croci di foglia d'oro e con una di bismuto. Colle ripetute scariche la foglia d'oro si logorava presso gli elettrodi, ma riparai a tale inconveniente, introducendo una forte resistenza nel circuito di scarica.

Non ottenni però l'effetto Hall, ma mi persuasi che la sensibilità degli strumenti non era sufficiente a renderlo palese. Di più accadeva di frequente che dopo una scarica, lo strato metallico rimaneva permanentemente modificato, e che quindi la posizione di fermata del galvanometro cambiava, ciò che mi inibiva di adoperare scariche intense, colle quali forse senza di ciò, il fenomeno poteva rendersi evidente.

Finalmente tentai di sostituire all'elettrocalamita, l'azione d'un raggio solare polarizzato circolarmente ora in un senso ora nell'altro, ma senza risultato. L'idea di questa esperienza mi era suggerita dalla teoria elettromagnetica della luce. Feci anche altri tentativi infruttuosi per vedere se la luce polarizzata circolarmente produceva effetti magnetici. Ma con considerazioni, che qui non riporto, mi persuasi, che tali effetti, dato che esistano, dovevano essere d'intensità tanto piccola, da sfuggire alle mie misure.



SUL CALORICO TOTALE SVOLTO DA UNA O PIÙ SCINTILLE GENERATE DALLA SCARICA DI UN CONDENSATORE; RICERCHE DEL PROF. EMILIO VILLARI.

Lunghissime e pazienti ricerche fui costretto ad eseguire per determinare esattamente se, e come varia il calore totale svolto da una o più scintille elettriche generate dalla scarica di un dato condensatore. E sebbene quì, per brevità, non posso discorrere di tutte le mie esperienze fatte in proposito, pure devo descriverne parecchie; in primo luogo per metter in evidenza la esattezza e sensibilità dei metodi adoperati, ed in secondo per togliere ogni dubbio intorno alle conclusioni alle quali sono pervenuto. E siccome queste mie indagini versano principalmente sulla misura delle dilatazioni termometriche prodotte da una o due scintille, e quindi su quelle prodotte da tre scintille generate da una medesima scarica, così dividerò il soggetto in due parti principali, nelle quali tratterò separatamente di questi due casi.

PARTE I.

Sul calore totale svolto da una o due scintille generate dalla scarica di un condensatore.

Apparecchio — Queste prime ricerche furono eseguite con un apparecchio espresso schematicamente dalla fig. 1 *(Tav. III)*. Esso risulta da un termometro a scintilla I e da un termometro eccitatore E (1), riuniti fra loro, e ad un comune cannello di vetro *ii*, contenente una colonna di glicerina ed acqua: la quale colonna coi suoi movimenti misura le dilatazioni termometriche che io assumo per misure termiche. Gli elettrodi di codesti palloni sono dall' un dei capi riuniti fra loro col filo *ec*, e dall' altro con le viti a pressione *a*,*a'*, fissate ad un' asta di ebanite dell' interruttore a mercurio II. La batteria B, formata da un diverso

(1) Questi due termometri *piccoli*, di circa 115^{mm} di diametro erano pieni di azoto secco, ed avevano gli elettrodi terminati con fili di platino di circa un millimetro di diametro, saldati alle rispettive asticelle di rame degli elettrodi.

numero di giare, simile a quella disegnata, alta ciascuna 50 cm. e larga 13 cm., comunica coi due bicchieri a mercurio. b, b' dell' interruttore, per mezzo di fili di rame grossi e corti, e ricoperti di guttaperca. Lo stesso apparecchio, ma con tre palloni, è disegnato nel suo insieme nella Fig. 2, nella quale scorgesi esattamente la disposizione delle varie sue parti ([1]).

Esperienze coi piccoli termometri — Ad eseguire le esperienze, s' impartiva alla batteria B una data carica, misurata dalla bottiglia elettrometrica: quindi rapidamente s' abbassava l' asta aa' dello interruttore, così che le palline inferiori ed amalgamate dei due serrafili a, a' s' immergevano nel mercurio dei bicchieri di vetro b, b' ([2]) verniciati, e la batteria s' univa ai termometri: poscia si girava l' asta di vetro en dell' eccitatore e la batteria si scaricava attraverso di essi.

Tutti i contatti erano resi perfetti, o con viti a pressione o con fili amalgamati e mercurio, a fine di evitare assolutamente ogni scintilla perturbatrice: per la qual cosa anche la batteria doveva essere costruita in modo speciale, e quale ho altra volta descritto ([3]). Nell' istante della scarica le scintille balenavano nei termometri, e la dilatazione di essi era misurata dallo spostamento dell' indice ii osservato sulla scala.

Le ricerche furono eseguite facendo successivamente variare la distanza degli elettrodi nel termometro congiuntivo I; per lo che variava contemporaneamente, ma in senso inverso, la lunghezza della scintilla eccitatrice nel termometro E: e per ciascuna lunghezza della congiuntiva, che veniva esattamente misurata dallo spostamento di uno degli elettrodi, le misure del calore svolto dalle due scintille si ripeterono 5 volte, ed i risultati medii di esse sono riportati nel seguente specchietto:

(1) Per una descrizione più completa di questi termometri veggasi la mia V Memoria „ Intorno alle leggi termiche ec. R. Acc. dei Lincei serie 3 Vol. IX, Roma 1881.

(2) Per caricare la batteria, adoperavo una poderosa macchina ad influenza di mia costruzione, con otto grandi dischi, la quale caricava in pochi secondi energicamente grossissime batterie. Essa è di un maneggio semplicissimo, funziona benissimo, senza cure speciali, ed anche in tempi molto umidi ed in ambienti punto riscaldati.

(3) E. Villari. — Sulla lunghezza di una o più scintille ec. R. Acc. dei Lincei di Roma. Serie 3. V. XIII, 1882.

TABELLA I.

Bottiglie 6 : Cariche 18.

Numero d' ordine	I SERIE		II SERIE	
	Lunghezza della congiuntiva	Calore totale	Lunghezza della congiuntiva	Calore totale
	mm		mm	
1	0,0 (1)	31,9	0,0 (3)	24,4
2	0,25 circa	31,9	0,25 circa	29,9
3	1,4 »	28,8	1,4 »	26,9
4	3,4	30,6	1,9 »	26,5
5	6,4	30,9	3,4	27,3
6	10,4	32,4	6,4	26,4
7	15,4	31,8	11,4	29,7
8	20,4	33,2	21,4	33,5
9	25,4	31,4	31,4	38,1
10	30,4	35,8	36,4	38,1
11	35,4	37,9	41,4	34,7
12	40,4	36,5	44,4	35,8
13	42,4	36,1		
14	44,4 (2)	35,8		

I risultati della precedente tabella sono distinti in due serie: quelli della I s' ottennero accrescendo la lunghezza della congiuntiva da 0 a $44^{mm},4$, e quelli della II decrescendola di nuovo fino a 0: e ciò feci perchè durante l' esperienza la colonna termometrica, che serve da indice, spesso varia alquanto di lunghezza, ed i termometri modificano perciò la loro sensibilità: nel qual caso le due serie di misure valgono a compensare sufficientemente gli errori provenienti dalla modificata squisitezza dell' apparecchio.

Da ambedue le serie di esperienze, facendo astrazione dal caso delle congiuntive zero, si scorge che il calore somma svolto delle due scintille è, con grande approssimazione, costante; talmente che mentre la congiuntiva variò di lunghezza da $0^{mm},25$ circa, a $44^{mm},4$, cioè nel rapporto di 1 a 178 circa, il calore variò approssimativamente da 1 ad 1,12 nella I serie, e da 1 a 1,2 nella II.

(1) Il termometro congiuntivo fu escluso dal circuito, ma il suo vano interno comunicava con quello del termometro eccitatore.

(2) La scarica passava di rado.

(3) Non vi era scintilla.

I medesimi risultati si ottennero costantemente, ripetendo le esperienze stesse e coi medesimi apparecchi; talchè la deduzione precedente è sicura. Tuttavia, se ben si considerano i numeri riportati si scorge, facendo astrazione dalle piccole oscillazioni rispondenti a congiuntive brevi (sulle quali oscillazioni torneremo più tardi), che il calore prodotto dalle due scintille va in un modo continuo, sebbene assai lentamente, crescendo a mano a mano che la scintilla congiuntiva si allunghi: quali lievi incrementi non si saprebbe dire, dai fatti precedenti, se siano da attribuirsi a proprietà caratteristiche delle scintille, ovvero ad errori sperimentali. Per la qual cosa io dovetti, con la massima diligenza ripetere e variare le esperienze a fine di conoscere, e possibilmente di eliminare gli errori nei quali potevo essere incorso.

Effetto della forma degli elettrodi — Ed avanti tutto è bene far notare che ho osservato, come meglio dirò in altra occasione, che il calorico svolto da una eccitatrice varia sensibilmente a seconda della forma degli elettrodi dai quali scatta. Così la scintilla fra palline genera meno calore, che quella scattante, coeteris paribus, da punte. E nei miei palloni eccitatori, specialmente di piccolo diametro, quali furono quelli adoperati precedentemente, debbono probabilmente prodursi delle variazioni di codesta natura, e quindi delle variazioni di calore indipendenti dalle leggi del fenomeno. Infatti una piccola scintilla che scatti fra gli elettrodi prossimi *a*, *b* dell'eccitatore (Fig. 3), produrrà forse più calore, relativamente alla sua lunghezza, che quando scatti fra i medesimi elettrodi distanti *a*, *b* (Fig. 4): imperocchè in questo caso la scintilla saltar può non dalle punte dei fili, ma dalla loro superficie.

A mostrare poi che codesta, o altre simili modificazioni delle scintille sieno accompagnate da variazioni corrispondenti di calore, feci due ordini di misure col mio termometro eccitatore. Nel primo cioè, producevo la scintilla smuovendo l'elettrodo mobile nel modo ordinario, ed avvicinandolo a quello fisso come indica la freccia *b* nella Fig. 3 e 4: e nel secondo producevo la scarica avvicinando l'elettrodo mobile al fisso in senso contrario, e come indica la freccia *a* nella Fig. 5. É d'avvertire che i due elettrodi sono piegati a curve storte e naturalmente non trovansi

nello stesso piano della carta, e solo smuovendoli opportunamente se ne approssimano le estremità di platino. Nei due modi indicati eseguii varie esperienze, e le medie di 5 o più misure per ciascun caso sono qui di seguito riferite:

TABELLA II.

	ELETTRODI MOSSI NEL VERSO	
	Consueto	Contrario
I SERIE. . . .	38.4	18.8
	35,0	19,8
II SERIE. . . .	57,1	44,0
	60,3	42,0
		46,6

La prima serie fu eseguita con 15 cariche e 5 bottiglie; la II. con 24 cariche ed 8 bottiglie. I numeri corrispondono al calore svolto dalle scintille eccitatrici sole; e mostrano che esso fu maggiore quando queste guizzavano fra le punte degli elettrodi mossi nel modo consueto (Fig. 3 e 4), e sensibilmente minore quando le scintille saltarono fra i fili avvicinati nel verso contrario (Fig. 5).

ESPERIENZE COI GRANDI TERMOMETRI — Ad eliminare o diminuire cotali errori, nelle misure del calore somma delle due scintille, costruii due nuovi palloni più grandi, e di circa 150^{mm} di diametro ciascuno; uno dei quali serviva da termometro congiuntivo e l'altro da eccitatore. In questo introdussi degli elettrodi di filo di rame di circa 7^{mm} di diametro, piegati con dolci curvature e terminati con filo di platino saldati, e grossi un millimetro. La scintilla eccitatrice, con la quale sperimentai, fu poco superiore ai 42^{mm} (a 44 o 45^{mm} la scarica non avveniva), così che si produceva ad elettrodi non molto discosti fra loro; e perciò dovevano probabilmente esser nulle, o grandemente diminuite, l'influenze perturbatrici di sopra indicate.

Con questi due nuovi termometri, apparecchiati con ogni diligenza, e perfettamente isolati, eseguii due serie di esperienze

successivamente e senza interruzione. Nella I accorciai la scintilla congiuntiva, di mano in mano, da 42mm a 0,5; e nella II, còn le medesime norme, l'accrebbi di nuovo fino a 42mm. L'indice nel principio delle esperienze era di 112mm di lunghezza, ed in fine si ridusse a 100. Le misure furono ripetute 5 volte per ciascuna lunghezza di scintilla, e le medie di esse sono riportate nella seguente tabella:

TABELLA III.

Bottiglie 8: Cariche 24.

Lunghezza congiuntiva L	Calore per congiuntiva: Decrescente C	Calore per congiuntiva: Crescente C_1	Medie $\frac{C+C_1}{2}$	Differenze da 35,14
42mm	33,84	32,55	33,19	—1,95
40	33,57	33,56	33,56	—1,58
35	33,92	34,74	34,34	—0,80
30	32,66	33,66	33,16	—1,95
20	36,74	33,69	35,35	±0,00
10	34,84	38,94	36,39	+1,25
5	36,30	36,94	36,62	+1,48
2	36,18	36,06	36,12	+0,98
1	37,24	37,34	37,29	+2,15
0,5	35,98 (1)	35,98	35,39	+0,25
			media 35,14	

Questi risultati mostrano, diversamente da quanto s'era trovato più sopra, che il calore fu forse alquanto superiore per le piccole che per le lunghe scintille congiuntive; pure la differenza è certo assai piccola e tale da attribuirsi ad errori di esperienze: tuttavia volli ripetere le misure precedenti e ne eseguii, come di consueto due serie: nella I portai successivamente la lunghezza della congiuntiva da 1mm a 42, e nella II riportai la congiuntiva nuovamente a 42mm; ed i risultati medii di 5 misure per ciascuna lunghezza di scintilla sono qui di seguito trascritti:

(1) Media di 10 misure.

TABELLA IV.

Bottiglie 8: Cariche 24.

Lunghezza congiuntiva L	CALORE PER CONGIUNTIVA Crescente C	Decrescente C_1	MEDIE $\frac{C+C_1}{2}$	DIFFERENZE da 31,79
1	28,58	30,76	29,67	—2,12
2	29,46	33,70	31,58	—0,21
5	30,80	30,93	30,87	—0,92
10	32,22	31,88	32,05	+0,26
20	37,42	33,64	35,53	+3,74
30	33,70	29,40	31,55	—0,24
40	31,30	31,40	31,35	—0,44
42	31,71 (1)		31,71	—0,08
			media 31,79	

I risultati precedenti, oltremodo concordi, mostrano con le loro medie finali, che realmente il calore totale svolto dalle due scintille è costante; (2) onde può ritenersi che la causa perturbatrice ricordata era, con ogni probabilità quella che alterava i fenomeni studiati. Aggiungerò altresì che tanto queste ultime ricerche, quanto quelle della Tabella III furono eseguite in identiche condizioni, onde i risultati di entrambe poterono adoperarsi per calcolare le medie comuni, le quali ho riportate nel quadro seguente, che è come più generale e perciò meglio conferma la legge del fenomeno qui studiato.

(1) Media di 10 misure.

(2) L'indice in principio di tali esperienze era di 185 e si ridusse in fine a 180mm. ossia rimase quasi costante: il che il coadiuvò certo ad ottenere risultati concordi.

TABELLA V.

Lunghezza congiuntiva L	MEDIE GENERALI del Calore C	DIFFERENZE da 33,52
1	33,45	—0,07
2	33,85	+0,33
5	33,75	+0,23
10	34,44	+0,92
20	35,44	+1,92
30	32,35	—1.15
40	32,45	+0,82
42	32,45	—1,07
	media 33,52	

I numeri di queste tabelle ci mostrano evidentemente che il calore totale svolto dalle due scintille è costante; però se più minutamente si osserva questa tabella, e meglio ancora la precedente, noi scorgiamo esservi come un leggiero massimo di calore a metà delle serie, del quale dirò più appresso.

Dopo tutte queste esperienze concordi, volli ancora confermare la legge precedente in un' altra maniera. Adoperai lo stesso apparecchio della Fig. 1, (1) col quale sperimentavo al modo consueto, limitandomi però a misurare il calorico totale delle due scintille, facendo la congiuntiva una prima volta di 40^{mm} ed una seconda di 1^{mm}; poscia ripetei le stesse esperienze con la congiuntiva prima di 40^{mm} e poi di 1^{mm}; e così alternamente per più volte di seguito. Per ciascuna di tali lunghezze le misure furono ripetute 6 volte; e qui di seguito sono registrate le medie di codeste nuove misure:

(1) In queste misure furono adoperati i grandi palloni.

TABELLA VI.

Bottiglie 8 : Cariche 26.

CALORE TOTALE PER CONGIUNTIVA	
L = 40mm	L = 1mm
C	C_1
34,70	35,64
38,16	36,78
38,38	37,02
41,10	38,25
40,96	39,89
40,20	39,93
40,00	37,45
39,39	40,08
40,57	38,28
41,20	40,07
media 39,47	media 38,34

L' indice in principio era di 90 mill., in fine di 75 mill.

Questi numeri, molto concordi, mostrano l' indipendenza assoluta del calore dalla lunghezza della congiuntiva: il che meglio si rileva dalle medie finali ricavate ciascuna da ben 60 misure, tutte fra loro assai concordi.

Finalmente aggiungerò che siccome le piccole congiuntive (di frazione di millimetro) producono, come dirò fra poco, delle lievi perturbazioni nella quantità del calorico somma generato da due scintille, così temendo che codesta perturbazione s' estendesse anche alla scintilla di 1^{mm}, volli ripetere altre esperienze identiche alle precedenti, ma con scintille congiuntive ora di 2^{mm} ed ora di 40^{mm}; e qui di seguito sono le medie di 5 misure per ciascun caso;

TABELLA VII.

Bottiglie 8: Cariche 26.

CALORE TOTALE PER CONGIUNTIVA	
L = 40mm C	L = 2mm C_1
35,36	39,26
42,24	41,00
40,90	40,70
41,68	42,20
42,36	41,78
42,16	41,06
42,34	40,82
45,82	42,24
42,02	41,58
42,10	42,70
media 41,70	media 41,33

L' indice in principio era di 100 mill., in fine di 80 mill.

Anche questi risultati concordano a pieno con tutti gli altri precedentemente riferiti; onde facendo astrazione di alcune lievi variazioni, già indicate, possiamo con sicurezza enunziare la seguente legge, già più volte accennata:

« *Quando una data scarica produce una scintilla congiun-*
« *tiva ed una eccitatrice, il calore totale svolto da esse è costante,*
« *ed indipendente dalle loro relative lunghezze.* »

CALORE SOMMA DI DUE CONGIUNTIVE — A completare infrattanto lo studio del calore svolto da due sole scintille, a me parve conveniente determinare quello prodotto da due scintille entrambi congiuntive, che si facciano variare insieme ed inversamente di lunghezza. Perciò disposi l'apparecchio come è espresso nella figura 2 e 6: ove IV e V indicano due palloni congiuntivi uniti in circuito coll' eccitatore III; tutti eguali fra loro e di circa 115mm di diametro (1). I due termometri congiuntivi, mercè

(1) I palloni adoperati in queste esperienze furono quelli piccoli, cioè di 115 mill. di diametro; e quello nella fig. 6 segnato IV corrisponde al pallone I, ed il V al n. II, indicati nella tabella VIII.

tubi di gomma uguali, e rubinetti comunicavano fra di loro e col cannello di vetro ad indice *ii:* invece l'eccitatore III, per aver chiuso il suo rubinetto, era separato dagli altri due termometri. Il resto dell'apparecchio è uguale a quello della Fig. 1 e porta le medesime lettere. Le esperienze si eseguivano al modo consueto, con una costante scarica della batteria B, di 5 giare attivate da 15 unità; e si misurava il calore prodotto dalle sole due congiuntive nei palloni I e II, nei quali si variarono inversamente le loro lunghezze, da 1^{mm} a 39; così che la loro somma rimaneva costantemente eguale a 40^{mm}. Le esperienze furono fatte in due serie: nella prima accrescendo la scintilla nel pallone I e decrescendola nel II, e viceversa nella II serie. Le misure furono ripetute 5 volte per ciascun caso, e le medie di esse sono riportate nella seguente tabella:

TABELLA VIII.

Bottiglie 5: Cariche 15.

LUNGHEZZA DI SCINT. NEL PALLONE		CALORE TOTALE		MEDIE	DIFFERENZE da
I	II	I Serie C	II Serie C_1	$\frac{C+C_1}{2}$	39,70
1^{mm}	39	37.66	38.34	38,00	—1.70
2	38	36.20	38.41	37,31	—2.39
5	35	38,72	40.78	39,75	+0.05
10	30	39.38	40.00	39,19	—0.51
20	20	41,02	42.78	41.95	+2.25
30	10	38.54	39.06	38,80	—0.90
35	5	41.78	41,96	41.87	+2,17
38	2	40,20	40,46	40,33	+0.63
39	1	40,14	40,14	40.14	+0,54
				med.39,70	

Dai numeri precedenti si rileva, che il calore somma C e C_1, delle due serie, prodotto dalle due congiuntive è costante, sebbene le loro lunghezze sieno variate nei limiti di 1 a 39^{mm}. Nella penultima colonna poi sono le medie generali delle due serie C e C_1, e nell'ultima le differenze di esse dalla media finale 39,

70: e da essa colonna rilevasi che dette differenze sono relativamente piccole e saltuarie. Tuttavia per gli errori notati nei piccoli palloni io ripetei le precedenti esperienze adoperando tre palloni eguali, di 150^{mm} di diametro, e disposti nello stesso modo indicato dalla Fig. 2 e 6: le misure furono limitate a tre sole lunghezze delle due congiuntive, ma furono eseguite più volte, e per ciascuna volta si ripeterono sempre 5 misure; le medie delle quali sono qui di seguito riportate:

Tabella IX.

Bottiglie 6: Cariche 20.

Lunghezza congiuntiva nel pallone		Calore delle due congiuntive	Medie generali di	
IV	V	C	C	
39	1	40,36	40.38	
20	20	39,74		39,70
1	39	39,70	38,80	
20	20	41.18		
39	1	41.40		
20	20	39,90		
1	39	37,90		
20	20	38,26		
			39,84	39,27

Nella colonna C sono riportati i calori svolti dalle due congiuntive di varia lunghezza; nella penultima sono le medie generali dei calori istessi, svolti quando le lunghezze delle congiuntive furono successivamente di 39^{mm} ed 1^{mm}, e quindi di 1^{mm} e 39^{mm}: e nella ultima colonna sono le medie generali dei calori svolti dalle due scintille congiuntive di 20^{mm} ciascuna. Finalmente nell'ultimo rigo sono le medie finali dei calori svolti dalle due scintille di 20^{mm} di lunghezza ciascuna (calore 39,70); e le medie di quello svolto quando una delle scintille era lunga 1^{mm} e l'altra di 39^{mm} (calore 39,84) (1). Ora tali medie sono affatto eguali e quindi con ogni sicurezza, parmi si possa affermare che:

(1) Quando la scintilla fu di 39 mill. nel pallone IV ed 1 mill. nel V il calore fu

Il calore somma svolto da due scintille congiuntive, di lunghezza somma costante, è costante, comunque variano le loro rispettive lunghezze, supposta costante la scarica che le produce.

La legge precedente, relativa alle due congiuntive, ci induce ad ammettere che il calore svolto dalle congiuntive è proporzionale alla loro lunghezza, come già dissi altra volta [1]: e quindi può ritenersi come probabile, che la temperatura della scintilla sia indipendente dalla sua lunghezza, supposte costanti tutte le altre circostanze.

E siccome la medesima legge si verifica pel calore prodotto da una congiuntiva e da una eccitatrice insieme, così noi siamo indotti a credere che la somma delle loro lunghezze deve essere costante, nei limiti delle precedenti esperienze; il che ho in altra occasione dimostrato con misure dirette [2]. E per conseguenza anche nella eccitatrice la temperatura deve essere indipendente dalla sua lunghezza, sempre nei limiti delle mie esperienze, ed astrazion fatta dalle ricordate lievi variazioni.

Tali adunque sono i fenomeni generali relativi al calore prodotto da due scintille di qualsiasi natura; però un esame più minuto di alcuni dei risultati trascritti in questa memoria, e di altri che per brevità non ho riportati, mostrano come la legge generale da me esposta precedentemente, circa il calore somma della scintilla congiuntiva ed eccitatrice, presenta alcune lievi anomalie, delle quali andremo ora ad occuparci, non avendone tenuto discorso fin qui per ragione di semplicità.

(Continua)

in media 40,88: ed invece fu un po' minore, cioè 38,80 quando la scintilla fu di 39 mill. nel V ed 1 mill. nel IV: questa piccola differenza, che evidentemente non influisce sulla media finale, è dovuta a cagione che discuterò in seguito.

(1) *Atti dell' Acc. di Scienze di Bologna*, serie III, tomo IX, 1879.

(2) *Sulla lunghezza somma di una o più scintille ec.* — *R. Acc. dei Lincei*, serie III, vol. VIII, Roma 1882.

SUL CONTEGNO DI ALCUNE CALAMITE PERMANENTI IN PRESENZA DELLE LORO ÀNCORE; RICERCHE ESPERIMENTALI DI E. FOSSATI.

È ben noto il fatto, dalla quasi totalità dei fisici asserito, che tenendo armata una calamita a ferro di cavallo colla propria àncora, ed a questa aggiungendo giorno per giorno dei piccoli pesi, la portata della magnete va gradatamente crescendo, e talora fino al punto da diventare tripla della primitiva. Inoltre, che se l'àncora venga di poi bruscamente staccata e con essa il suo carico, la calamita ritorna generalmente alla forza di prima (1), mentrechè, distaccando dolcemente facendo scorrere l'àncora sui poli, l'indebolimento or detto riesce di molto menomato. Che in ogni caso è possibile ridare alla calamita una forza attrattiva assai notevole, sol che si voglia esercitare ancòra su di essa una trazione lenta e progressiva come nel modo sopradetto.

Opinano taluni, che tale notevole aumento nella attitudine di una magnete a reggere pesi, provenga da un corrispondente rinforzo de' suoi poli, grazie una serie di azioni e reazioni induttrici fra àncora e calamita. Quando il fatto fosse vero, tale spiegazione, nella sua prima parte almeno, sarebbe la più attendibile e razionale. Non se ne potrebbe addurre un'altra che meglio rispondesse alle esigenze della moderna teorica del magnetismo. Altri invece partendo chi sa da quali altre considerazioni, l'attribuirebbero ad un'azione diretta dei pesi che si vanno man mano aggiungendo all' àncora, i quali, *nutrendo* la calamita, la porrebbero in grado di *mordere* maggiormente; senza nulla dire intorno a possibili variazioni nel suo magnetismo. Strana esplicazione codesta, che non trovando posto in nessuna delle teorie fin qui escogitate sul magnetismo, e non offrendo per altro, campo di sorta ad interpretazioni che ad esse più o meno direttamente si riferiscano, è piuttosto atta a ricondurci alla fisica delle cause occulte e delle forme sostanziali della materia con relativi attributi psichici e

(1) Secondo Haecker per es. la calamita perde la metà della sua forza. *Poggendorff's Annalen*, 1842.

voltivi, anzichè portar luce sull'argomento; ed allora preferiremmo associarsi a coloro che il fatto summenzionato giudicano addirittura curioso ed inesplicabile. Perocchè, giovi il ripeterlo: se l'asserito aumento nella portata di una calamita realmente succede, esso non può provenire se non se da un accrescimento del suo magnetismo. Ma d'altra parte, poichè nessuna altra azione magnetica diretta essa risente all'infuori di quella della sola àncora, questa dovrebbe essere ritenuta quale *unica* e *vera causa* del fatto in parola. Diciamo azione diretta della sola àncora, ripugnandoci l'ammettere che i pesi che vi sono attaccati possano aumentarne la sua reazione magnetica. In tale ipotesi, un contatto prolungato dell'àncora oprar dovrà sempre ad un modo, sia caricandola che no, onde il peso che essa potrà sostenere dopo un dato tempo dal suo contatto colla calamita, e fatto crescere gradatamente, dovrà pur essere sostenuto da essa dopo lo stesso tempo quando le venisse invece applicato d'un tratto e colla dovuta precauzione. Se non che, una difficoltà ci si affaccia alla mente. Come mai può l'àncora di una calamita ingenerare in questa, tale aumento nella quantità del suo magnetismo, da renderla capace di spiegare di poi una forza attrattiva che talora è giudicata perfino tripla della primitiva? Sia pure che la forza traente aumenti con una ragione più rapida che la polarità, ma trovasi essa una magnete a ferro di cavallo ed armata colla propria àncora, in condizioni favorevoli per un aumento nella orientazione delle sue molecole, in più di quella che possiede appena armata, e tale da giustificare il suddetto esagerato aumento nella sua portata? A noi sembra che ciò difficilmente possa accadere, perocchè, ammesso pure nella migliore delle ipotesi, che l'azione induttrice dell'àncora sia da ritenersi quale una forza magnetizzante continua, sta però sempre che questa è una semplice reazione, che la calamita è di acciaio fortemente temprato, satura o quasi, che è continua la tendenza delle sue molecole a ritornare verso la posizione corrispondente al loro stato neutro; infine, che la massa e la figura dell'àncora non varia, il perchè ci par poco probabile che dessa possa rinvigorirsi gran fatto. E nemmeno possiamo ammettere una condensazione *magnetica* in vicinanza ai poli a spese del magnetismo lontano siccome da taluni si vorrebbe far credere, analogo alla condensazione elettrica su di un

conduttore isolato ed elettrizzato per opera di induzione reciproca fra esso ed un altro allo stato neutro; condensazione, la prima, che per essi altro non sarebbe che il seguito di quella che si verifica nella magnete all'istante del suo contatto coll'àncora ed in opera di questa. Qui non è un richiamo di energia magnetica verso i poli che ha luogo, sibbene un aumento della stessa in tutta la massa della magnete come ne fan fede varii fatti, fra cui le indotte benchè d'intensità decrescente a partire dai poli, che si hanno in un rocchetto anulare che si trovi in una qualsiasi regione delle branche della magnete nell'atto che la si arma. Epperò, se rinforzo della calamita avviene nel tempo in cui rimane armata, lo ripetiamo, ciò non può provenire che da un aumento di orientazione in tutti i suoi elementi magnetici, in più su quella che si verificò al momento del suo contatto coll'àncora (1). E posto pure che a ciò siano favorevoli quelle azioni meccaniche e fisiche a cui può la magnete andare accidentalmente soggetta (scosse, variazioni nella temperatura, campi magnetici favorevoli), come giustificare il suddetto notevole au-

(1) Fra i molti fatti che giustificano le nostre asserzioni stanno i seguenti: È più grande l'effetto di un'azione magnetizzante in un corpo quando tende a distruggere la polarità magnetica che possiede di quello che spieghi quando tende a rinforzarla. Un'azione magnetizzante spiega un'efficacia relativamente maggiore in una calamita debole che forte. — S. Marianini *Memorie di fisica sperimentale*, 1875. A smagnetizzare aghi d'acciaio temprato basta una corrente minore di quella che gli ha magnetizzati. Essi ricevono d'un tratto la loro magnetizzazione quando sono messi entro elica voltaica, non l'aumentano che di pochissimo col ripetere l'azione della corrente. — Abria *Annales de chimie et de physique*, 1841. Il che fu anche confermato dal Bouty, *Annales de l'École normale*, 1875; e da Righi, *Contribuzioni alla magnetizzazione dell'acciaio*, Bologna 1880, impiegando questi dei nuclei cilindrici d'acciaio. Il tempo che impiega l'acciaio per acquistare una magnetizzazione contraria a quella che già possiede è minore di quella che impiega per accrescere il suo magnetismo nel senso di prima. — E. Villari, *N. Cimento*, 1865. Secondo Hansteen e Lamont il momento di una calamita va continuamente scemando dall'epoca della sua costruzione per mesi ed anni. — Rossetti, *Lezioni sul magnetismo*. Allorquando una sbarra d'acciaio è stata magnetizzata con una forza positiva x non si può aumentare il suo magnetismo che con una forza maggiore di x, ma una forza minore di x diminuisce il suo magnetismo. — Jamin, *Annales de chimie et de physique*, 1875. — Marianini e Wiedemann, vedi Gordon, *Traité experimental d'Electricité*, 1881. Nè può contraddire una spontanea tendenza delle magneti elementari al disorientamento, la teorica dei magnetismi inversi sovrapposti abbozzata dal Marianini e studiata dal Jamin.

mento nella sua forza, se il loro effetto dovrebbe essere assai limitato e scarso giusta la vera importanza che ad esse dobbiamo attribuire nelle condizioni in cui si trova la calamita, in base ai precetti della moderna teoria del magnetismo? (1). Le quali azioni dovranno piuttosto apportare un qualche indebolimento in essa quando non è armata, malgrado la notevole forza coercitiva dell' acciajo di cui è formata; il perchè il vero ufficio dell' àncora sarà preferibilmente quello di conservare la polarità della calamita contro le suddette cause che potrebbero oprare svigorendola quando non è armata, anzichè di sensibilmente aumentarla.

Ma allora come spiegare il notevole e più sopra ripetuto aumento nella sua portata? Qui fu che ci si affacciò il dubbio che esso non fosse quale lo si asserisce; ma bensì o nullo o quanto meno debolissimo. Fissi in questa idea, abbiamo eseguito alcune esperienze in proposito, che insieme ai risultati ottenuti qui appresso esponiamo. Esse varranno fors' anco a gettare un po' di luce sull' influenza che il distacco dell' àncora da una calamita spiega sul magnetismo della stessa secondochè sia eseguito bruscamente o lentamente.

Diremo dapprima del metodo impiegato per esplorare il magnetismo di una calamita.

Tenevasi questa in posizione verticale colla curvatura in alto, e due rocchettini fissi a filo sottile lunghi un centimetro ciascuno, ne circondavano le branche in vicinanza alla detta curvatura in modo che la calamita appoggiasse liberamente su di essi. Un sensibilissimo galvanometro a riflessione di Wiedemann posto nel circuito dei rocchetti ed a tre metri circa dal cannocchiale di lettura, permetteva di notare la corrente ottenuta estraendo la magnete dai rocchetti, sollevandola prestamente colla mano verso l' alto. La corrente così ottenuta si disse *corrente totale*, e la corrispondente deviazione impulsiva dell' ago era assunta quale misura del magnetismo libero e permanente della calamita. Disposta questa, dopo di aver riaperto il circuito, in modo che le sue estremità libere si trovassero nello stesso piano della base

(1) Molti ed istruttivi corollari della quale trovansi esposti nel trattato di fisica di G. Cantoni, 1878.

inferiore dei rocchetti, sicchè questi abbracciassero le superficie polari, la si estraeva da essi come prima (1) e la corrente indotta così ottenuta che si disse CORRENTE POLARE, prendevasi qual misura del magnetismo ai poli. Rimessa la calamita nell' ultima posizione, la si armava della sua àncora che subito dopo veniva bruscamente staccata notando la indotta: *corrente di strappo*, che assumevasi quale misura del magnetismo che scompariva dalle estremità coperte dai rocchetti. Dopo di che valutavansi di bel nuovo le due correnti, *totale* e *polare*. Si rimetteva l' àncora a contatto colla magnete essendo ancora i rocchetti alle sue estremità, e dopo un tempo variabile secondo i casi, la si strappava notando la indotta corrispondente, e dopo questa, la totale e la polare. In tal modo era possibile di facilmente rilevare qualunque sensibile variazione che fosse per avventura avvenuta per effetto del contatto dell' àncora e del suo strappo, sia nel magnetismo permanente totale della calamita, sia in quello delle sue estremità polari e parti rimanenti, quindi anche un possibile scambio fra il magnetismo delle stesse. In fine, anche una possibile variazione in quello temporario delle parti estreme su cui l' àncora dispiega di preferenza la sua azione induttiva.

Le superficie in contatto della calamita ed àncora in esame erano sempre levigate, arrotondate, e coperte da un sottil velo di vernice ben secca; e dei segni di riferimento fatti su ambo i pezzi permettevano di avere il contatto fra essi sempre ad un modo.

Rendendosi necessario il confronto di indicazioni galvanometriche fra loro, e separate da un intervallo di tempo più o meno lungo, quasi sempre valutabile a giorni, si faceva passare per il galvanometro, avanti di prendere con esso una serie di misure, la corrente di una piccola e vecchia calamita di acciaio a ferro di cavallo che rapidamente estraevasi da un paio di rocchettini, e sempre nella stessa maniera. Questa calamita, fuori esperimento, tenevasi in luogo appartato e tranquillo e sempre in una data posizione. Se la deviazione dell' ago dell' istru-

(1) Si regolava il moto d' estrazione della magnete dai rocchetti con un metronomo di Maelzel allo scopo di oprar sempre per quanto era possibile con una stessa velocità in tutte le prove.

mento era quale avevasi notata nel giorno delle precedenti prove, o diversa di solo qualche millimetro del regolo del cannocchiale di lettura, adopravasi senz' altro il galvanometro; se no, muovevansi opportunamente i rocchetti, ed, occorrendo, anche la calamita direttrice fino a che la corrente ottenuta dalla piccola calamita era quella di prima. Rarissime volte si resero necessarie simili correzioni; probabilmente perchè il galvanometro trovavasi oltrechè su stabilissimo sostegno a muro, ancora in luogo appartato soggetto a nessun' altra influenza perturbatrice, all'infuori delle variazioni nella temperatura della giornata, a quelle del magnetismo terrestre ed agli inevitabili e leggeri scuotimenti a cui è naturalmente soggetto ogni edificio.

Potrebbe sembrare a prima giunta che l' uso della piccola calamita per il controllo della costante sensibilità del galvanometro fosse in contraddizione col concetto fondamentale delle esperienze che si intendono eseguire, in quanto si verrebbe ad ammettere *a priori* costante, (il magnetismo della calamita di prova) ciò di cui non siamo sicuri e che vogliamo provare (il magnetismo di una calamita in genere). Ma è da riflettere che in una calamita vecchia e senz' àncora non si verificano che variazioni nel suo magnetismo estremamente piccole, come anche nella sua distribuzione (1) mentre che è nostro intendimento di sperimentare su calamite di nuova costruzione ed, indipendentemente da questo, di discoprire, se è possibile l' influenza su di esse delle loro àncore rispettive, che, per consenso quasi generale, dovrebbe essere tale da produrre notevolissime variazioni nel loro momento magnetico. Vedremo d' altra parte come i risultati ottenuti siano improntati da tale un carattere di omogeneità da escludere ogni sospetto sopra una compromettente e non avvertibile mutazione nella sensibilità del galvanometro impiegato.

Le diverse prove si eseguirono con due diverse qualità di acciaio inglese Q Q' e si incominciarono con sei calamite, tre di acciaio Q contrassegnate con A. B. C., e tre di acciaio Q', contrassegnate A', B', C'. Erano a ferro di cavallo a branche parallele e delle dimensioni seguenti:

(1) Hansteen e Lamont. — Rossetti, *Lezioni sul magnetismo*, Gordon *Traité expérimentale d'électricité et de magnetisme*, 1881, ec. ec.

	A. B. C.	A'. B'. C'
Lunghezza delle branche mm.	70 —	100
Larghezza » »	11,5	12
Grossezza » »	4	8
Distanza fra loro »	21	19

Nella loro lavorazione si curò che l'acciaio non si arroventasse di troppo e furono temprate al rosso arancio. Si magnetizzarono a media forza le A. B. C. con magazzeno magnetico, e più leggermente le A'. B'. C'. Si abbandonarono quindi a se stesse e disarmate per tre giorni, leggermente scuotendole di quando in quando (1). Le rispettive àncore erano pure a ferro di cavallo e di ferro dolcissimo, e quando non erano perfettamente neutre le si riducevano tali col lasciarle cadere parecchie volte al suolo. Tranne dall'avere le gambe metà lunghe di quelle delle rispettive magneti erano ad esse uguali rispetto alle altre dimensioni. Ecco i resultati ottenuti con queste sei calamite. Per brevità indicheremo le correnti totale, polare, di strappo coi simboli Ct. Cp, Cs.

Calamite.

	A.	B.	C.		A'.	B'.	C'.
Ct.	100	84	100	Ct.	75	66	60
Cp.	38	30	40	Cp.	30	27	27.

Armate colle rispettive àncore, e strappando queste subito dopo:

	A.	B.	C.		A'.	B'.	C'.
Cs.	70	50	56	Cs.	54	54	36
Ct.	100	90	100	Ct.	75	60	60
Cp.	38	30	40	Cp.	30	30	27.

(1) In tal modo una calamita raggiunge uno stato magnetico assai prossimo al permanente (Lamont et Hansteen loc. cit. e Gordon id.).

Armate di nuovo e distaccate le àncore come sopra:

	A.	B.	C.		A'.	B'.	C'.
Cs.	?	32	58	Cs.	60	49	33
Ct.	100	90	104	Ct.	75	66	54
Cp.	34	30	38	Cp.	33	30	27.

Id. Id. Id. e strappando dopo tre giorni:

	A.	B.	C.		A'.	B'.	C'.
Cs.	60	50	54	Cs.	60	51	36
Ct.	100	80	100	Ct.	90	69	40
Cp.	30	28	40	Cp.	30	30	30

Si magnetizzarono le A. B. C. fortemente con elettrocalamita nel verso di prima, si accrebbe la forza delle A'. B.' C', pure nel senso primitivo, ma usando ancora il magazzeno magnetico; indi tutte e sei furono tenute disarmate per tre giorni e leggermente scosse. Si allontanarono un tal poco i rocchetti dal galvanometro (1).

Provate diedero:

	A.	B.	C.		A'.	B'.	C'.
Ct.	105	90	90	Ct.	103	75	75
Cp.	33	30	30	Cp.	30	27	30

Armate e strappando tosto:

	A.	B.	C.		A'.	B'.	C'.
Cs.	69	60	39	Cs.	60	45	60
Ct.	105	90	90	Ct.	103	75	75
Cp.	33	30	30	Cp.	33	27	30

(1) Diciamo una volta tanto che la distanza fra i rocchetti del galvanometro si variava secondo la grandezza e la forza della calamita e che durante il tempo in cui era tenuta senz' àncora, dopo di averle dato il necessario magnetismo, veniva di quando in quando leggermente scossa e tenuta sempre in una data posizione.

Id. Id. dopo tre giorni:

	A.	B.	C.		A'.	B.'	C'.
Cs.	63	60	?	Cs	?	45	57
Ct.	90	90	90	Ct.	105	75	75
Cp.	33	30	30	Cp.	33	27	30

Id. Id. dopo tre giorni le A. B. C.

	A.	B.	C.
Cs.	63	57	45
Ct.	90	90	90
Cp.	36	30	36

Le A'. B'. C' vennero calamitate a saturazione con elettro-calamita nel verso di prima:

		A'.	B'.	C'.
	Ct.	120	97	90
	Cp.	48	30	27
Armate e strappando subito.	Cs.	90	75	75
	Ct.	120	98	90
	Cp.	48	30	27
Id. Id. dopo tre giorni.	Cs.	88	75	78
	Ct.	120	93	90
	Cp.	45	30	27

Risulterebbe da queste prove che armando una calamita per la prima volta dopo la sua costruzione e strappando di subito l' àncora, non si modifica sensibilmente la quantità del suo magnetismo permanente totale, nè quello delle sue diverse parti, (quelle coperte dai rocchetti e le rimanenti scoperte e più lunghe). Non si verificherebbero che differenze leggerissime, ora in più ora in meno, e talora nessuna, fra il magnetismo che scom-

pare dalle estremità polari coperte dai rocchettini all' atto del primo strappo dell' àncora, e quello che svanisce strappando dopo parecchi giorni dal contatto. Lo stesso del permanénte. E tutto ciò per valori variabili nel magnetismo iniziale permanente delle magneti.

Prove analoghe si fecero con due altre calamite A", B" uguali in tutto, tranne che nella forza, alle A. B. C. ora impiegate.

		A"	B"
Magnetizzate debolmente indi provate dopo 2 giorni.	Ct.	45	36
	Cp.	15	13
		A"	B"
Armate e strappando subito	Cs.	30	34
	Ct.	45	37
	Cp.	15	15
Id. Id. dopo tre giorni.	Cs.	30	36
	Ct.	45	39
	Cp.	15	15
Rinforzate nel verso di prima e provate dopo tre giorni.	Ct.	150	114
	Cp.	36	30
Armate e distaccata l' ancora	Cs.	90	90
	Ct.	150	114
	Cp.	36	30
Id. Id. dopo 5 giorni	Cs.	90	90
	Ct.	150	120
	Cp.	33	30

Risultati poco diversi dai precenti.

Le stesse calamite A". B" vennero smagnetizzate coll' arroventamento, di nuovo temprate, magnetizzate a media forza e lasciate disarmate per cinque giorni. Per esse si misurò anche

lo sforzo necessario al distacco dell' àncora, il che si conseguiva applicando a questa un leggiero recipiente di peso noto, e lasciando in esso effluire da un tubo che arrivava quasi vicinissimo al fondo, dell' acqua proveniente da un altro recipiente munito di rubinetto. Con questo si regolava la velocità dell' efflusso, che si continuava fino al distacco dell' àncora. Indi si faceva la somma dei pesi di questa, del recipiente, dell' acqua contenuta e della spinta prodotta dalla parte immersa del tubo. Congegni che per brevità omettiamo di descrivere impedivano che la calamita non ricevesse scosse di sorta all' atto del distacco del suo carico. In altri casi si fece pur ricorso a quest' altro artificio per la misura della forza di distacco: all' àncora era attaccato un galleggiante immerso nell' acqua di un vaso munito in basso di un rubinetto. Aprendo questo, si lasciava sgocciolare il liquido fino al distacco dell' àncora, e dal peso dell' acqua uscita si deduceva la trazione massima oprata dal galleggiante.

Indicheremo con Ps. ed in grammi questa forza. Provate le due calamite come al solito diedero:

	A".	B"
Ct.	117	93
Cp.	34	30

Armate e tolta subito l' àncora, misurandone lo sforzo:

		A."	B."
	Cs.	66	62
	Ps.	675	518
	Ct.	114	93
	Cp.	34	28
Id. Id. dopo 3 giorni.	Cs.	68	63
	Ps.	670	510
	Ct.	120	93
	Cp.	32	30

Nessuna differenza degna di nota nel modo di comportarsi delle calamite, prima e dopo tre giorni.

(Continua).

RIVISTA

SUNTI di ANNIBALE STEFANINI.

Ann. der Phys. und. Chem. von G. Wied. XXI, 1884.

N.° 3. R. CLAUSIUS. *Sulla teoria del trasporto della forza mediante le macchine dinamoelettriche.* — Applicando le formule stabilite in una sua precedente memoria (*Phil. Mag.* 1884 numero 103), l'A. determina l'intensità della corrente che circolerà nel conduttore comune di due macchine riunite nel modo che si adopera pel trasporto elettrico della forza. Ciò fatto paragona fra loro le espressioni del lavoro T_1 eseguito nella 1ª dal motore, e di quello T_2 ottenuto dalla 2ª macchina per effetto della corrente i suindicata, e trova la relazione:

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{v_2}{v_1}\left(1-\gamma\frac{v_1^2-v_2^2}{R+\delta}\right)$$

ove v_1 e v_2 sono il numero dei giri delle due macchine, resp., al secondo, γ è una quantità che dipende da i e da altre costanti delle macchine, δ dipende oltrechè dalle stesse quantità anche da v_1 e v_2, ed R è la resistenza totale del circuito.

Da un teorema dedotto da Jacobi con ipotesi non del tutto esatte, si concludeva pel passato che l'effetto utile massimo si raggiungeva, nel trasporto elettrico della forza, quando le due velocità di rotazione stavano fra loro come 2:1. Sarebbe troppo difficile ottenere il valore esatto di tal rapporto, deducendolo dalle formule sopra stabilite; ma con bastante approssimazione l'A. trova che il massimo effetto utile si avrà quando sia

$$v_2=v_1\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{1+8\frac{Rb}{pv_1}}\right),$$

ove b e p son costanti. Quindi il rapporto suindicato non sarà di 2 a 1, ma si avvicinerà a questo valore col crescere di v_1.

Il lavoro T_2 fornito dalla 2ª macchina si può anche determinare supponendo che sia dato quello T_1 speso per fare agire

la 1ª; e l'A. trova che T_2 si approssima tanto più a T_1 quanto più grande è il valore di v_1, come è già stato osservato in pratica.

W. v. BEZOLD. *Ricerche sulla refrazione delle linee di corrente e di forza al limite di mezzi differenti.* — Questa refrazione, per la quale il Kirchhoff dette le leggi, fu osservata sperimentalmente con metodi assai laboriosi dal Quincke; ma l'A. indica un metodo molto più pratico, che consiste in una modificazione di quello adoperato da Arago e da Seebeck per osservare le proprietà magnetiche di un conduttore percorso da corrente.

La corrente di circa 12 amp. si fa passare per una laminetta delle dimensioni superficiali di cm. 12 $\times$ 4, composta di due metalli (p. es. rame e zinco, o rame e argento, ec.) che si uniscono secondo una linea obliqua a 45°, e se allora sopra tal laminetta si sparge della limatura di ferro leggermente magnetica, mentre si scote la lastra battendo dolcemente sui punti che vi conducono la corrente, si vede la limatura disporsi secondo le linee di forza, le quali mostrano un'evidente refrazione sulla linea d'unione dei due metalli. La forma della lastra può variarsi a volontà: per il caso di una lastra nella quale sieno inseriti dei dischi circolari di altri metalli, le linee di forza non si mostrano nettamente sui dischi se questi son di metalli meno conduttori dell'altro esterno. Perchè le esperienze riescano, bisogna usare molte cautele, essendo condizioni quasi indispensabili per la riuscita un conveniente magnetismo della limatura di ferro (che non deve peraltro esser troppo forte) e lo stato della superficie, che non deve esser nè troppo pulita nè troppo sudicia.

Alla superficie di separazione di due dielettrici il fenomeno è assai diverso, e fu già studiato dal Mascart; ma l'A. osserva che l'andamento del fenomeno, quale è stato indicato (Mascart, *Traité d'El. St.*, pag. 112) non è quello che realmente ha luogo, e indica un modo di osservare la linea percorsa da una scintilla che scocca da una sfera ad un'altra attraversando due mezzi coibenti.

L'A. avverte finalmente che l'analogia del fenomeno sopra accennato con la refrazione della luce non è completa, tanto per la diversità delle leggi, quanto per la natura delle linee di forza che non sono rette altro che in casi speciali.

K. MACK. *Sulla piroelettricità della boracite.* — Applicando il metodo di Lichtemberg allo studio della piroelettricità, nel modo indicato dal Kundt, l' A. ha trovato che nei cristalli di boracite assoggettati all' esperienza non si presentano delle superficie, ma bensì delle sole linee elettrizzate. Queste linee coincidono con quelle che delimitano alcune proprietà ottiche della boracite stessa. — L' A. fa osservare inoltre che, a differenza di ciò che accade nelle altre sostanze, le varie porzioni di un cristallo di boracite hanno proprietà diverse a seconda della posizione che esse occupano nell' interno del cristallo. Nella boracite alla temperatura di 105° c. si inverte il senso della elettrizzazione.

E. LOMMEL. *La fluorescenza nello spato calcare.* — Stokes asserì che lo spato calcare e il marmo di Carrara non erano affatto fluorescenti, e nessun altro osservò in seguito questo fenomeno; ma l' A. descrive delle esperienze dalle quali resulta il fatto notevole che lo spato calcare non solo è fluorescente, ma che i raggi più attivi sono per esso i verdi fra E e *b*. L' A. aveva già trovato che i fenomeni di doppia refrazione e di dispersione nello spato calcare debbono esser determinati da due specie di vibrazioni proprie, il cui periodo cade nell' ultravioletto. Ora tali vibrazioni sono precisamente dei sottomultipli di quelle corrispondenti alle linee E e *b*. Da ciò, in accordo con una teoria già esposta (*Wied. Ann.* 3, 1878) l' A. deduce che un corpo può assorbire non solo i raggi la cui lunghezza d' onda coincide con quella delle proprie vibrazioni (assorbimento diretto), ma, sebbene in minor grado, anche quelli la cui lunghezza d' onda ne è un sottomultiplo o un multiplo, (ass. indir.).

K. WESENDONCK. *Sugli spettri del fluoruro e dell' idrato di silicio.* — L' A. richiama l' attenzione sul fatto che insieme agli spettri delle due sostanze indicate, osservati separatamente coi tubi di Geissler, gli si è mostrato sempre anche quello dell' ossido di carbonio, e con un' intensità tale da escludere l' ipotesi che quest' ultimo spettro possa esser dovuto a impurità nelle sostanze adoperate. Non si può ritener dovuto nemmeno agli elettrodi, perchè sussiste anche provocando la scarica con fogliette di stagnuola applicate esternamente al tubo.

E. KETTELER. *Sulla dispersione del quarzo.* — Nella 1ª parte della memoria l' A., richiamando anche precedenti suoi lavo-

[illegible] il
[illegible] me-
[illegible] menia.
[illegible] che
[illegible] non la
[illegible] che
[illegible] maniera
[illegible] azioni
[illegible] di
[illegible] mor-
[illegible] ermò le
[illegible] maggio
[illegible] se
[illegible] per l'ar-

[illegible] pone in
[illegible] comunque al
[illegible] per es.
[illegible] che
[illegible] il ve-
[illegible] numero
[illegible] che vi-
[illegible] diapason. le
[illegible] diapason:
[illegible] eser-
[illegible] interessanti

[illegible] e alle
[illegible] applica-
[illegible] ricerche su

P. HOFFMANN. *Sull' efflusso dell' aria dai tubi di lunghezza qualunque.* — Per tubi corti non si conoscono che le formule di Navier; per quelli lunghi sono state date da Poiseuille e da Mayer. Il Guthrie osservò che l'efflusso nei lunghi tubi non veniva alterato, se essi erano spezzati in più parti e riuniti poi con tubi di guttaperca; talchè parrebbe che le estremità non avessero influenza alcuna. L'A. peraltro, ripetendo le esperienze del Guthrie, col lasciar discosti un poco i diversi pezzi del tubo di vetro ha trovato delle differenze notevoli, ed è stato indotto a stabilire delle nuove formule empiriche, applicando e combinando convenientemente quelle del Navier e di Mayer-Poiseuille. La formula così ottenuta è stata poi dall'A. confrontata con l'esperienza con tre metodi diversi, cioè: misurando la quantità dell'aria passata in un dato tempo attraverso un lungo tubo, sia con il volume di un liquido (metodo di spostamento), sia con un tubo capillare ausiliario pel quale si ammetteva la legge Poiseuille-Mayer, sia con efflusso variabile. Si giunge così ai resultati seguenti:

La causa per cui non vale in generale la legge Poiseuille-Mayer è da ricercarsi nella formazione di vortici al principio e alla fine del tubo. Se per ordinate si prendono i tempi di traspirazione per una quantità qualunque d'aria, a efflusso costante o variabile, e per ascisse le corrispondenti lunghezze del tubo, si ottengono delle curve, poco diverse dalle linee rette, che salgono, obliquamente, e che nella loro porzione di mezzo si mantengono comprese fra una retta e un'iperbole.

H. KAYSER. *Sulla condensazione dell' acido carbonico alla superficie levigata del vetro.* — L'A. osserva che i resultati del Bunsen sul soggetto suindicato (v. sunti preced. del *Phil. Mag.*) sono in contradizione non solo con quelli ottenuti da esso e da Chappuis, ma anche col fatto che l'atmosfera gasosa circondante i corpi si diminuisce coll'aumento di temperatura e colla diminuzione della pressione; e dimostra che le anomalie votate dal Bunsen son dovute ad una causa d'errore derivante dalla diffusione dell'anidride carbonica attraverso il grasso dei robinetti. Infatti l'A. ha eseguito delle ricerche analoghe a quelle del Bunsen con due apparecchi: uno privo affatto di robinetti, e l'altro con delle pareti chiuse da lastre di vetro ingrassate. Da quest' ultimo il gas CO_2

sfuggiva manifestamente, avendovi trovato, dopo un certo tempo, dell'aria in suo luogo; dall'altro non vi era nessuna fuga, e l'assorbimento raggiungeva ben presto un massimo.

M. PLANCK. *Sulla teoria dei raggi liquidi.* — L'A. stabilisce le formule relative ai filetti fluidi con un metodo che non si limita a dover considerare funzioni di due sole variabili. Nondimeno non gli è riuscito trovare per le sue equazioni delle soluzioni più generali di quelle ottenute col metodo della rappresentazione conforme.

R. VIERORDT. *Determinazione dell' intensità del suono nel pendolo sonoro.* — Scopo dell'A. è di determinare il valore di un esponente contenuto nelle formule di Oberbeck. Pel passato si determinava col far cadere su una lastra vibrante dapprima una grossa sfera del peso P da una piccola altezza h e poi una piccola sfera p da un'altezza più grande H e tale che l'intensità del suono fosse la stessa di prima. L'esponente cercato è allora dato da

$$\log \frac{P}{p} : \log \frac{H}{h}$$

Ma con questo metodo vi è incertezza per la diversità del timbro nei due casi. L'A. invece usa due pendoli affatto identici fra loro; dapprima li fa cadere contemporaneamente dalla stessa altezza sulla lastra, poi ne fa cadere uno solo da un'altezza maggiore. Il timbro essendo ora invariato, l'esponente può determinarsi con grande esattezza, e risulta uguale a 0,615 come media di 6 osservazioni assai concordanti.

F. FUCHS. *Piccole esperienze acustiche.* — L'A. indica il modo di determinare le note corrispondenti a ciascuna vocale, senza bisogno di una intera serie di diapason come occorre col metodo di Helmholtz ma servendosi invece di uno strumento musicale qualunque. — Un piccolo tubo in cautciuc si munisce di un piccolo tubo in vetro che possa introdursi nel meato auditivo, e l'altra estremità del tubo si pone alla bocca. L'altro orecchio si tappa con un po' di carta di seta bagnata. — Si dà alla bocca la configurazione corrispondente alla vocale A per es., e si suonano successivamente i diversi tasti di un pianoforte, cominciando dal tono più alto. La cavità della bocca funziona allora

come un risonatore avvicinato all' orecchio, e rinforza i suoni corrispondenti a quella vocale. Invece di un piano si può adoprare un monocordo ec.

Se, muniti al solito del palloncino, si danno alla bocca alternativamente le configurazioni relative alle vocali *a*, *o*, *e*, mentre un' altra persona vicina canta una vocale, per es. l' *a*, si sentono successivamente le vocali *a*, *o*, *e*.

Per variare il timbro di un suono si può anche usare convenientemente il tubo di Quincke.

P. VOLKMANN. *Osservazioni alla 2ª memoria del sig. Bohn « sulle misure assolute »*. — L' A. avverte che egli non ha mai negato la necessità che le leggi naturali debban condurre ad equazioni omogenee; ma bensì non ritiene esser necessario che tali equazioni debbano essere omogenee anche prima d' introdurvi i valori costanti, che derivano dalle dimensioni delle quantità in esse considerate.

Constata una contradizione fra l' affermazione del Bohn che le dimensioni di una quantità non abbiano nulla a che fare col concetto di essa, e il volere infirmare la validità del sistema elettromagnetico adducendo che questo considera la resistenza come una velocità. L' A. osserva che, anche secondo il Kirchhoff, la resistenza elettrica è da considerarsi quale una quantità numerica. Se si volesse, p. es., definire la resistenza di un filo col ritardo che produce in una scarica, si avrebbero due valori diversi a seconda che il filo fosse steso in linea retta, o avvolto a spirale, e ciò per le estracorrenti indotte nel filo. Avverte poi che in alcuni casi le dimensioni di una stessa quantità possono esser diverse, a seconda dei concetti che si possono usare per determinarla.

P. VOLKMANN. *Sulle dimensioni della massa magnetica in misura elettrostatica assoluta.* — Esposti i diversi principi che conducono a stabilire le dimensioni delle varie grandezze elettriche, l' A. mostra che la controversia insorta fra Helmholtz e Clausius, si riduce a questo: che Helmholtz, e con esso il Maxwell, ritengon necessarie due leggi naturali a stabilire un sistema qualunque di unità elettriche, mentre il Clausius ritiene che a tale scopo basti la sola relazione $[m] = [iL]$ tratta dalla legge di Ampère. Del resto l' A. osserva che l' importanza delle di-

mensioni, che è più formale che reale, è stata forse troppo esagerata.

W. WOIGT. *Il principio del Kirchhoff, e la teoria della riflessione e della refrazione al limite di mezzi polarizzanti circolarmente.* — Il principio del Kirchhoff, che cioè al limite anzidetto si annulli un determinato lavoro delle forze che dalle particelle ponderabili agiscono su quelle dell' etere, è una conseguenza dei principi generali della dinamica, è più generale del principio della conservazione della forza viva, scioglie senz' altro il problema della riflessione totale, ed ha il vantaggio di riferirsi al caso dell' azione diretta fra masse ponderabili ed etere. — Tuttavia tal principio non comprende tutti i casi possibili, e l' A. mostra che non può essere applicato al caso di un mezzo polarizzante circolarmente. Il lavoro che si effettua ai limiti di un tal mezzo non si può porre uguale a zero, ma bisogna uguagliarlo ad un differenziale completo rispetto al tempo. L' A. ha già mostrato, in altri suoi lavori, che questo concetto più generale è in accordo col principio dell' energia, peraltro conserva sempre un po' d' incertezza per l' arbitrarietà della funzione che deve introdursi, e che rende necessaria un' ipotesi ausiliaria.

W. WOIGT. *Controrisposta al sig. Ketteler.* — In seguito alla replica del Ketteler, l' A. insiste sulle proprie osservazioni, estendendosi sopra alcuni punti che precedentemente aveva soltanto accennati.

E. WIEDEMANN. *Sull' apparato di Ibn al Haitam per la rifrazione della luce.* — È la descrizione di un apparato ottico di Al Hagen (Ibn al Haitam) ricavata dalla traduzione latina che ne fece Risner da un codice arabo.

N.° 4. G. HANSEMANN. *Sulla diffusione dei gas attraverso una parete porosa.*

G. KIRCHHOFF. *Sulla teoria della diffusione dei gas attraverso una parete porosa.* — Partendo dalle formule date da Stefan nella sua memoria sul movimento e sulla diffusione dei gas (*Wien. Ber.* 63, 1871) il Kirchhoff esamina il caso in cui sieno costanti i volumi delle due camere separate dal diafragma poroso attraverso il quale si compie la diffusione, e ne deduce delle relazioni fra i coefficienti di diffusione di due gas attraverso il diafragma e per quello della diffusione scambievole di un gas nell' altro. —

Nella teoria di Stefan, il moto dei gas nei corpi porosi è ritenuto un caso speciale del movimento dei gas, considerando un corpo poroso come un gas le cui molecole sieno in riposo. Per verificare la proporzionalità che dalla teoria suddetta resulterebbe fra la velocità della diffusione e la differenza di pressione dai due lati della parete porosa, sono già state eseguite delle esperienze da Hufner, Stefan, e Bunsen, ma per piccole differenze di pressione. L' Hansemann invece ha voluto operare con differenze assai più grandi, fino ad 1 atm., e perciò, anzichè usare del diffusiometro di Bunsen, ha immaginato uno strumento diverso, che sodisfacesse alle condizioni poste dal Kirchhoff nella deduzione delle sue formule. — Tale apparecchio consiste essenzialmente in un recipiente metallico a due concamerazioni, separate da una chiavetta munita di un foro trasversale, che è stato poi riempito di gesso, che serve da diafragma poroso. Il fondo di ciascuna concamerazione è formato da una lastra scannellata, di acciaio, come nei barometri metallici, e le variazioni di forme della lastra (e perciò della pressione interna) sono trasmesse, con un sistema di molle leggerissime, ad uno specchietto. Per ridurre in millimetri di mercurio le pressioni determinate con le deviazioni dello specchio, ciascuna concamerazione ha un tubo comunicante con un manometro a mercurio. Tal disposizione permette anche di misurare il volume delle concamerazioni, e quello occupato dai pori del diafragma. Con altri tubi appositi poteva essere introdotto in ciascuna concamerazione un gas, sia direttamente, sia facendogli attraversare il diafragma. Nelle due concamerazioni si trova un agitatore a palette, che è mosso dall' esterno con due calamite. Le esperienze fatte con questo diffusiometro confermano la validità della teoria di Stefan pel caso della diffusione di un sol gas attraverso il diafragma, ma non per la diffusione di due gas, e accennano alla necessità di tener conto della resistenza che si oppongono reciprocamente i due gas nel passare attraverso la parete, e che sarebbe assai maggiore di ciò che suppone la teoria di Stefan.

O. ROTHER. *Sulla determinazione delle costanti di capillarità per soluzioni saline e per i loro miscugli.* — Anzichè lastre parallele o tubi a sezione circolare, l' A. adopera, nelle sue esperienze, dei tubi a sezione ellittica, che hanno il vantaggio di

aver grande il rapporto fra il perimetro e la sezione. — Le formule trovate per tali tubi mostrano che il liquido vi sale ad altezza maggiore che in quelli circolari ad ugual sezione, e ciò può spiegare alcune differenze fra i resultati di diversi sperimentatori, perchè i tubi non son quasi mai a sezione perfettamente circolare. — Le esperienze furon fatte dall' A. con 6 tubi; le dimensioni della loro sezione furon determinate col microscopio, e le altezze a cui salivano i liquidi si misuravano con un catetometro.

Per l' acqua la costante a^2 di capillarità è stata trovata dal Rother, a 15°c. uguale a 14,714. Per soluzioni debolissime di Na_2SO_4 nell' acqua, ha ottenuto $a^2_{15^\circ} = 14{,}716$, e perciò secondo quanto aveva osservato il Volkmann, piccole impurità nelle soluzioni non ne alterano sensibilmente la costante capillare. — Per le soluzioni saline assai concentrate, la costante capillare relativa alle diverse densità si può rappresentare con

$$a^2 = A_0 + A_1 y + A_2 y^2$$

ove y è il numero degli equivalenti del sale che nella soluzione si trovano uniti a 100 equivalenti d' acqua, e le A sono costanti. Le esperienze mostrano che la costante a^2 (che rappresenta la coesione specifica), diminuisce più rapidamente per piccole che per grandi quantità di sale contenuto nella soluzione, mentre la coesione effettiva (peso del liquido sostenuto da 1 mm^2 della superficie libera), cresce con y, e ai sali col più piccolo equivalente corrisponde il massimo valore della coesione effettiva α. Per un sale qualunque si ha

$$\alpha = Ay + B.$$

ove A è una costante caratteristica per ciascun sale, e B è costante per tutti, rappresentando la coesione effettiva dell' acqua.

Esperimentando con miscugli di soluzioni saline diverse si trova: che la coesione effettiva dei sali anidri del cloro è maggiore di quella dei sali anidri dello solfo; che l' acqua distillata esercita sui diversi sali anidri la stessa forza di adesione; e che uguali quantità di NaCl, o di KCl, aggiunte alla stessa quantità d' acqua, danno soluzioni di uguale coesione specifica. — Lo stesso vale per Na_2So_4 e K_2So_4; ma a^2 è diverso nei due casi.

L' A. dà finalmente delle formule con le quali si posson calcolare le costanti di capillarità per i miscugli di diversi sali.

H. C. VOGEL. *Osservazioni alla memoria del dott. Fröhlich sulla misura del calor solare.* — L' A. osserva che fino ad ora non si è potuto dedurre nulla di certo sull' influenza che le macchie solari esercitano sulla temperatura. Quanto agli apparecchi usati dal Fröhlich, il Vogel avrebbe preferito nella pila termoelettrica la montatura parallattica. — Discutendo i resultati ottenuti, conclude che non si può ritenere bene stabilita non solo la diminuzione del calor solare in relazione al maggiore sviluppo delle macchie, ma nemmeno una dipendenza certa fra i due fenomeni.

E. WARBURG. *Sull' elettrolisi del vetro solido.* — La dipendenza fra la temperatura del vetro e la sua conducibilità elettrica fu determinata dapprima da Buff; ma è stata soggetto di esperienze più recenti. Buff e Beetz hanno creduto di costatare la polarizzazione galvanica sul vetro, e Buff e Thomson hanno costruito delle pile in cui il vetro funziona da conduttore di seconda classe. — L' A. nelle sue ricerche ha seguito dapprima il metodo di Buff, col quale un tubo da saggio, riempito in parte di mercurio, si introduce in un tubo più grande riempito pure in parte di mercurio: le due porzioni del mercurio, interna ed esterna al tubo da saggio, vengon poste con fili di platino in comunicazione con una pila, e funzionan perciò da elettrodi. La corrente si misura con un galvanometro. Operando alla temperatura di circa 300° e con una pila di 30 elementi Bunsen, la corrente, che appena chiuso il circuito era maggiore di 24000 microampère, si ridusse dopo un' ora a 20; ciò mostra che tale eccessivo indebolimento non si può supporre dovuto alla polarizzazione, la cui forza elettromotrice avrebbe dovuto essere circa 60 volt. Invece l' A. trova che l' indebolimento è dovuto alla formazione, sull' anodo, di uno strato isolante di SiO_2, che si separa elettroliticamente dai silicati che compongono il vetro: infatti la corrente si mantiene costante se si impedisce la formazione di SiO_2 adoperando per anodo un' amalgama di sodio. — Dopo la formazione di tale strato di SiO_2, l' apparato funziona da condensatore, le cui armature sono rappresentate dal mercurio dell' anodo, e dalla massa conduttrice del vetro: da dielettrico funziona

lo strato di SiO_2. La capacità ne risultò indipendente dalla differenza di potenziale sulle due armature, contrariamente a ciò che è stato trovato per alcuni metalli adoperati in condizioni analoghe. — Lo strato di SiO_2 ha uno spessore crescente colla forza elettromotrice che è stata attiva nel circuito, si rende visibile per i colori analoghi a quelli delle lamine sottili, e riduce a una piccolissima frazione del valore iniziale la conducibilità elettrica superficiale del vetro, anche quando sia raffreddato. Quest' ultima proprietà può essere utilizzata per rendere il vetro molto isolante, e praticamente lo strato anzidetto può ottenersi scaldando un tubo di vetro finchè la fiamma non si colori in giallo, poi introducendolo così caldo, nel modo suindicato, come elettrolita in un circuito di 50 elementi Bunsen. Se lo spessore del vetro non supera $^1/_3$ di mm. basta far passare la corrente per 15 minuti; altrimenti può occorrere che passi per un' ora.

E. COHN. *Sulla validità della legge di Ohm per gli elettroliti.* — Contro la legge di Ohm sono state sollevate delle obiezioni pel caso che il conduttore percorso dalla corrente, o una parte di esso, abbia una capacità elettrostatica, e per quello in cui eserciti un' induzione su se stesso. Di più sembrano contradirla le esperienze di Braun, che mostrano esservi dei corpi (psilomelano, silicato di rame, ec.) pei quali la resistenza varia colla direzione, colla intensità e colla durata della corrente, e anche le esperienze di Oberbeck, che accennano ad una forte diminuzione nella resistenza del solfato di rame quando la corrente cambia rapidamente di direzione. — L' A. fa peraltro notare che le esperienze dell' Oberbeck, interpretate rettamente, non infirmano la legge di Ohm, e tanto analiticamente che sperimentalmente dimostra che le divergenze accennate non esistono che apparentemente. Infatti da esperienze apposite fatte dall' A., tenendo conto di tutte le circostanze in cui si eseguiscono, della capacità elettrostatica degli strumenti adoprati, ec., risulta che la legge di Ohm vale ancora per elettroliti che sieno attraversati da correnti che variano la loro direzione da 100 a 25000 volte al secondo.

A. OBERBECK. *Sulle oscillazioni elettriche. Loro azione magnetizzante.* (5ª memoria). — È noto che il magnetismo eccitato in una massa di ferro richiede un certo tempo per manifestarsi e per annullarsi: e ciò specialmente quando la magnetizzazione

è prodotta da correnti alternative, come nelle macchine dinamo-elettriche, nei telefoni, ec. Se il periodo di tali correnti è rappresentato da una sinusoide, sarà tale anche quello della magnetizzazione, e un ritardo nel presentarsi e nell'annullarsi del magnetismo, sarà indicato da una differenza di fase nei due periodi anzidetti. In questo lavoro l'A. indica dapprima il metodo seguito per misurare questa differenza di fase. La corrente inducente circola nei rocchetti fissi di un elettrodinamometro, e in due strati di una spirale magnetizzante; il circuito indotto consiste in altri tre strati della spirale, nel rocchetto mobile dell'elettrodinamometro e in una cassetta di resistenza. L'elettrodinamometro può misurare così l'azione scambievole fra la corrente indotta e quella inducente. Tale azione sarebbe nulla se non vi fosse induzione del cicuito secondario su se stesso, perchè in questo caso la differenza di fase fra la corrente inducente e l'indotta sarebbe di $\frac{\pi}{2}$. A spirale vuota, infatti, l'elettrodinamometro non si muoveva quasi affatto. Introducendo nella spirale un nucleo di ferro, la deviazione dell'elettrodinamometro era sensibilissima. Tal deviazione dipende anche dalla resistenza del circuito secondario, ma in un modo più complicato di quello che indicherebbe la legge di Ohm; l'A. determina il valore della differenza di fase in funzione delle quantità misurabili nell'esperienze, e applicando la formula trovata ai diversi casi nei quali adoperò nuclei massicci e fasci di filo di ferro isolati, conclude che la causa principale del ritardo prodotto nella fase, è da ricercarsi nelle correnti d'induzione che si formano nella massa del ferro.

Partendo poi dalle formule date dal Kirchhoff e da Helmholtz, stabilisce la teoria del magnetismo indotto da forze periodicamente variabili, tenendo conto delle correnti indotte nella massa del ferro. Le formule ottenute corrispondentemente ai casi più semplici, son suscettibili di facile verificazione sperimentale, e ne resulta che le variazioni del magnetismo, in questo caso più generale di forze variabili, seguono le stesse leggi trovate pel caso di forze costanti.

L. GRUNMACH. *Determinazioni barometriche assolute, col controllo del vuoto mediante i fenomeni luminosi elettrici.* — I caratteri della scarica elettrica nei tubi di Geisler, servono a ri-

conoscere quantità così piccole di gas, che la loro pressione non sarebbe affatto misurabile coi manometri più delicati. L' A. costruendo un barometro a cui è annesso un tubo di Geissler, ha fatto delle determinazioni comparative, mediante le quali ha potuto assegnare l'influenza delle piccole quantità d' aria che ordinariamente restano nei barometri a sifone, e stabilire la formula per la riduzione di un barometro a quello normale.

W. WOIGT. *Sulla storia degli anelli Nobili-Guebhard.* — Sono alcune osservazioni alle rettificazioni inserite nei *Wied.*, e nelle quali il Guebhard afferma che le sue curve non sono identiche, ma soltanto simili, in casi specialissimi, a quelle del Kirchhoff. L' A. conviene in ciò; ma osserva che il Guebhard non ha accennato a questo fin dal principio delle sue pubblicazioni sul soggetto. In esse, per es., non si fa cenno del fatto che le curve cambian di forma con lo spessore della lastra.

Philos. Magazine. (5), Vol. 17, 1884.

N. 105. — R. BUNSEN. *Sulla condensazione dell' acido carbonico sulle superfici levigate di vetro.* — Per dare la necessaria estensione alle superfici di condensazione, l' A. ha trovato conveniente usare dei fili di vetro estremamente sottili, la superficie laterale del cui insieme fu ottenuta misurando per un gran numero di essi il diametro con un microscopio, e deducendone il numero con opportune pesate.

I fili di vetro erano introdotti in un manometro speciale, diviso in parti di nota capacità, nel quale si introduceva il gas CO_2 perfettamente secco. — La diminuzione del volume del gas era misurata dalla lunghezza di una colonna di mercurio che saliva nel manometro, quando per la condensazione vi diminuiva la pressione del gas.

I resultati ottenuti mostrano che, contrariamente a ciò che si riteneva in passato, il processo della condensazione ha continuato a crescere gradatamente per 3 anni senza essere in questo tempo giunto al suo termine, e che non è influenzato da subitanei o graduali cambiamenti di pressione o di temperatura, se si eccettua che quando la temperatura aumenta la condensazione è più rapida. — Nelle esperienze eseguite dall' A. la temperatura variò fra + 23° e — 0,8 c. La condensazione quindi, anzichè es-

ser funzione della pressione, lo è del tempo. Non si può supporre che si tratti di azioni chimiche, perchè alle temperature delle esperienze, l'anidride carbonica che non può spostar l'acqua dall'idrossido di potassio, non potrebbe certo alterare il vetro. Basta dunque la sola ipotesi che il gas si accumuli sulla superficie del vetro e che, per spiegare la diminuzione osservata nel volume, vi si riduca liquida. — La durata del fenomeno si spiega soltanto ammettendo che il vetro si lasci compenetrare dal gas, le cui molecole essendo premute fra gli interstizi molecolari del vetro, devon superare una resistenza che cresce col tempo. — Soltanto esperienze continuate per molto tempo, potranno decidere se la condensazione avrà o no un limite.

E. J. MILLS. *Sul punto di fusione e di ebollizione in rapporto alla composizione chimica.* — Se la materia non è che un modo di movimento, differente dall'energia soltanto pel suo carattere più concreto, il calore, poichè produce effetti simili a quelli dovuti alla presenza di una sostanza concreta, potrà considerarsi quale un reagente chimico. Ora la legge più generale che governa le reazioni chimiche, è che l'effetto resultante è proporzionale direttamente al prodotto delle masse attive x, y e inversamente alla somma dei loro residui x_r, y_r. Applicando perciò del calore ai termini costituenti le serie di formula generale $pX . xCH_2$ considerate in questa memoria, l'effetto e resultante sarà misurato dai punti di fusione o di ebollizione; e se t è il numero dei gradi centigradi che corrispondono a CH_2, se β e c sono costanti si avrà

$$e = \frac{\beta t(x-c)}{(x_r-c)+t_r}$$

Ma $x_r = x$, e prossimamente $t_r = t$, onde ponendo $1:t = \gamma$ avremo

$$e = \frac{\beta(x-c)}{1+\gamma(x-c)}$$

Mediante questa formula, di cui determina le costanti con opportune esperienze, l'A. calcola i punti di fusione per le paraffine C_xH_{2x+2}, per i chetoni e i chetati, e trova che concordano moltissimo con quelli misurati direttamente. Secondo quanto aveva accennato Bayer, le costanti nella formula precedente sono

diverse secondochè x è pari o dispari, ma i valori di e_{2n} si continuano con quelli di e_{2n+1}.

Facendo $x = \infty$ l'A. trova i punti di fusione per le paraffine infinite, ec. e osserva che i valori così ottenuti son multipli di una costante, uguale a 6,688, cui dà il nome di *modulo* del punto di fusione delle serie grasse.

Analogamente esiste un modulo per i punti di ebollizione, che ha il valore 61,554. Il valor medio generale di t che corrisponde a CH_2 è 19°,086.

Lord RAYLEIGH. *Osservazioni acustiche.* — L'A. descrive delle esperienze fatte sui moti, analoghi a quelli delle fiamme sensibili, che le vibrazioni di un diapason producono nei getti di vapore. — Con metodo stroboscopico si osserva benissimo, per es., il moto che prima di rompersi prende così un getto di vapori di fosforo. Tali moti si osservano anche ponendo vicino al getto del vapore un risuonatore di Helmholtz. — Le particelle del vapore non servono che a render visibile il fenomeno, perchè si ha la stessa sensibilità con un getto d'aria o con una fiamma. Anzichè fiamme o vapori nell'aria posson usarsi dei getti d'acqua colorata in acqua pura. La sostanza colorante più adattata è il permanganato di potassa, il cui colore si può togliere con solfato di ferro; tali getti posson projettarsi dall'alto al basso in un largo vaso o in una tinozza di vetro. La nota del massimo di sensibilità è quella che ha da 20 a 50 vibrazioni al secondo. Per osservare il fenomeno, il diapason, eccitato che sia, deve posarsi col suo gambo sul tavolo dove riposa il recipiente. Non v'è bisogno di ricorrere a mezzi stroboscopici, perchè il liquido cadendo si dispone da sè in modo visibilmente tortuoso.

Le esperienze fatte dall'A. mostrano che la grande differenza nel numero delle vibrazioni che dànno la massima sensibilità ai getti di vapore e alle fiamme, rispetto a quelle necessarie per i getti d'acqua, non deriva dalla diversa densità delle sostanze adoperate, ma bensì dalla loro viscosità.

S. P. LANGLEY. *Determinazione sperimentale delle lunghezze d'onda nello spettro prismatico invisibile.* — Lo spettro prodotto da un reticolo concavo del Rowland, del raggio di curvatura di m. 1,63, della superficie di c. m. q. 129 e contenente 18050 linee (142 al millimetro), veniva raccolto su di un bolo-

metro, e di ciascun raggio visibile veniva determinata la deviazione e quindi l'indice di refrazione; dei raggi invisibili la lunghezza d'onda era determinata con osservazioni fatte sui raggi visibili ai quali essi erano sovrapposti per l'azione del reticolo, mentre la loro susseguente deviazione si misurava col bolometro.

Dalle esperienze eseguite dall'A. resulta che delle formule che danno l'indice di refrazione n in funzione della lunghezza d'onda λ, quelle di Cauchy e di Redtenbacher non si prestano per la parte invisibile dello spettro, e che la più adattata è quella del Briot:

$$\frac{1}{n^2} = a + b\frac{n^2}{\lambda^2} + c\frac{n^4}{\lambda^4} + K\frac{\lambda^2}{n^2},$$

quantunque neppur questa sia esatta.

Oltre le linee osservate dai precedenti esperimentatori, e che arrivavano a quelle la cui lunghezza d'onda va da mm. 0,00135 a 0,00137, il Langley è giunto a determinare lunghezze d'onde di mm. 0,00204, e accenna alla probabilità che nello spettro solare se ne abbiano anche di mm. 0,00270.

L'A. indica pure la costruzione grafica da eseguirsi per avere la distribuzione dell'energia nello spettro normale.

O. J. LODGE e J. W. CLARK. *Sui fenomeni che si osservano nell'aria polverosa in vicinanza dei corpi fortemente illuminati.* — Attorno ad un corpo fortemente illuminato, immerso in un atmosfera che contenga delle particelle di polvere in sospensione, p. es. il prodotto della combustione del magnesio, si osserva un'rivestimento formato di aria priva di polvere, e che perciò apparisce oscuro, il quale si continua poi da una parte in un piano parimente oscuro. Per studiare il fenomeno gli A. illuminavano dei fili di platino, delle verghe di carbone, dei bulbi cilindrici di termometri ec., colla luce elettrica, ed adoperavano o fumi di MgO, di NH_3Ch, o di tabacco ec.; per osservarlo anche nei liquidi tali corpi illuminati erano immersi nell'acqua intorbidata da ossido di ferro.

Le esperienze hanno mostrato che lo spessore del rivestimento oscuro è indipendente dalle dimensioni del corpo, purchè non sieno eccessivamente piccole, nel qual caso non si forma; che è indipendente dalla natura della superficie; che cresce al diminui-

re della pressione del gas, che è indipendente dalla natura delle polveri quando non sieno volatili; e che cresce colla temperatura del corpo illuminato, l'effetto della quale è inseparabile da quello delle correnti di trasporto che crescono colla differenza fra la temperatura del corpo e quella dell'ambiente. Non è stata ben determinata l'influenza che può avere la natura del gas.

I corpi che emettono vapori si distinguono da quelli non volatili; con una lastra di mica poi si hanno apparenze che richiamano quelle delle figure di Moser. Nei liquidi lo spessore dello strato cresce meno rapidamente che nei gas colla temperatura.

Tutto ciò mostra che il rivestimento oscuro non è dovuto alla combustione delle particelle di polvere venute a contatto col corpo illuminato e riscaldato, come riteneva Tyndall che pel primo osservò il fenomeno, e la forma del rivestimento in alcuni corpi esclude che sia causato da certe forze centrifughe come suppose Lord Rayleigh. — Gli A. mostrano come il fenomeno possa spiegarsi ammettendo che le particelle di polvere cadano attraverso il fluido con velocità dipendente dalla loro grandezza e dalla viscosità del fluido, ma indipendente dalla velocità orizzontale o verticale che ha il fluido stesso.

J. TYNDALL. *Sugli archi baleni e sulle aureole.* — L'A. accenna ad un fenomeno simile a quello descritto da Ulloa, e che egli osservò dirigendo attraverso la pioggia di un furioso uragano un fascio molto intenso di luce. — Stando nel raggio luminoso, l'ombra della persona era circondata da un arco colorato.

E. WIEDEMANN. *Nota sulla temperatura delle macchie solari.* — L'A. rammentando che anche per le sorgenti luminose ad altissima temperatura la parte più estesa dello spettro è nell'infrarosso, mostra che non è sostenibile l'ipotesi dei sigg. Liveing e Dewar (*Phil. Mag.* [5]. 16) che cioè l'intensità totale delle radiazioni delle macchie solari potesse esser molto maggiore di quella del resto della superficie luminosa.

E. BÖTTCHER. *Nuovo galvanometro solenoidale.* — Consiste in un cilindro di ferro dolce, del diametro di circa cm. 1.5, lungo 20 cm., che si attacca ad una bilancia a molla, e che per $^2/_3$ circa della sua lunghezza è circondato da una spirale fissa. — Quando la corrente circola nella spirale, l'indice della bilancia si

muove. — L'apparecchio si gradua facilmente, ed è di uso assai comodo, non essendo turbato da urti anche violenti.

106. — S. BIDWELL. *Alcune esperienze illustrative di una spiegazione del fenomeno di Hall.* — L'A. descrive alcune esperienze da esso eseguite, e dalle quali resulta che il fenomeno di Hall si produce anche esercitando sulle foglie metalliche, disposte nel solito modo, delle azioni meccaniche. — Da ciò è condotto a ritenere che nel fenomeno stesso il magnete abbia un'azione puramente meccanica, e non quella di deviare la corrente. Rammenta le correnti termoelettriche scoperte dal Thomson nel riscaldare il punto di contatto fra due pezzi di filo di rame, uno stirato e l'altro no, e osserva che le azioni meccaniche esercitate sulle foglie metalliche dal magnete, interpretate col concetto del Thomson, son precisamente tali da dar luogo a correnti quali si manifestano nel fenomeno di Hall, eccetto che per l'alluminio; ma la differenza potrebbe esser dovuta alla diversa qualità del metallo adoperato dai due sperimentatori.

Le esperienze del Righi, fatte con tre elettrodi, mostrarono che non è ammissibile la deviazione della corrente per parte del magnete, e concordano invece con la spiegazione che l'A. dà del fenomeno, la quale è convalidata anche da altre sue esperienze.

S. P. THOMPSON. *Aggiustamento dei rocchetti di resistenza.* — Il metodo proposto consiste nel costruire il rocchetto con un filo la cui resistenza sia un poco maggiore per es. dall' 1 al 4 per $^0/_0$, di quella voluta, nel determinarne esattamente il valore coi metodi soliti, e nel ridurla poi al valore esatto con l'unire al filo medesimo, parallelamente, cioè a modo di derivazione, un altro rocchetto, la cui resistenza si calcola molto facilmente, e che varia in pratica da 10 a 80 ohms se la resistenza che si vuole aggiustare non supera 10 ohms. Suppongasi di voler così ridurre al valore esatto di 1 ohm un filo che ha una resistenza maggiore: è facile persuadersi che se la resistenza effettiva del filo di derivazione differisce del 2 per $^0/_0$ da quella calcolata, l'errore che si avrà nella resistenza finale sarà minore di 0,0002 ohms, quando la derivazione è di 10 ohms, e minore di 0,00001 ohms se la derivazione è di 50 unità.

Per aggiustare rocchetti di resistenza maggiore di 10 ohms,

per non adoperare resistenze ausiliarie troppo grandi giova derivarne col metodo suindicato soltanto una piccola frazione.

Comptes Rendus. 1884.

1. — M. A. LEVALLOIS. *Azione delle soluzioni di cellulosa nel reattivo di Schweiger, sulla luce polarizzata.* — I liquidi erano tanto intensamente colorati che si dovè far uso di un arco voltaico di 300 carcel. Il piano di polarizzazione è fortemente deviato a sinistra. Si esaminarono le cellulose del cotone del lino e della carta Berzelius. Parve che solo entro certi limiti la ruotazione fosse proporzionale alla concentrazione.

M. D. TOMMASI. *Sulle calorie di combinazione dei fluoruri solubili e sulla legge delle costanti termiche di sostituzione.* — Nei *Comptes rendus* del 7 Agosto 1882 l'A. pubblicò una legge, che è sua; ed ora osserva che i valori ottenuti dal Guntz per quelle calorie sono d'accordo con quella legge stessa.

2. M. PAOLO CHARPENTIER. *Sopra l'espansione adiabatica del vapore di acqua.* — Nei *Comptes rendus* del 19 marzo 1883 l'A. fece osservare che, per l'influenza delle pareti del cilindro, quella espansione non può farsi adiabaticamente.

La condensazione di vapore che accompagna la espansione è una *conseguenza* di quest'ultima, la quale ha prodotto un lavoro utile, non è la *causa* di quel lavoro, come fu detto a torto, e deve entrare in equazione come dato fondamentale. Clausius e Zeuner proposero diverse formule per calcolare il valore numerico di tal condensazione.

Ora l'A. continua con le notazioni impiegate in quel primo lavoro (vedi *N. Cimento* t. 13, pag. 265) e indica con

v il volume del peso $v\gamma_1$ di vapore, alla temperatura e pressione iniziale t e p;

v_1 il volume dello stesso vapore dopo la sua espansione adiabatica;

Ψ il peso del vapore persistente alla fine del fenomeno;

T il lavoro esterno totale prodotto da tale espansione.

Ciò posto, osserva che assimilando per un istante il vapore a un gas si ottiene, come è noto,

$$T = \frac{pv}{\mu-1}\left(1 - \frac{p'}{p}^{\frac{\mu-1}{\mu}}\right),$$

μ essendo l'esponente che figura nella curva adiabatica $pv^{\mu} = p_1 v_1^{\mu}$ proposta dal Rankine per l'espansione del vapor secco e saturo.

Se ora ponendo che il calore consumato in lavoro di espansione, sia uguale alla differenza fra il calore posseduto dal peso $v\gamma_1$ di vapore al principio dell'espansione, e il calore conservato dal miscuglio finale, l'Autore ottiene

$$\Psi = \frac{v\gamma_1(J_1 - q_{1_1}) - \frac{Apv}{\mu-1}\left(1 - \frac{p_1}{p}^{\frac{\mu-1}{\mu}}\right)}{J_{1_1} - q_{1_1}}$$

Zeuner, dietro alcune considerazioni speciali, propose per μ il valore 1,135, ed accettando questo valore i valori che si ottengono per Ψ, dalla precedente relazione, soddisfanno sufficientemente alla seguente formula, che dall'A. è indicata come un importante nuovo teorema di termodinamica.

$$\Psi = \frac{Apu_{1_1}}{Apu_1} v\gamma_1 .$$

M. QUET. *Sull'accordo teorico esperimentale nell'innalzamento dell'acqua fra lamine verticali, paralelle e bagnate.* — In questo caso di capillarità l'A. trova le seguenti formule:

$$h' = \sqrt{a^2 + h^2} \quad , \quad h' - h = \sqrt{a^2 + h^2} - h \, ,$$

ove h è la altezza del punto ove la tangente al menisco è orizzontale, ed h' è quella del punto ove la curva incontra una lamina; così $h' - h$ è la *freccia*. Per l'acqua si ha $a^2 = 15,1199$. L'A. ha trovato un accordo grandissimo fra quelle formule teoriche e molte esperienze, da lui fatte insieme a MM. Seguin e Valson. Trattando poi il problema più generalmente, l'A., perviene ad una formula con la quale si calcola la distanza fra le lamine, quando la h è nota; e nuovamente trova la teoria d'accordo con le esperienze.

M. WILD. *Nuovo metodo per determinare la inclinazione magnetica con la bussola d'induzione.* — Siccome nel numero 22 del 2° semestre 1883 il Mascart fece menzione di quel metodo trovato dall'A., ma in un modo che non lo poteva far credere

molto utile, l' A. ora dimostra che quel suo metodo è realmente migliore di quello antico del Weber.

M. LARROQUE. *Sulla osservazione delle correnti telluriche.* — È una brevissima Nota che si riferisce alle critiche fatte dall' A. ad un lavoro del Blavier su quel soggetto (vedi *N. Cimento* t. 15° pag. 65-69. L' A. dichiara interessanti e fuor di causa i resultati del Blavier; ma che secondo lui val meglio esperimentare le correnti telluriche con soli pochi metri di filo, dentro un portico od una cantina, che con delle distanze di chilometri; e si ha anche il vantaggio di non esporsi a molte azioni indipendenti da quelle che si voglion studiare.

M. W. LOUGUININE. *Determinazione del calore di combustione di alcuni acetoni e dei due eteri dell' acido carbonico.* — Nelle sue ricerche l' A. conferma la regola generale, ove gli isomeri di una stessa funzione chimica sviluppano nella combustione all' incirca uguali quantità di calore.

3. — M. E. BOUTY. *Sulla conducibilità delle soluzioni saline molto diluite.* — La conducibilità elettrica delle soluzioni saline nell' acqua varia con la concentrazione in modo molto complicato, e diverso dall' uno all' altro sale; ed a questo riguardo non si ha neppure una formula empirica sufficientemente estesa. Si comprende che tal conducibilità debba dipendere dalla natura chimica del sale, dagl' idrati che questo può formare, e dalla loro stabilità: e la esperienza dice che essa ha relazione con alcune proprietà fisiche della soluzione, ed in particolare col suo grado di viscosità. L' A. semplificò il problema considerando dapprincipio le soluzioni che hanno proprietà fisiche identiche; e prese quindi soluzioni talmente diluite che la loro densità e la loro viscosità erano come quelle dell' acqua pura, mentre la loro conducibilità era tuttavia enorme relativamente all' acqua pura. L' A. la misurò col metodo del Lippmann (*Comptes rendus*. 1876). Così facendo, l' A. trovò fra la conducibilità e la composizione chimica una legge molto semplice. Ora non dice che dei sali neutri.

Se p è il peso del sale contenuto nell' unità di peso della soluzione, e' l' equivalente chimico, e c la conducibilità di un cilindro liquido di lunghezza e di sezione uguali all' unità, vi ha per ogni sale un valore p_1 di p al di sotto del quale la conducibilità varia proporzionalmente al peso del sale disciolto; e se al-

lora si confrontano le conducibilità dei diversi sali fra loro, si trova che esse sono in ragione inversa dell'equivalente, per cui si può scrivere:

$$(1) \qquad c = k\,\frac{p}{e}.$$

Il coefficiente k è lo stesso per tutti i sali neutri studiati.

Se facciamo nella (1) $p = e$, vediamo che *la conducibilità molecolare di tutti i sali neutri è la stessa.* Per i sali che cristallizzano anidri è facile diluirli (0,001, oppure 0,00025) talmente che la legge si verifichi; ma per i sali idrati bisogna diluirli assai più; e l'A. provò che la loro conducibilità si approssimava a quella legge a misura che si diluiva la soluzione.

Le esperienze furono eseguite confrontando le resistenze *r* di soluzioni contenenti un ventesimo, un duecentesimo, un millesimo, un quattromillesimo di sale disciolto, con le resistenze di soluzioni di cloruro di potassio di identica concentrazione. Il rapporto di queste resistenze, variabile con la diluizione, deve, al limite, confondersi col rapporto ρ degl'equivalenti.

I due quadri seguenti danno il grado di esattezza della legge.

SALI ANIDRI.

Formula	Equivalente	valori di *r* per concentrazioni di				
		$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{4000}$	ρ
AzH^4Cl	53,5	0,743	0,730	0,724	"	0,718
KCl	74,5	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
AzH^4O,AzO^5 . .	80,0	1,203	1,184	1,156	1,138	1,074
KO,SO^3	87,0	1,507	1,338	1,257	1,182	1,169
KO,CrO^3 . . .	98,0	1,473	1,375	1,312	"	1,304
KO,AzO^5 . . .	101,0	1,555	1,431	1,371	"	1,356
KBr	119	1,472	1,536	1,531	"	1,597
$K,OClO^5$	122,5	"	1,717	1,649	"	1,649
KO,ClO^7 . . .	138,5	"	1,898	1,867	"	1,859
AgO,SO^3 . . .	156	"	"	2,131	1,981	2,094
PbO,AzO^5 . . .	165,5	3,721	2,834	2,530	2,212	2,221
KI	166	2,132	2,202	2,108	"	2,233
AgO,AzO^5 . . .	170	2,865	2,480	2,480	2,149	2,281

SALI ANIDRI O FORMANTI CON L' ACQUA, COMBINAZIONI CHIMICHE DEFINITE.

	e	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{2000}$	$\frac{1}{4000}$	ρ
CuCl	55,5	1,071	0,998	0,932	„	0,880	0,745
KFl	58,0	„	0,999	0,959	„	0,942	0,778
MnCl+4HO . .	99,	2,070	1,808	1,678	„	1,597	1,329
MgCl+6HO . .	101,5	1,824	1,645	1,541	„	1,402	1,362
BaCl+2HO . .	122	2,114	1,857	1,772	„	1,558	1,638
CuO,SO^3+5HO .	124,75	5,241	3,708	2,664	„	2,194	1,674
NaO,CO^2+10HO .	143	3,531	2,735	2,461	„	2,324	1,919
ZnO,SO^3+7HO .	144	5,650	3,715	„	2,429	2,358	1,932
CuO,AzO^5+6HO .	147,75	2,924	2,541	2,486	„	2,251	1,983
ZnO,AzO^5+6HO .	149	2,842	2,569	2,533	„	2,345	2,000
CdO,AzO^5+4HO .	155	3,144	2,796	2,701	„	2,559	2,081
NaO,SO^3+10HO .	161	3,556	2,876	„	2,578	„	2,161

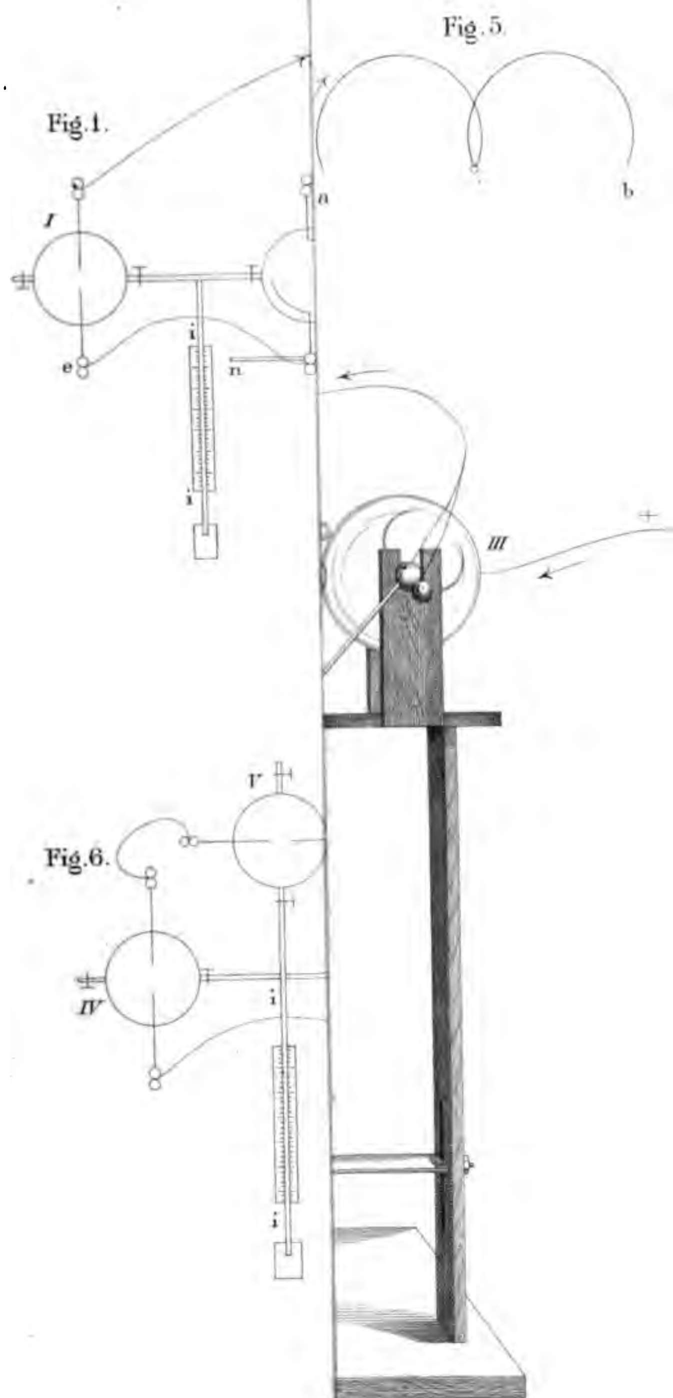
Gli acidi e le basi idratate, i sali acidi degl' acidi polibasici si compórtano in modo particolare. L' A. pubblicherà in breve la continuazione de' suoi lavori.

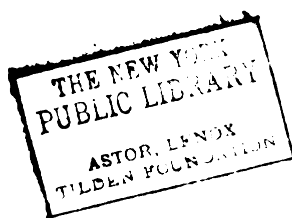
Il Berthelot, nella seduta del 21 Gennaio, parlò e insistè molto sulla importanza dei resultati ottenuti dal Bouty. Secondo quella legge la resistenza elettrica è determinata dall' equivalente chimico e non dal peso atomico, e perciò appare che essa abbia relazione con la legge del Faraday. I pesi equivalenti son dunque la base delle leggi elettrochimiche, nello stesso modo col quale le leggi fisiche hanno relazione con le masse. Tutte queste leggi divengono infatti oscure e complicate esprimendole per mezzo dei pesi atomici.

M. IZARN. *Sulla repulsione di due parti consecutive di una stessa corrente.* — L' A. presenta una nuova disposizione per verificare il noto fatto di Ampère.

X.




Fig. 5.
a
b
Fig. 1.
I
e
i
n
i
III
+
Fig. 6.
V
IV
i
i



IL CALORICO RAGGIANTE E IL SECONDO PRINCIPIO DI TERMODINAMICA; NOTA DI ADOLFO BARTOLI.

Una recente pubblicazione del prof. H. T. Eddy dell' Università di Cincinnati, la quale porta il titolo attraente « *Radiant heat* « *an exception to the second law of termodinamics* », stampata nel Luglio 1882 negli *Scientific Proceedings of the Ohio Meccanics' Institute* (pag. 105 a pag. 114) ha ben presto richiamata sopra di sè l' attenzione del pubblico scientifico. Un lungo sunto fatto dal Boltzmann ne comparve nei *Beiblatter* del 1883, n.° 4, pag. 251 ed uno molto breve fatto dal prof. Bazzi comparve nel *Nuovo Cimento*, fascicolo di gennaio 1884; per tacere di tanti altri apparsi in altri giornali.

La Memoria dell' Eddy ha sollevate molte obbiezioni, alle quali l' Eddy ha risposto, ed è probabile che molte altre pubblicazioni di valenti fisici del vecchio e del nuovo mondo siano per succedere alle prime, sopra un argomento che a molti pare tanto interessante.

In questo scritto mi permetto di riprodurre integralmente alcuni periodi di una mia memoria avente per titolo: *L' ipotesi dell' equilibrio mobile di temperatura ed il secondo principio termodinamico* (1), memoria di cui una parte, quella che riproduco ora qui, fu inserita in un' altra memoria, intitolata « *Sopra i movimenti prodotti dalla luce e dal calore e sopra il radiometro di Crookes* », la quale fu pubblicata a Firenze nel luglio 1876, coi tipi dei successori Le Monnier, dunque otto anni or sono (2).

(1) Il manoscritto di questo lavoro fu nel 1875 spedito per la stampa alla Direzione del *Nuovo Cimento* la quale gentilmente lo avrebbe subito pubblicato; ma io chiesi che se ne sospendesse la stampa perchè correttolo in alcuni punti potessi inviarlo in tempo per il concorso alla Cattedra di Fisica nella Università di Catania, se non sbaglio, che vacò poco tempo dopo (1875) nella quale occasione fu quella memoria registrata fra i titoli al concorso: il mio manoscritto però non fu mai per intiero pubblicato, e solo una parte fu trasfusa nelle mie memorie stampate dal Le Monnier nel 1876.

(2) Detta mia memoria si trova registrata nei *Comptes Rendus* T. LXXXIII, n° 9, pag. 518 anno (1876) nel *Bullettin Bibliographique des ouvrages reçus dans la séance du 21 Aout 1876*, e così pure nei bullettini bibliografici di quasi tutte le principali

Riproduco qui integralmente i periodi che si leggono da pag. 22 (parte seconda) a pag. 27 di quella mia memoria senza levarci od aggiungerci sillaba.

« Esporrò qui brevemente (diceva allora) alcune delle ragio-
« ni che mi fecero determinare a intraprendere queste ricerche (1).

« Siano A e B due involucri sferici concentrici sottilissimi (2)
« e perfettamente riflettenti così all'esterno come all'interno, e di
« raggi R_A, R_B respettivamente, con $R_B > R_A$.

« Un corpo sferico C, di raggio $\varepsilon < R_A$ completamente nero
« (nel senso dato alla parola dal Kirchhoff, *Pogg. Ann.* Bd CIX,
« 1275) abbia pure il centro comune ai due involucri: all'esterno
« la superficie *b* completamente nera della sfera di raggio $\rho > R_B$
« concentrica con le precedenti, racchiuda dentro di sè il sistema
« formato dalla sfera C e dai due involucri perfettamente riflettenti.
« Il corpo C si trovi (in principio) in equilibrio calorifico: a un
« dato istante supponiamo distrutto il riflettore B; il corpo *b* rag-
« gerà calore in tutto lo spazio compreso fra la superficie *b* ed il
« riflettore A. Dipoi, quando il corpo *b* si è posto in equilibrio ca-
« lorifico, supponiamo che a un dato istante si ricostituisca l'invo-
« lucro B e venga a sparire l'involucro A. Poscia lasciamo dimi-
« nuire il raggio dell'involucro B fino a che il suo raggio divenga
« uguale ad R_A (l'involucro stesso durante l'operazione rimanendo
« sempre sferico). Con questo ciclo di operazioni, ciclo che possia-
« mo imaginare ripetuto un numero qualsivoglia di volte, si viene
« a prendere una certa quantità di calore dal corpo *b* ed a traspor-
« tarla sul corpo C. Sulla temperatura dei corpi *b* e C non abbia-

Accademie italiane ed estere. Un sunto di questa memoria comparve subito nei *Mondes* del Moigno, T. XL, pag. 685-686; e l'appendice che si trova in fine di questa memoria fu riprodotta per intiero nella *Rivista scientifico-industriale di Firenze* del 1876. Un cenno della stessa memoria è pure fatto incidentalmente dal Lippmann, *Journal de Physique*, 1876, T. 5, pag. 371 (a piè della nota). Ed un sunto brevissimo (se pure si può dire sunto) estratto dai *Mondes* del Moigno, comparve nei *Fortschritte der Physik im Iahre* 1876 (Berlin 1881) a pag. 888 e 1541 col nome e titolo seguente poco riconoscibile.

G. Bartbi. Sopra i movimenti prodotti dalla luce e dal calore e *sopralti* radiometri di Crookes, Firenze 1876. br. 8°. (sic).

(1) Ricerche si sottintende *Sopra i movimenti prodotti dalla luce e dal calore ec.* come dice il titolo della mia Memoria.

(2) Il lettore è pregato a fare la figura.

« mo fatto veruna ipotesi, possiamo quindi supporre la tempera-
« tura di C superiore a quella di *b*. Se si suppone che per una causa
« qualunque le temperature iniziali del corpo *b* e del corpo C ri-
« mangano costanti per quanto l' uno perda e l'altro acquisti ca-
« lore, si verrebbe così a far passare una quantità di calore grande
« quanto si vuole da un corpo più freddo ad uno più caldo.

« Il meccanismo dell'operazione descritta dipende propriamente
« da questo fatto: che se un corpo C di superficie *s* completamente
« nera si trova in un involucro perfettamente riflettente Σ, se si
« viene a restringere questo involucro sempre mantenendolo chiu-
« so, finchè venga ad aderire alla superficie del corpo C, il corpo
« C viene a guadagnare una quantità di calore

$$\Theta = \frac{2K}{\varpi} \int_s ds \int_\varpi t \cos \theta \, d\varpi \, ,$$

« dove

« K è la quantità di calore emessa in un secondo dalla uni-
« tà di superficie di *s*;

« ϖ è la superficie della semisfera di raggio 1;

« *t*, il tempo che impiega un raggio calorifico che parte dal-
« l' elemento *ds*, a percorrere il suo cammino, dal punto di par-
« tenza fino a che, dopo un certo numero di riflessioni, viene ad
« incontrare di nuovo la superficie di C;

« θ l' angolo che il raggio stesso che parte da *ds* fa con la
« normale all' elemento stesso.

« Se il corpo C è una sfera di raggio ν, la superficie Σ è quella
« di una sfera concentrica alla prima e di raggio R grandissimo
« rispetto ad ν, l' integrale precedente si riduce a

$$\Theta = \frac{2K}{v} R s ;$$

« essendo $s = 4\pi\nu^2$, e v la velocità di propagazione di un raggio
« calorifico. Quindi il corpo C, dopo questa operazione, guadagna
« una quantità di calore Θ.

« Può essere che qualcuno obiettasse ai ragionamenti preceden-
« ti l'impossibilità fisica di distruggere, o ricostituire in un tem-
« po sensibilmente nullo, quelli involucri, o l'altra di farne variare

« le dimensioni, mantenendolo sempre chiuso, ec., ec. Sceglierò un « caso in cui queste obiezioni non possono più farsi.

« Sia F un cilindro circolare perfettamente riflettente; (1) ed « A e B siano due stantufi mobili entro il cilindro e terminati da « una superficie completamente nera. Sopra alla superficie A e B « vi sono due diaframmi *a*, *b* perfettamente riflettenti e mobili per- « pendicolarmente all' asse del cilindro (per mezzo di un' apertura « praticata nella parete esterna del cilindro). In questo caso la pos- « sibilità fisica di eseguire le operazioni descritte in principio di « questa seconda parte, non potrà venir contrastata da alcuno; so- « lamente per poter far passare dal corpo A sul corpo B una quan- « tità di calore sensibile agli strumenti di Fisica i più delicati, bi- « sognerebbe impiegare un cilindro di una lunghezza grandissima.

« Ritorniamo ora al caso dell' involucro sferico perfettamente « riflettente concentrico ad un corpo sferico perfettamente nero e « di raggio ν piccolissimo di fronte al raggio R dell' involucro: si « è trovato che se l' involucro, rimanendo sempre chiuso, venisse « ad aderire alla superficie del corpo, questo guadagnerebbe una « quantità di calore

$$q = \frac{2K}{v} Rs ,$$

« ritenendo le stesse notazioni della pagina precedente: se invece « l' involucro, rimanendo pur sempre sferico, il suo raggio varia da « R ad R' (con $R > R'$), il corpo nero guadagna una quantità di « calore q,

$$q = \frac{2K}{v} (R - R')s . \quad (2)$$

(1) Il lettore è pregato a fare la figura.

(2) Si noti l' analogia di questa formula con l' altra

$$Q'' = \frac{L'^2}{2} (R' - R'')$$

che esprime il lavoro eseguito contro la pressione elettrostatica, occorrente a contrarre un involucro sferico conduttore, facendone scendere il raggio da R'' fino ad $R'' < R'$, e mantenendo costante il livello potenziale L' col sottrargli gradatamente dell' elettricità nella quantità necessaria.

Quest' ultima formula è stata stabilita dall' illustre prof. Beltrami, nella sua memoria *Sulla teoria dei sistemi conduttori elettrizzati* — Rendiconti dell' Istituto Lombardo, serie 2, vol. XV, fascicolo XII-XIII — *Nuovo Cimento*, 3. s. T. XII, pag. 5.

« Le considerazioni precedenti e il secondo principio di termo-
« dinamica esigono che in questo caso per deformare l'involucro « sia necessario spendere una quantità di lavoro $= Eq$, essendo E « l'equivalente meccanico del calore; in tal caso per ispiegare la « spesa di un tal lavoro l'ipotesi più semplice è che, anche quando « l'involucro non si deforma, ciascun elemento di superficie provi « una pressione, una repulsione per effetto dei raggi calorifici emessi « dal corpo nero che si trova al centro dell'involucro (1). In que- « sta ipotesi è facile vedere che se s'indica con Q la quantità di « calore che un metro quadro della superficie dell'involucro riceve « in un secondo, quando il raggio dell'involucro è R, e con p la « forza ripulsiva esercitata dal fascio calorifico sopra lo stesso me- « tro quadro di superficie, si avrà per una diminuzione δR picco- « lissima, del raggio R,

$$p\delta R = \frac{2Q}{v} E\delta R$$

« onde

$$p = E\frac{2Q}{v} . \tag{1}$$

« Calcoliamo dietro questa formula la ripulsione che un fascio « solare eserciterebbe sopra un metro quadro di superficie piana « perfettamente riflettente e normale alla direzione del fascio, si- « tuata alla superficie della terra (astrazione fatta s'intende dallo « assorbimento del fascio calorifico dovuto all'atmosfera). Per le « esperienze di Pouillet:

$$Q = 0{,}293\,833 \text{ calorie.}$$

« Per le esperienze di Joule:

$$E = 428 \text{ chilogrammetri.}$$

« e accettando

$$v = 298\,000\,000 \text{ metri.}$$

(1) Ben presto in un'altra Memoria discuterò le varie ipotesi che si possono fare, e dimostrerò come con altri meccanismi differenti da quello già indicato si riuscirebbe ad ottenere lo stesso risultato (Nota della memoria del 1876).

« si ottiene

$$p = 0{,}84 \text{ milligrammi,}$$

« per metro quadro: ossia

$$p = 0{,}0084 \text{ milligrammi,}$$

« per decimetro quadro ».

Gli altri meccanismi a cui io accennava a pag. 25 della memoria ora citata, per far passare calore in quantità indefinita da un corpo più caldo ad uno più freddo erano quattro ed io li aveva esposti nella memoria manoscritta ricordata in principio di questo lavoro: credo inutile di descriverli almeno per ora: quivi esaminava anche il caso di riflettori imperfetti i quali avrebbero necessariamente assorbito un tanto per cento delle radiazioni incidenti, e provavo che anche in questo caso è sempre possibile far passare calore dal corpo più freddo a quello più caldo senza che questo passaggio venga compensato da un equivalente passaggio calorifico inverso (equivalente s' intende nel senso del principio termodinamico della equivalenza delle trasformazioni).

Per mettere poi in armonia i resultati precedenti col secondo principio di termodinamica faceva allora diverse ipotesi di cui una sola è pubblicata nella mia memoria d'allora; quella cioè della pressione esercitata dalle radiazioni sui corpi riflettenti (Vedasi per le altre ipotesi la nota A a fine di questo scritto).

Questa ipotesi di una pressione dovuta alle radiazioni fu allora da me posta a seria prova con molte esperienze che eseguii nel Gabinetto di Fisica dell' Università di Bologna nel 1874, esperienze che si trovano stampate da pagina 49 a pagina 53 della mia memoria edita da Le Monnier: riferirò qui una di quelle esperienze, perchè si connette un poco coll' argomento di questa nota: servendomi nel riferirla delle stesse parole che io impiegava allora:

« Se fosse vero che la luce e il calore potessero direttamente
« produrre un movimento sia attrattivo sia repulsivo, è chiaro che
« questo movimento sarebbe ancor sensibile non solamente per l'in-
« cidenza normale ma anche per angoli d' incidenza sensibilmente
« differenti.

« Perciò: nel solito pallone (¹) ho fissato all' estremità di una « leva formata da una sottile lastrina d' alluminio lunga circa sei « millimetri e che terminava a un estremità con un cerchio di cir- « ca 6 centimetri di diametro. La leva era bilanciata dall' altra « parte da un grosso pallino da caccia; era tenuta esattamente o- « rizzontale per mezzo di quattro fili che la sostenevano alla ma- « niera stessa del piatto di una stadera. i quattro fili poi erano te- « nuti da un sottilissimo filo di argento. Un' altra volta in un pal- « lone di uguali dimensioni ho introdotto. sospeso sopra ago di ac- « ciaio. un apparecchio formato da una lastrina orizzontale d' allu- « minio che terminava con due dischi orizzontali pure d' allumi- « nio. La lastrina era lunga 7 centimetri; ed i dischetti avevano « 3 centimetri di diametro. Infine in un terzo pallone un po' più « piccolo del precedente ho sospeso nel suo centro sopra un ago di « acciaio, un disco di alluminio orizzontale di 10 centimetri di dia- « metro: sopra il disco erano tracciati con una punta due diametri « perpendicolari, e perfettamente visibili.

« Nei palloni poi veniva fatto il vuoto più completo possibile.

« Un fascio solare diretto o concentrato per mezzo di una « lente sopra la lastrina o sopra i dischi, e facente un angolo di « 30 o 40° con la normale al disco non produceva sensibile devia- « zione nel sistema mobile.

« Ho esperimentato anche con un fascio di luce solare po- « larizzata sia con uno specchio nero sia con un grosso prisma di « Nicol (prisma dell' apparecchio di Ruhmkorff per l' azione del « magnetismo sopra i corpi trasparenti) in questo caso però il fa- « scio che si otteneva era necessariamente molto indebolito.

« Ho spinto, concentrandolo con una grande lente di Fresnel, « l' intensità del calore a tal punto da storcere uno dei dischi, in « questo caso solamente sono avvenute delle oscillazioni del disco « ma non un movimento proprio di rotazione.

« In queste esperienze il sistema di sospensione era così de- « licato, (un sottilissimo filo d' argento o un piano di vetro sopra « una punta di acciajo, il fascio calorifico così concentrato, che se « veramente l'impulsione diretta della luce fosse quella che nel ra- « diometro di Crookes produce il movimento del mulinello; la le-

(1) Pallone di vetro di tre decimetri di diametro dove era fatto il vuoto a provino barometrico livellato.

« va, in queste due ultime esperienze, avrebbe dovuto nell' istante « in cui veniva a percuoterci il fascio solare, ricevere un urto così « forte da farle fare centinaia di giri avanti che si fermasse.

« Mi sembra quindi vittoriosamente dimostrato che non si « può attribuire alla luce ordinaria come alla luce polarizzata nes- « sun sensibile potere impulsivo sopra i corpi su cui cade (1) ».

E più sotto, a pag. 54, della stessa memoria aggiungeva:

« Questi resultati però non implicano che una debolissima « azione impulsiva (così piccola da non poter essere avvertita coi « mezzi da me impiegati) non possa essere esercitata dalla luce o « dal calore incidente ».

Firenze, 1. Luglio 1876.

La conclusione delle mie esperienze era dunque netta e si poteva esprimere così « anche concesso che le radiazioni producano una pressione sulle superficie, questa essere così piccola e di tal senso da non potere spiegare i fenomeni osservati prima dal Fresnel (2) e poi dal Crookes e da me.

Termino qui questa breve nota rivendicativa, il mio scopo essendo principalmente quello di stabilire la mia priorità (di otto anni) sull' Eddy: riserbandomi a ritornare fra non molto sopra il soggetto che forma il titolo di questo scritto.

Firenze 1. Maggio 1884.

NOTA ALLA MEMORIA PRECEDENTE. — DI VARIE IPOTESI PER METTERE D' ACCORDO I RESULTATI DELLA TEORIA DEL RAGGIAMENTO COL SECONDO PRINCIPIO DI TERMODINAMICA.

In quel primo lavoro che aveva il titolo stesso della precedente nota, esponeva a tale scopo varie ipotesi, che voglio accennare qui; quantunque alcune di queste non offrano grande probabilità ed un interesse più che altro relativo alla storia dei teo-

(1) Non so perchè, nei sunti che furon fatti di questa mia memoria si taccia di questa esperienza, di esito sicuro, e che è la più importante di quante vi sono da me descritte; e forse mi sembra una delle più decisive anche fra le mille altre esperienze radiometriche che sono state pubblicate.

(2) Fresnel, *Ann. de Ch. et de Physique* 2. S. T. XXIX. pag. 57 e pag. 107: ed anche *Oeuvres complètes de A. Fresnel* (pubblicate da De Senarmont, Verdet ec.) Paris 1868, T. 2. pag. 567-672.

tativi fatti per scuoprire la verità, nel campo delle scienze sperimentali.

1.ª Ipotesi. — Di una pressione esercitata dalle radiazioni sulle superficie sulle quali percuotono. È l'ipotesi le cui conseguenze studiai sperimentalmente nella mia Memoria sopra i Movimenti ec. sopracitata.

2.ª Ipotesi. — Considerando bene i meccanismi delle operazioni con le quali si ottiene di far passare calore da un corpo più freddo ad uno più caldo, si vede che in tutti occorre che una superficie si venga a muovere perpendicolarmente alle radiazioni: così l'involucro sferico che si distrugge: o lo specchio sferico di gran diametro che viene gradatamente a restringersi: o lo stantufo speculare che scorre entro un cilindro indefinito, ce ne offrono tanti esempii: basterebbe supporre *in tutti questi casi che occorresse un lavoro per muovere una superficie speculare perpendicolarmente alle radiazioni alle quali è esposta, lavoro il cui minimum sarà facile determinare in armonia col secondo principio.*

Dei tentativi sperimentali in questo senso furono da me fatti a Bologna nell'estate 1874 coi mezzi che aveva messi a mia disposizione il mio maestro ed amico prof. Emilio Villari, io faceva oscillare nel vuoto una lunghissima leva orizzontale portante ad uno estremo un leggero specchio verticale di 40 centimetri quadri di superficie fissato perpendicolarmente alla leva: si faceva lungamente oscillare il sistema prima nell'oscurità poscia con un fascio solare mantenuto con un eliostata perpendicolare allo specchio. Il decremento logaritmico delle ampiezze (calcolato dietro centinaie di oscillazioni) che era nel primo caso 0,35 984 si ridusse a 0,34 439 nel secondo caso (la prima e l' ultima ampiezza di oscillazione essendo nei due casi sensibilmente uguale): ma rimasi incerto se questa diminuzione fosse da attribuire alla perturbazione che il fascio solare introdotto nell'apparecchio produceva sul sistema mobile: perturbazione che mi fu impossibile evitare. Ho ripreso poi l'esperienza sotto forma diversa e assai più atta a condurre a qualche resultato decisivo, e i resultati quantunque per ora incompleti li ho consegnati a un plico suggellato, che fu affidato nel marzo 1882 ad una illustre Accademia.

3.ª Ipotesi. — Che il potere emissivo di un corpo, il quale come ha dimostrato il Clausius, deve dipendere (in coerenza col

2° principio di termodinamica) anche dalla qualità del mezzo che circonda i corpi, debba dipendere anche dalle condizioni e circostanze dei corpi ai quali esso invia o coi quali esso scambia radiazioni (1): per modo che esso potere divenga nullo nel caso di un corpo circondato da un involucro perfettamente riflettente e così piccolo nel caso di un involucro che non riflette completamente, che in questo ultimo caso la *trasformazione calorifica diretta*, passaggio cioè di calore allo specchio equivalga a quella inversa che si effettua con una delle operazioni da me indicate: e questa ipotesi tornerebbe a rigettare l'altra dell'equilibrio mobile o del raggiamento ora da tutti ammessa. Ma questa ipotesi poco probabile in sè si presta poco bene a un tentativo che permetta di giudicarne.

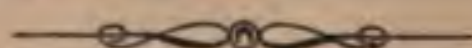
4.ª Ipotesi. — A considerare l'etere o *il quid* che trasmette le radiazioni nel vuoto di materia ponderabile come un mezzo materiale (quantunque leggerissimo) e capace in certo modo di aver gradi di temperatura diversi; e che le radiazioni che vi sono trasmesse provino nel propagarsi una specie di attrito il quale ne assorbirebbe una parte: e questa parte dovrebbe esser tale da compensare la trasformazione calorifica inversa che si fa nelle operazioni da me imaginate per far passare calore dal corpo più caldo a quello più freddo. Sarebbe questa ipotesi non discorde dalle conseguenze a cui è giunto il Muller (2) in una sua rimarchevole memoria nella quale con mezzi delicatissimi misura le variazioni di velocità che provano le radiazioni col variare della intensità della radiazione e del numero delle vibrazioni corrispondenti.

Queste erano le ipotesi che io discuteva allora: le ho trascritte qui, quasi con le stesse parole. A. Bartoli.

P. S. Mentre spediva per la stampa questo manoscritto mi è giunto il n.° 5 degli *Annalen der Physik* del Wiedemann. Quivi a pag. 31 è una memoria del Boltzmann avente per titolo: « *Ueber eine von Hrn. Bartoli entdeckte Beziehung der Wärmestrahlung zum zweiten Hauptsatze* » che non ho ancora avuto il tempo di esaminare attentamente, ma dove la mia priorità sull'Eddy è indubbiamente riconosciuta.

(1) Clausius, *Pogg. Ann.* Bd. CXXI. s. 1. anno 1864 e Vülner, Physik, Leipzig 1875 Bd III. s. 216-217.

(2) *Pogg. Ann.* CXV, 86; anno 1872.



RELAZIONE FRA LA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA E LA COMPOSIZIONE DEI CARBONI DI VARIE SPECIE; NOTA DI ADOLFO BARTOLI.

I. Nelle lunghe ricerche che in collaborazione al prof. G. Papasogli ho da vari anni instituite sulla elettrolisi con elettrodi di carbone [1] di varie specie, ho dovuto occasionalmente misurare la conducibilità di moltissime specie di carboni ed insieme sugli stessi campioni ho dovuto determinare la composizione con accurate analisi per dopo trasformarli con l'azione del cloro ad altissima temperatura in puro carbonio. Altre analisi ed altre ricerche di conducibilità ho voluto aggiungere per completare il materiale per questo lavoro, aiutato in ciò moltissimo dallo zelo illuminato del mio bravo aiuto ed amico prof. E. Stracciati al quale rendo le più sentite grazie. E così pure ringrazio l'egregio giovane Adolfo Mochi allievo di questa scuola, che ha voluto incaricarsi di alcune misure che richiedevano una grande pazienza ed un tempo assai lungo.

I resultati ottenuti hanno un certo interesse e li espongo qui il più concisamente che mi sia possibile.

II. Ho sperimentato cercandone la conducibilità e facendo sul campione l'analisi organica, sulle seguenti specie di prodotti carbonosi e di carboni:

Acido ulmico ed umico, ulmina ed umina [2]: sostanze ulmiche derivanti dal legno; lignite di varie provenienze; carbone ottenuto per l'azione del cloro sopra gli idrocarburi dei petrolii d'America; carbone ottenuto come capomorto della distillazione della colofonia; carbone ottenuto carbonizzando il legno a 270°-300°; nero animale purificato con gli acidi; nero di fumo, cosiddetto di Venezia, ottenuto per la combustione incompleta delle trementine; bracia di forno, carbone di legno preparato a non molto elevata temperatura; carbone di vite, di quercia, ec. ottenuto alla temperatura di fusione del rame; nero di fiamma ottenuto dalla combustione del gaz luce di Firenze, come deposito coerente su tubi

(1) Vedi *N. Cimento*, o *Gazzetta Chimica di Palermo*, anni 1880-81-82-83-84.

(2) Da me preparate nel modo che indica il Mulder. Vedi Berzelius. *Relazione intorno ai progressi della Chimica*, vol. III, e *Dizionarii di Chimica*.

di ferro riscaldati a 500°-600° circa; carbone di legna riscaldato per molto tempo, in vasi chiusi, alla temperatura di fusione del ferro; carbone di storta grezzo della officina del gaz di varie località; carbone di storta idem purificato per l'azione degli acidi prima e poi per l'azione del cloro ad alta temperatura; grafiti di varia provenienza.

La non conducibilità di alcuni di questi campioni veniva provata (dopo averli per molte ore seccati a 100° e poscia per un tempo più breve a 200°) con una forte pila di 400 elementi zinco carbone nell'acido cromico, e con un galvanometro a lungo filo e a sistema astatico.

Per quelli conduttori si usava lo stesso galvanometro od un altro galvanometro a filo corto ed una pila composta da una Daniell fino a dieci Bunsen, secondo la conducibilità del campione su cui si sperimentava.

I carboni, prima di misurarne la conducibilità, erano prima, come ho detto, seccati a 100° per 24 ore almeno, poi per varie ore a 200 e si lasciavano freddare entro un disseccatore in presenza di acido solforico.

Le combustioni sono state fatte nei soliti tubi di combustione (canne da fucile, a tortiglione, calibro 16, lunghe 1 metro e 20 cent.; fabbricate a Brescia) che io impiego sempre nelle analisi organiche, come più comode del vetro e più economiche; il comburente era l'ossigeno puro, perfettamente secco [1]. In queste analisi si è avuto di mira principalmente l'esatta misura della quantità d'idrogeno contenuta nel campione analizzato: la sostanza carbonosa finamente polverizzata era contenuta in una navicella di platino: prima di introdurla nel tubo a combustione era stata seccata prima per 48 ore a 100° e poscia per 8 ore a 200° e così calda introdotta nel tubo. A questo lungo disseccamento si deve se nella tavola che segue la quantità d'idrogeno si troverà in generale più scarsa, di quello che è indicato nei trattati [2].

(1) Dieci litri di ossigeno così disseccato, passando pel tubo da fissare l'acqua non producevano nemmeno un milligrammo di variazione di peso.

(2) Si noti che con la lunga esposizione in stufa a 200°, oltre l'acqua igrometrica, può perdersi per combustione anche un poco d'idrogeno. Infatti a 250° molti dei carboni leggeri, s'incenerivano completamente: ed a 200° perdevano incessantemente di peso.

	QUALITÀ DEL CARBONE	Conducibilità elettrica della sostanza ben disseccata — Le sostanze sono scritte in ordine di conducib. elettrica crescente	Idrogeno su 100 parti di sostanza dissecc. a 200°
I	Acido ulmico, ulmina, acido umico, umina ottenuti per la ebullizione di una soluzione di zucchero con un po' di acido solforico, fuori e in contatto dell'aria come indica Mulder (Berzelius, *Fasti politecnici*, Chimica organica) Vol. III pag. 190 e seg.	Non conduce affatto. Infatti interposta fra due piccole lamine metalliche in comunicazione coi poli della pila di 400 elementi il galvanometro non ha deviato affatto. Se però aveva preso un poco d'umido col tenerla esposta all'aria per qualche ora, il galvanometro deviava assai. Questa osservazione vale per tutti gli altri carboni poco conduttori (1).	4,2
II	Sostanza ulmica del legno lungamente sotterrato.	Non conduce. Le stesse esperienze precedenti.	4,3 a 5,2
III	Ligniti di varie località.	Non conducono. Solamente con qualche campione ben secco ho avuto deboli cenni di conducibilità che debbono attribuirsi a traccie di minerali conduttori (piriti) che si trovano disseminate intorno a certi punti (2).	2,8 a 3,7
IV	Carbone ottenuto carbonizzando il legno a 280°-300°.	Non conduce.	3,0 a 3,7
V	Carbone ottenuto come capomorto dell'azione del cloro sopra gli idrocarburi del petrolio di America.	Non conduce.	2,3 a 2,9
VI	Carbone ottenuto come capomorto della distillazione della colofonia.	Non conduce.	1,6 ad 1,9
'II	Nero di ossa del commercio purificato per lunga ebullizione con l'acido cloridrico diluito.	Non conduce. Ma però se viene arroventato all'aria per una mezz'ora, acquista una certa conducib., permanentemente.	1,3 ad 1,8
III	Nero fumo di Venezia, ottenuto per la combustione delle trementine: purificato per l'azione dell'alcole bollente, della soda e dell'acido cloridrico.	Conduce, ma poco.	1,0 ad 1,3
IX	Carbone di legna leggero, ottenuto per incompleta carbonizzazione, in vasi chiusi a circa 450°-500°.	In alcuni punti si hanno segni di conducibilità, ma debolissima.	1,3 ad 1,5
X	Bracia di forno da pane.	Alcuni pezzi conducono a malapena: altri non conducono affatto.	1,2 ad 1,4
XI	Carbone di legno di vite, di quercia, di bossolo, di zucchero ec. e bracia di forno mantenuta per 11 ore entro crogiuolo chiuso, alla temperatura di fusione del rame.	Conduce bene. Con due sole Bunsen si osserva una piccola scintilla d'incandescenza quando vi si fanno scorrere (vicini fra loro) i reofori.	1 ad 1,05
II	Nero di fiamma ottenuto da 20 bruciatori Bunsen, che bruciavano con fiamma un po' luminosa, sopra una canna di ferro mantenuta a rosso scuro. È nero vellutato ed ha una debole coerenza, serbando la forma della canna sopra cui si è deposto.	Conduce tanto più quanto più è compresso, in un tubo o fra due lamine (3).	0,44

(1) Essi conducono tanto meglio quanto maggiore è l'umidità che contengono.

(2) Le *piriti* di ferro, i solfuri di nikel, cobalto, bismuto, argento, rame, le galene, la pirolunte ec. godono di una conducibilità metallica, Wartmann, *Bibl. Un. de Genève* 1853, e Du Moncel, *Ann. de Ch. et de Phy.* s. V. T. X.

(3) Un disco di nero di fiamma, compresso, fa parte di uno strumento che Edison ha chiamato microtasimetro.

	QUALITÀ DEL CARBONE	Conducibilità elettrica della sostanza ben disseccata — Le sostanze sono scritte in ordine di conducib. elettrica crescente	Um… su 10… di so… dissec…
XIII	Carbone di legno di diverse qualità, carbone di zucchero; bracia ec. mantenute per 12 ore alla temperatura di fusione del ferro entro canna di porcellana chiusa.	Conduce bene. Alcuni pezzi più compatti avevano una conducibilità valutabile a circa 0,0004 (determinazione incerta a causa della forma poco regolare).	0,31 a…
XIV	Carbone di storta grezzo, denso 1,76 (Dall' Officina del Gaz di Prato).	Conducibilità specifica da 0,007 a 0,009 (1).	0,210
XV	Carbone di storta tagliato in quadrelli: da carboni che da 20 anni avevano servito quasi continuamente per le pile Bunsen, nel Gabinetto di Fisica dell' Istituto Tecnico di Firenze.	Conducibilità specifica da 0,0095 a 0,012.	0,175
XVI	Lo stesso precedente, per molte settimane tenuto negli acidi fluoridrico, cloridrico, nitrico, potassa e poi lavato con acqua.	Idem.	0,143
XVII	Lo stesso ridotto in quadrelli di 3 millimetri di lato, purificati per l' azione del cloro secco ad altissima temperatura per 12 ore (Gennaio 1881).	La temperatura diminuiva la resistenza specifica di questo carbone secondo la formula Rt = Ro (1—0,0003444) verificata fra 20° e 450°. Un altro campione condusse alla formula Rt = Ro (1 — 0,0003247) fra 20° e 800°. Il carbone si scaldava in un tubo di porcellana, pieno di biossido di carbonio, o di azoto (2). Per l' azione del cloro ad altissima temperatura si formano delle piccolissime cavità entro il carbone, per la quale riesce difficile il giudicare se vi sia stato o no un aumento di conducibilità, in seguito all' azione del cloro.	0,0832
XVIII	Idem. purificato al cloro per la durata di 24 ore.		0,0490
XIX	Idem. purificato al cloro per la durata di 60 ore.		0,0220
XX	Idem. purificato al cloro per la durata di 88 ore.		0,0170
XXI	Grafite di Piemonte: densa 2,289; poco lucente; assai tenace; scaldata a bianco per varie ore in crogiolo chiuso (mi fu procurata dal chiarissimo sig. E. Pegna).	Conteneva il 20,71 per 100 di ceneri, composte di allumina, calce, ossido di ferro e piccole quantità di rame. Conduce meno bene del carbone di storta a causa della grande quantità di sostanze estranee.	0,0648
XXII	Grafite di Boemia; scaldata idem. (procuratami dalla casa Lenoir e Forster di Vienna in grossissimi blocchi).	Conteneva il 12 circa °/₀ di ceneri. Conduceva assai bene.	—
XXIII	Grafite di Ceylan; scaldata idem. Magnifico campione, procuratomi dal sig. T. Schuchardt di Goerlitz.	Conteneva il 5,89 °/₀ di ceneri. Conduce circa sei ad otto volte meglio del carbone di storta: La conducibilità cresce con la temperatura (3).	trac…

(1) La conducibilità dei carboni, e la loro variazione con la temperatura, venivano studiate col me- todo del Ponte di Weatstone, introducendoli nel circuito per mezzo di fili di rame saldati con ric- chezza di saldature a delle guaine di rame depositate per galvanoplastica alle estremità del carbone da studiarsi.

(2) Il Beetz (*Pogg. Ann.* CLVIII, 653) trovò per conducibilità riferita al mercurio i numeri 0,00017 pel carbone da pila di resistenza eccessiva; 0,0110 per il carbone di storta di Monaco 0,0138 pei carboni di una pila costruita dal Ruhmkorff; 0,0288 pel carbone da lampada elettrica Il Siemens trovò 0,0136 pel carbone di storta di Berlino e il Muraoka 0,01813 per un altro carbone di storta.

(3) Il Muraoka (*Ann. der Physik und Chemie*, Bd XIII. s. 307, 1881) trovò 0,082 per con- ducibilità specifica della grafite di Siberia; 0,001 per quella delle matite di Faber.

III. Dalla tavola precedente risulta chiaramente che qualunque sia la sostanza organica da cui si parte per ottenere il carbonio con successive trasformazioni per via degli ossidanti o disidrogenanti (ossigeno, cloro, ec.) o per l'azione del calore, la conducibilità dapprima nulla (se la sostanza organica punto di partenza, era solida) si mantiene pure nulla nelle prime trasformazioni, finchè per l'azione prolungata di una temperatura vicina al rosso scuro appariscono traccie di conducibilità, nello stesso tempo che la quantità d'idrogeno procentuale è ridotta all'1,20 circa. Seguitando ancora l'azione del calore a più alta temperatura la carbonizzazione si fa più completa, e mentre la quantità d'idrogeno percentuale si fa sempre più piccola, la conducibilità diventa sempre maggiore, e l'aumento continuerebbe, non vi è dubbio, ancora per le elevatissime temperature che si ottengono con l'arco voltaico, trasformandosi in tali condizioni il carbonio ordinario o amorfo, in grafite, come ha stabilito il Berthelot nelle sue belle ricerche sul carbone (1).

La quantità per *cento di idrogeno* che si trova nel carbone nel quale comincia ad osservarsi la conducibilità è stata quasi sempre la stessa ed ha oscillato ben poco con carboni omogenei ottenuti da sostanze diversissime come cellulosa, zucchero, idrocarburi ricchissimi in idrogeno come le paraffine; eteri composti, acidi grassi ec. ec. Inoltre esso si trova sempre in tutte le specie di carboni, anche in quelle perfettamente esenti da azoto e da ossigeno; e per l'azione delle temperature le più elevate esso rimane sempre, mentre questi altri due elementi sono già quasi completamente scomparsi (2). Ecco perchè nelle analisi dei carboni ho preso piuttosto di mira l'idrogeno.

IV. Si noti però che si possono fare ad arte e potrebbero benissimo trovarsi formate, delle mescolanze conduttrici fatte con carbonio buon conduttore intimamente impastate con una sostanza che potrebbe anche esser ricchissima d'idrogeno, per modo

(1) Berthelot, *Recherches sur les états du carbone Ann. de Ch. et de Phys* 4. s. T. XIX. pag. 392 e pag. 419.

(2) Molte volte il carbone di storta contiene traccie di azoto; che si possono riconoscere riscaldandolo col potassio ec. ec.

Qualunque sia la causa di questo fatto non deve maravigliare dacchè appunto col carbone scaldato a bianco insieme con potassa, si può ottenere in quantità cianuro di potassio col farvi passare una corrente di azoto.

che si avrebbe così un *corpo buon conduttore a causa del carbonio*, quantunque potesse contenere anche il 14 % di idrogeno!

Tale appunto è la mescolanza conduttrice che può farsi impastando una parte di buona grafite ridotta in polvere impalpabile con 20 di paraffina, la quale contiene come si sa dal 14,4 al 15,4 per cento di idrogeno ([1]): avendo cura di tenere sempre agitata la miscela fusa quando è per solidificare, si ottiene una massa scura lucente tanto conduttrice che può servire da elettrodo per depositarci elettroliticamente i metalli: e la conducibilità non è solo alla superficie ma sì nell' interno come si può provare facendovi due fori e dentro penetrandovi con due aghi in comunicazione con una pila e con un galvanometro. Ecco dunque un corpo che non contiene che carbonio e idrogeno, il quale conduce benissimo quantunque contenga il 14,3 % di idrogeno ([2]).

Con una mescolanza intima di una parte della stessa grafite e di trenta parti di paraffina, non si aveva più conducibilità.

Questi resultati li ho ottenuti con grafite ridotta ad un grado di sottigliezza estrema e poi impastata in pani, che si trovano in commercio col nome *W. G. Nixey's Black Lead* ([3]). Ho provato anche con grafite Ceylan, della più bella qualità, procuratami dallo Schuchardt di Goerlitz: questa dopo pestata finamente veniva passata per setaccio finissimo, e di nuovo polverizzata con mortaio meccanico. Con questa polvere impastata con paraffina non ho potuto ottenere la conducibilità che quando la proporzione era almeno di 1 di grafite a 12,5 di paraffina.

Con altre grafiti e col carbone di storta finamente polverizzato ho ottenuto risultati anche meno favorevoli: cioè occorreva un po' più di carbonio, su cento di paraffina per ottenere la conducibilità.

Tutto dipende dunque dal grado di divisione delle particelle di carbonio che si mescolano al coibente: non dubito punto che spingendo questa divisione al più alto grado che si possa raggiungere, si impartirebbe la conducibilità ad un coibente, impa-

(1) Secondo le analisi di Anderson e di Brodie. Compara Watts, *Dict. of chemistry* Vol. IV, pag. 343.

(2) Dato che la paraffina impiegata avesse contenuto solo il 15 % di idrogeno.

(3) Si trovano in Firenze presso la Farmacia della Legazione Britannica (Via Tornabuoni).

standovi intimamente una quantità per cento di carbonio, molto ma molto più piccola del 5 da me trovato nella prima esperienza (1).

V. Si presenta ora da sè una questione che ha un certo interesse perchè si collega con quella della costituzione dei carboni. La conducibilità dei carboni che contengono poco idrogeno è dovuta a carbonio puro che si troverebbe disseminato nella massa carbonosa; oppure è la massa carbonosa stessa che conduce da sè senza bisogno del carbonio che può contenere?

In verità se si considera che nessuna sostanza organica solida, conduce, e che vi sono molti composti organici ben definiti i quali contengono poco più dell' uno per cento di idrogeno, mentre il carbone coll' 1 per cento d' idrogeno conduce, si è condotti ad ammettere come più probabile la prima proposizione, cioè che la conducibilità sia dovuta a carbonio puro disseminato nella massa carbonosa.

Si aggiunga che la seconda ipotesi non potrebbe render ragione dei fatti se non ammettendo che la massa carbonosa fosse costituita per la massima parte da carbonio puro e quindi conduttore, entro cui fosse disseminata una sostanza carbonosa ricca però d' idrogeno: ma ciò oltre ad essere in contradizione col buon senso, perchè non si saprebbe ammettere una trasformazione immediata di una sostanza organica, in un' altra che è quasi intieramente costituita da carbonio puro, è in contradizione coi fatti,

(1) Si osservi che uno strato di platino o di oro di circa $\frac{1}{100000}$ di millimetro deposto sopra una lastra di vetro ne rende ben conduttrice la superficie. S' imagini ora una massa isolante attraversata da tre sistemi ortogonali di strati paralleli equidistanti e separati dall' intervallo di 1 decimo di millimetro. Supponiamo questi strati costituiti da platino od oro ed aventi lo spessore sopra indicato, il quale basta a impartire la conducibilità alla superficie della lastra di vetro. La massa sarà dunque divisa da questi tre sistemi di strati in tanti cubettini di $\frac{1}{10}$ di millimetro di lato, rivestiti sulle sei faccie di uno strato conduttore in buona comunicazione elettrica con tutti gli strati conduttori che rivestono gli altri cubettini. È evidente che penetrando in questa massa, a una certa profondità (per più sicurezza) con due stili od aghi non troppo fini, la massa si comporterà come buona conduttrice: si potrebbe con lo stesso resultato supporre un millimetro la distanza degli strati. Ecco dunque una massa isolante divenuta conduttrice coll' aggiunta del centomillesimo del suo volume, di un corpo buon conduttore, saviamente distribuito nell' interno della sua massa.

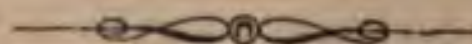
in quantochè tutte le sostanze segnate nella tavola precedente fino al n.° 12 inclusive, cioè fino al carbone di legno che ha subìto una temperatura piuttosto elevata, ma inferiore a quella del rame che fonde, ed al nero di fiamma sono intieramente ossidate dalle soluzioni di ipoclorito e da queste trasformate in biossido di carbonio, acido ossalico, e varii altri acidi, insieme con piccola quantità di mellico: mentre nelle stesse condizioni il *carbonio amorfo* non è affatto attaccato (1).

Si può dunque ritenere come conseguenza probabile di questi studii, « *che i varii carboni debbano la loro conducibilità a* « *particelle finissime di puro carbonio intimamente mescolate* « *nella loro massa* ».

La formazione di queste particelle si potrebbe spiegare per l'azione del calore unita a quelle degli ossidanti, diversa nei diversi punti della massa carbonosa (2). Le particelle che avranno subìto maggior temperature e maggiore azione chimica, quelle più facilmente saranno ridotte a carbonio conduttore.

Queste proposizioni non discordano dalle idee che il Berthelot ha espresso già da molto tempo sulla formazione dei carboni, e ne sono come un complemento (3).

Firenze 20 Maggio 1884.



(1) Vedi la memoria Bartoli e Papasogli, *Nuova contribuzione alla istoria del carbonio.* — *Atti della Società Toscana di Scienze Naturali,* Vol. VI, Fasc. 1° Pisa 1883, e la memoria *Sull'azione dell'ipoclorito sulle varie specie dei carboni* pubblicata nel giornale *L'Orosi*, Firenze, 1884.

(2) Infatti il solo calore non è sufficiente a togliere l'idrogeno dal carbone di storta, dove esso è in proporzione più piccola del 3 o 4 per mille; occorre insieme l'azione chimica, quella del cloro per esempio.

Parimente bruciando nell'ossigeno del carbone polverizzato che contenga anche pochissimo idrogeno come il 3 o 4 per mille; la maggior parte dell'acqua si raccoglie nel primo periodo della combustione in seguito passa quasi esclusivamente biossido di carbonio.

(3) Berthelot, *Essai de Mécanique chimique*, T. II. pag. 137; Parigi 1879. Quivi Egli definisce il carbonio come lo stato limite verso cui tendono i carboni, per l'azione di una temperatura che cresce fino a divenire la più elevata che si sappia produrre.

SUL CALORICO TOTALE SVOLTO DA UNA O PIÙ SCINTILLE GENERATE DALLA SCARICA DI UN CONDENSATORE; RICERCHE DEL PROF. EMILIO VILLARI (1).

CALORE DELLA ECCITATRICE UNICA ED EFFETTI DELLE PICCOLISSIME SCINTILLE — Se consideriamo nella tabella I, la II serie di esperienze, noi scorgiamo che quando gli elettrodi del termometro congiuntivo erano a contatto (esperienza 1) così che la scarica produceva la sola scintilla eccitatrice, allora il calore prodotto da essa scarica è minimo. Se poi si faceva produrre una congiuntiva piccolissima, frazione di millimetro, il calore cresceva sensibilmente, per poi decrescere un po' con le maggiori lunghezze della congiuntiva istessa: in modo che ad una piccolissima congiuntiva rispondeva un lieve massimo nel calore della scarica. Alla medesima conclusione conduce l' osservazione della I serie della medesima tabella, sebbene in essa non è registrata l'esperienza corrispondente alla scintilla congiuntiva zero, ed al minimo del calore ricordato.

A confermare codesta diversa efficacia della scarica a produrre calore, a seconda che dà luogo alla sola eccitatrice, ovvero e questa e ad una congiuntiva più o meno lunga, eseguii varie esperienze in diverse circostanze; e le medie di 5 misure per ciascun caso sono qui di seguito riportate:

(1) *Continuazione e fine*. Vedi pag. 145.

TABELLA X.

Serie di esperienze	Lunghezza congiuntiva L	Calore totale C
I	piccolissima	31,92
	1mm,4	28,80
	3,4	30,60
II	0	24,4
	piccolissima	29,9
	1,4	26,9
III	0	36,6
	0,3	41,9
	0,8	39,1
	3,8	39,2
IV	0	34,2
	piccolissima	44,0
V	0	35,65
	piccolissima	41,75
VI	0	35,65
	piccolissima	41,75

Questi numeri mostrano chiaro, come si è detto, che il calorico totale svolto dalla sola eccitatrice, per congiuntiva 0, è minimo. Quindi cresce alquanto per effetto di una congiuntiva piccolissima, così da pervenire ad un lieve massimo, per poi decrescere un po' e raggiungere il mentovato valor costante; il quale troverebbesi così compreso fra il massimo ed il minimo valore surriferito. Questa efficacia delle piccole scintille già feci notare altra volta (1); e dimostrai che essa è dovuta alla proprietà che hanno di fare allungare assai sensibilmente l'eccitatrice concomitante, e di portare così nelle scintille esterne parte dell'energia della scarica interna del condensatore. Ora dalle cose su esposte potremo, generalizzando dire:

Che una data scarica produce sempre più calore con due scintille che con una sola.

(1) Villari. *Sulla lunghezza di una o più scintille ec. — R. Acc. dei Lincei*, vol. XIII, serie 3. 1882, Roma.

Il qual principio fa riscontro all' altro già ricordato nella memoria citata; cioè che la lunghezza somma di due scintille è sempre superiore alla lunghezza della eccitatrice unica.

E siccome dimostrai che non solo le brevissime congiuntive, ma bensì le brevissime eccitatrici hanno la proprietà istessa, di render cioè massima la somma della lunghezza delle due scintille, così io mi studiai di osservare se del pari le brevissime eccitatrici erano atte a produrre un aumento di calorico, oltre la media costante più sopra dimostrata. Perciò sperimentai al solito modo coi due palloni; e facendo la congiuntiva della massima possibile lunghezza ottenni i vari dati seguenti, medii di 5 o più misure eseguite per ciascun caso sperimentale:

Tabella XI.

Serie di esperienze	Cariche	Numero bottiglie	Lunghezza congiuntiva	Calore totale
I				
medie di 5 misure	18	6	40mm	49,20
»			45	52,98
»			50	55,68
»			51	non passò la scarica
II				
medie di 5 misure	26	6	42	32,85
»			47	35,24
»			41	33,00
»			47	35,38
»			41	34,10
medie di 10 misure			47	37,00
»			43	34,99
III				
medie di 5 misure	56	12	47	61,06
»			42	55,36
»			47	61,34
»			48	64.05
»			42	60,36

Nello specchio precedente sono riuniti i risultati di varie serie di misure, fatte in diversi tempi coi palloni piccoli e coi grandi, e con diverse cariche. Tutti tali risultati, medi di molte misure, mostrano concordemente che l' efficacia termica delle due scin-

tille esterne s' accresce un pochino, quando l' eccitatrice sia piccolissima. Così che prendendo la media generale di tutti i calori qui sopra indicati si trova, che quando la eccitatrice è minima il calore è indicato dal valore 49,96; mentre che quando l' eccitatrice è alquanto più lunga il calore svolto è indicato dal valore 44,81. È a notarsi però che le differenze sono alcune volte piccole, ed in qualche raro caso anche non rispondono al fatto enunziato; il quale perciò emerge solo dai risultati medii di molte esperienze. Pure una tale influenza delle piccole eccitatrici, ad aumentare il calore della scarica esterna, deve ritenersi come vera, giacchè esse eccitatrici hanno la proprietà, simile alle piccole congiuntive, di far produrre delle scintille congiuntive sensibilmente più lunghe di quelle che si genererebbero senza di esse.

Ma oltre le notate influenze delle piccole scintille altre se ne riscontrano, che disturbano lievemente l' assoluta costanza del calore somma, svolto dalla congiuntiva ed eccitatrice di una data scarica.

Se consideriamo accuratamente alcune delle precedenti Tabelle, che riportano i calori somma svolti da dette scintille, noi scorgiamo che sebbene esso sia in generale costante, pure sembra che passi per un lieve massimo, il quale corrisponde ad una lunghezza di congiuntiva di circa una ventina di millimetri, ed eguale, ad un dipresso, alla eccitatrice; giacchè la lunghezza somma delle due scintille nelle esperienze precedenti soleva essere di poco maggiore dei 40^{mm}. Ed infatti nella Tabella IV e V noi osserviamo il detto massimo di calore corrispondere a 20^{mm} di scintilla congiuntiva (colonna delle differenze): e nella Tabella III esso par si riscontri a 20^{mm} di congiuntiva per la colonna C, ed a 10^{mm} per la C_1. E questo massimo lo ritroveremo ancora quando studieremo il calore svolto da tre scintille: tuttavia a me parve nacessario, avanti di procedere oltre, di confermarlo in modo più sicuro per mezzo di nuove indagini.

A tale scopo adoperai i due palloni III e IV Fig. 6 e 2, di 150^{mm}, dopo avere interrotte le comunicazioni del congiuntivo V, sia col circuito, sia col cannello indice *ii*. Le esperienze furono condotte come di consueto, eseguendo le misure soltanto per tre lunghezze della congiuntiva; cioè per la massima, di 40 o 50^{mm},

per la media di 20 a 25^{mm}, e per la minima di 1 o 2^{mm}. Per ciascuna lunghezza le misure furono ripetute 5 volte; e successivamente le esperienze si eseguirono alternamente per le tre indicate lunghezze. In una I serie di ricerche si adoperarono 6 bottiglie e 18 cariche, ed in una II serie si adoperarono invece 24 cariche. I risultati medii di dette misure, relative al calore totale della congiuntiva ed eccitatrice, sono inscritti nella tabella seguente:

TABELLA XII.

Lunghezza congiuntiva L	Calore totale C	MEDIE	
		Generali	Finali
I	II	III	IV
	I Serie		
44	37,8	39,41	
22	44,0		40,90
2	42,8	42,40	
44	37,64		
22	45,1		45,50
2	42,7		
44	41,9		
22	45,4		
2	42,7		
	II Serie		
1	37,98	38,22	
25	42,30		38,06
50	37,28	37,90	
1	39,00		
25	42,88		42,50
50	38,06		
1	39,30		
25	43,44		
50	37,90		
1	36,60		
25	41,76		
50	38,46		

Nella precedente tabella, noi troviamo nella I colonna indicate le lunghezze L della congiuntiva: nella II il calore svolto da essa e dall'eccitatrice concomitante: nella III sono riportate

le medie dei calori corrispondenti alle due lunghezze estreme delle congiuntive adoperate: e finalmente nella IV sono trascritte le medie finali dei calori rispondenti alle congiuntive di lunghezze estreme (massima e minima), e delle lunghezze intermedie. Da quest'ultima colonna si scorge che il calore svolto dalla congiuntiva ed eccitatrice insieme è relativamente minore, quando la lunghezza della congiuntiva fu massima o minima; ed invece detto calore è alquanto maggiore, quando la lunghezza della congiuntiva fu media, cioè di 22^{mm} nella I serie, e di 25^{mm} nella II. Nelle quali ultime circostanze l'eccitatrice fu circa eguale alla congiuntiva, essendo la lunghezza somma delle due scintille di poco superiore ai 40^{mm} nella I serie di misure, e di poco superiore ai 50^{mm} nella II serie. Laonde queste misure alterne e numerose, mostrano che realmente il calore svolto dalla congiuntiva ed eccitatrice raggiunge un lieve massimo quando ambedue hanno pressochè la stessa lunghezza.

Per conoscere l'origine di questo massimo, o meglio per determinare all'azione di quale delle due scintille esso era dovuto, io ripetei su due congiuntive le identiche misure, testè eseguite sulla congiuntiva e sulla eccitatrice. Mi servii perciò dell'apparato indicato dalla Fig. 6, dopo d'avere interrotta la comunicazione dell'eccitatore coi due congiuntivi IV e V, coi quali però sempre rimaneva in circuito. In essi poscia variai oppostamente le lunghezze delle due congiuntive così che la loro somma rimaneva sempre costantemente eguale a 40^{mm}: le misure furono limitate a tre sole lunghezze di congiuntive, e si ripeterono alternamente più volte di seguito; per ciascuna delle quali lunghezze si eseguirono sempre 5 misure, e le medie di esse sono qui appresso trascritte:

TABELLA XIII.

Bottiglie 6: cariche 20.

Lunghezza congiuntiva nei termometri		Calore delle due congiuntive	Medie generali del calore	
IV	V	C	C	
39	1	40,36	40,88	
20	20	39,74		39,77
1	39	39,70	38,80	
20	20	41,18		
39	1	41,40		
20	20	39,90		
1	39	37,90		
20	20	38,26		
			39,84	39,77

Altre esperienze identiche furono altre volte eseguite, ma con un indice termometrico molto più lungo che precedentemente, e perciò le deviazioni furono meno ampie: ed i risultati di queste nuove indagini, medie di 5 misure sono qui di seguito riportate:

TABELLA XIV.

Bottiglie 6: cariche 20.

Lunghezza congiuntiva nei termometri		Calore delle due congiuntive	Medie generali del calore	
IV	V	C	C	
39	1	25,40	25,88	
1	39	23,98	24,54	
20	20	24,20		25,19
39	1	25,48		
20	20	25,16		
39	1	26,75		
20	20	26,38		
1	39	24,96		
20	20	25,02		
1	39	24,67		
20	20	25,62		
			25,21	25,19

Indice = 210^{mm}.

Queste due tabelle, (la prima delle quali è una copia della IX, è riportata qui per comodità del lettore) mostrano che il calore svolto dalle due scintille congiuntive di lunghezze estreme, 1^{mm} e 39^{mm}, fu eguale a quello prodotto dalle medesime di lunghezza media di 20^{mm} ciascuna: in fatti nella tabella XIII il calore fu nei due casi di 39,84 e 39,77, e nella XIV fu di 25,21 e 25,19. Onde è che per queste scintille, come già si disse, il calore è affatto costante; ed al variare delle loro rispettive lunghezze non s' appalesa affatto quel lieve massimo di calore che si notò sperimentando con la congiuntiva ed eccitatrice concomitante. Quindi siamo costretti ad ammettere che quel massimo è unicamente dovuto all' azione della scintilla eccitatrice. Ed inoltre se si pon mente che la lunghezza somma della congiuntiva e dell' eccitatrice, nei limiti qui sopra accennati, è (come ho in altra memoria dimostrato) con grande approssimazione costante, pur mostrando un lieve minimo quando le loro lunghezze sono pressochè eguali fra di loro, ne segue che il lieve massimo di calore notato, coincide col lieve minimo della lunghezza somma delle due scintille. Per lo che si potrebbe forse ammettere che codesto massimo di calore sia dovuto ad un aumento della grossezza dell' eccitatrice, corrispondente al minimo della lunghezza somma sucitata: il che però non è che una semplice supposizione.

PARTE II.

Sul calore totale svolto da una o da tre scintille, generate dalla scarica di un condensatore.

Calore delle tre scintille — Dopo le ricerche eseguite sul calore svolto da due scintille io mi detti a misurare quello generato da tre di esse; cioè da due congiuntive e dalla eccitatrice concomitante, prodotte da una medesima scarica in tre corrispondenti termometri. L' apparecchio adoperato era disposto come quello disegnato nella Fig. 2, e schematicamente indicato nella 6; ed i palloni adoperati nelle prime esperienze erano quelli piccoli già ricordati e di 115^{mm} diametro. In una I serie di misure la congiuntiva nel termometro IV fu portata, man mano, da 5^{mm} a 35^{mm}, e quella del termometro V si tenne costantemente di

5^{mm}. In una II serie invece si variò nel medesimo modo la scintilla del termometro V, e si mantenne costantemente di 5^{mm} quella nel termometro IV. Ciascuna serie fu eseguita prima con lunghezze della congiuntiva crescenti, e poi decrescenti; le misure si ripeterono 5 volte per ciascuna lunghezza di scintilla, e di esse misure le medie sono trascritte nella seguente tabella:

TABELLA XV.

Bottiglie 6 : cariche 18.

Numero d' ordine	I Serie				II Serie			
	Scintilla congiunt. nel termometro.		Calore	Medie di	Scintilla congiunt. nel termometro.		Calore	Medie di
	I	II	C	C	I	II	C_1	C_1
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	5	33,22	33,00	5	5	32,93	32,80
2	15	5	34,74	34,79	5	15	34,83	35,40
3	25	5	34,74	33,93	5	25	34,50	33,61
4	30	5		33,66	5	30	31,98	31,72
5	35	5	31,70	31,70	5	35	33,01	33,01
6	30	5	33,66		5	30	31,46	
7	25	5	33,12		5	25	32,72	
8	15	5	34,84		5	15	35,96	
9	5	5	32,68		5	5	32,68	

L' indice si abbassò di 10^{mm},5 durante le esperienze.

Nelle colonne 5 e 9, della tabella precedente, sono riportate le medie delle misure del calore totale prodotto dalle tre scintille, e corrispondente alle varie lunghezze delle congiuntive e della eccitatrice: e da esse colonne si rileva, detto calore essere quasi affatto costante; il che meglio ancora si scorge dalla tabella seguente, ove ho riportato le medie generali di quelle trascritte nelle accennate colonne precedenti 5 e 9:

TABELLA XVI.

Lunghezza delle due congiuntive I	Calore medio II	Differenze da 33,42 III
10	32,90	—1,52
20	35,10	+1,68
30	33,77	+0,35
35	32,96	—0,46
40	32,36	—1,02
	33,42	

I valori della colonna II sono da ritenersi pressochè costanti e pochissimo differenti dalla media finale 33,42, come bene rilevasi dalla colonna III, delle differenze; pure a tutto rigore da essa scorgesi un lieve massimo di calore quando la lunghezza somma delle congiuntive è compresa fra 20 e 30^{mm}. E siccome la somma totale delle tre scintille nelle precedenti esperienze, di poco superava i 40^{mm} (6 bottiglie e 18 cariche), così se ne inferisce, come pel caso delle due sole scintille, che a metà del periodo quasi costante producesi un lieve massimo di calore, quando le tre scintille abbiano lunghezze poco differenti fra loro.

A conclusioni identiche conducono i risultati della tabella seguente, ottenuti in maniera analoga alla precedente, salvo che nelle esperienze che seguono variai in ciascuna serie di misure la lunghezza delle scintille in entrambi i palloni, invece che in uno solo; e dette misure eseguii successivamente con scintille congiuntive prima crescenti e poi decrescenti in lunghezza:

TABELLA XVII.

Bottiglie 6 : cariche 18.

	I Serie			II Serie			Medie dei calori $\frac{C+C_1}{2}$	Differenze dalla media 33,95
	Scintilla congiunt. nel termometro		Calore	Scintilla congiunt. nel termometro		Calore		
	I	II	C	I	II	C_1		
1	5	5	31,80	5	5	33,22	32,56	−1,39
2	10	5	32,18	10	5	34,92	33,55	−0,40
3	15	5	32,58	15	5	35,56	34,07	+0,12
4	20	5	34,22	20	5	36,64	35,43	+1,48
5	20	10	35,94	20	10	34,46	35,20	+1,25
6	20	15	31,50	20	15	33,46	32,48	−1,47
7	20	20	34,37	20	20	34,74	34,37	+1,42
						media	33,95	

Dai valori riassunti nella penultima colonna noi troviamo, che in media il calore delle tre scintille non varia con le lunghezze delle due congiuntive; e ciò meglio rilevasi dall' ultima colonna delle differenze. Tuttavia il minuto esame di essa mostra che anche in questi risultati manifestasi un lieve massimo del calore, corrispondente ad una lunghezza somma delle congiuntive di circa 28^{mm} a 30^{mm}: e perciò per una lunghezza pressochè eguale delle tre scintille.

Se nonchè queste misure rispondono a variazioni troppo ristrette nelle lunghezze delle congiuntive (10 a 40), e per ciò i risultati non possono considerarsi come generali. Laonde io valendomi del medesimo apparato a piccoli palloni ripetei analoghe misure con lunghezze di congiuntive che variarono da 0 a 40^{mm}; ed i risultati medii di 5 misure per ciascun caso sono riportati nella seguente tabella:

TABELLA XVIII.

Bottiglie 6 : cariche 18.

Lunghezze congiuntive nei termometri		Calore totale		Medie
I	II	I Serie C	II Serie C_1	$\frac{C+C_1}{2}$
0	0	24,15	24,47	24,31
1	1	31,60	29,50	30,55
2	2	30,78	29,85	30,31
3	3	33,26	31,00	32,13
5	5	34,20	30,12	32,16
10	10	34,15	32,34	33,25
15	15	36,86	33,42	35,14
20	20(1)	37,23	35,36	36,29
20	25	34,51	34,51	34,51

L' indice lungo 142 mill. in principio si ridusse a 145 mill. in fine di esperienza.

I numeri precedenti furono ottenuti con lunghezze di congiuntive crescenti nella I serie, e decrescenti nella II. Essi mostrano dapprima che a scintille congiuntive 0 (1) il calore della eccitatrice unica è minimo: il che concorda con quanto in proposito si disse parlando delle due scintille. Quindi il calore s'accresce un po', quando si producono assieme due scintille congiuntive di 1^{mm} ciascuna; ed in seguito va lentamente, ma sensibilmente aumentando col crescer della loro lunghezza. Ciò rilevasi sì nella I che nella II serie di misure, e naturalmente nella colonna delle loro medie. E così noi siamo ritornati ai risultati analoghi indicati in principio di questo scritto, ed ottenuti adoperando i due piccoli termometri; e tale concordanza mostra al certo l'esattezza del metodo di misure da me escogitato. Quindi fu indispensabile di ristudiare il fenomeno coi palloni più ampi e di 150^{mm} di diametro, onde evitare gli errori più sopra accennati. E codesti palloni mi obbligarono ad eseguire non poche altre esperienze.

(1) L'eccitatrice era piccolissima quando le due congiuntive erano insieme di 40 o 45^{mm}.

(2) Faccio notare che per le congiuntive 0^{mm} gli elettrodi dei rispettivi palloni erano a perfetto e mutuo contatto: tuttavia fra essi scorgevasi, ma forse non sempre, un lieve sprazzo di luce nell' istante della scarica.

a cagione di nuovi errori che si manifestarono, e che sono qui costretto, per lo meno di accennare.

Riunii adunque, per eseguir tali misure, il pallone congiuntivo V Fig. 2 agli altri due, IV e III, con un tubo di gomma a grosse pareti, il quale per comodità della disposizione dei palloni contava 75^{mm} di lunghezza, fra il bordo del rubinetto, e quello della branca corrispondente di un tubo di ottone a quattro vie, che serviva ad innestare i palloni al cannello. Gli altri due termometri vi erano invece uniti con 20^{mm} del medesimo tubo di gomma. Con tale apparecchio eseguii le mie esperienze consuete, che ripetei per lunghezze di congiuntive, prima crescenti e poscia decrescenti; ed i numeri seguenti rispondono alle medie di 5 misure per ciascun caso:

Tabella XIX.

Bottiglie 12: cariche 38.

Lunghezza congiuntiva nel pallone		Calore totale delle tre scintille
IV	V	
1	1	45,40
10	10	40,20
15	15	36, 8
20	20	37,50
25	20	38,85

Nuovi errori e correzioni — Questi risultati mostrano, che il calore delle tre scintille non è assolutamente costante, ma decresce un po' col crescere delle congiuntive: e perciò il fenomeno si appalesa diversamente da ciò che dalle precedenti esperienze si sarebbe potuto opinare. Questi risultati discordi dai precedenti, non poteva essere cagionato che da errore di esperienza, da ricercarsi forse in una ineguale azione dei palloni. Onde io per determinarla, successivamente misurai il calorico totale delle tre scintille, prima quando la congiuntiva era lunghissima nel pallone IV e brevissima nel V, e poi viceversa, quando era brevissima nel IV e lunghissima nel V: e le medie di 5 misure per ciascun caso sono trascritte qui di seguito:

TABELLA XX.

Bottiglie 12: cariche 38.

Lunghezza congiuntiva nel termometro		Calore delle tre scintille
IV	V	
40^{mm}	1^{mm}	41,5
1	40	34,1

Quindi chiusi il rubinetto dell' eccitatore [1], così da interrompere la sua comunicazione col cannello ad indice, col quale comunicavano allora i due soli congiuntivi, e poscia ripetei le precedenti misure ed ottenni, nelle medesime condizioni di dianzi, le medie seguenti:

TABELLA XXI.

Bottiglie 12: cariche 38.

Lunghezza congiuntiva nel termometro		Calore delle tre scintille
IV	V	C
40^{mm}	1^{mm}	54,0
1	40	48,2

Questi risultati, identici ai precedenti, valgono insieme a dimostrare che quando la scintilla è lunga nel termometro IV il calorico osservato è maggiore; e quando viceversa è lunga nel termometro V il calore è minore: e ciò indipendentemente dall' essere i due congiuntivi uniti o no con l' eccitatore. Laonde si conclude che la congiuntiva prodotta nel pallone V era meno efficace dell' altra: e siccome i tre palloni erano stati contemporaneamente riempiti di azoto secco, (il quale si faceva pervenire pel cannello di vetro, e quindi egualmente distribuire nei tre palloni) così doveva a rigore ritenersi essere essi riempiti di gas in identiche condizioni. Quindi la differente efficacia dei due palloni non

(1) L' eccitatore in questo caso seguitò a far parte del circuito elettrico.

poteva attribuirsi a diverse condizioni del gas, che li riempiva, ma doveva probabilmente essere originata dalla diversa lunghezza del tubo di gomma che li riuniva al cannello ad indice. Ed in questa idea ancora mi confortò l'osservazione fatta dal mio assistente, ing. Bracchi, il quale misurando le dilatazioni aveva notato, che quando si produceva una lunga scintilla nel pallone IV lo spostamento dell'indice era brusco e rapido; ed invece quando la lunga scintilla si produceva nel pallone V lo spostamento dell'indice era più lento e graduale. Dalle quali cose può ammettersi che la lunghezza del tubo di gomma di 75^{mm} che riuniva il pallone V agli altri, rendeva la dilatazione del gas di questo, meno efficace nel muover l'indice; sia perchè l'azoto incontrava maggior resistenza a muoversi nel lungo tubo di gomma, sia ancora, e più specialmente perchè alla dilatazione istantanea del gas succedeva quella del tubo di gomma, il quale così veniva ad ammozzarne in parte l'effetto sull'indice, che perciò si muoveva più lentamente, e si spostava di meno pel pronto raffreddamento del pallone. Per tali considerazioni riunii il pallone V al cannello indice con un medesimo tubo di gomma di soli 20^{mm} di lunghezza, come vi erano uniti gli altri, ed allora le dilatazioni relative ai due congiuntivi ritornarono perfettamente eguali fra loro e regolarissime. Dall'altro canto il pallone eccitatore aveva dato col termometro IV risultati perfettamente regolari, quindi potevano ritenersi i tre palloni essere in condizioni normali ed identiche.

Da queste lunghe e pazienti osservazioni si rileva chiaro non solo la necessità delle grandi diligenze che bisogna avere nelle misure termiche delle scintille, ma si scorge altresì la squisitezza e precisione del metodo adoperato, il quale perciò meritar può la massima confidenza.

Ulteriori ricerche sulle tre scintille — Veniamo ora a dire delle misure eseguite con questi tre nuovi termometri disposti come indica la fig. 2, ed uniti fra loro ed all'indice comune con tubi di gomma perfettamente eguali. Essi palloni furono riempiti di azoto secco, che vi perveniva dal cannello di vetro, dopo aver traversata una soluzione di potassa ed 8 o 10 tubi essiccanti (1).

(1) Per riempire i palloni di azoto si preparava questo gas in apposito gassometro per mezzo della combustione del fosforo, poi si faceva attraversare una soluzione di potassa ed 8

Le prime indagini che praticai ebbero per iscopo di determinare l'influenza della diversa lunghezza delle due congiuntive, sul calore totale della scarica, svolto da esse e dalla eccitatrice concomitante. Per la qual cosa in due serie di misure variai le lunghezze delle due congiuntive; nella prima decrescendole dalla massima alla quale potevano pervenire, fino alla lunghezza di 1^{mm} ciascuna; e nella seconda accrescendole di nuovo fino alla massima loro lunghezza possibile. Nella seguente tabella sono trascritte le medie di 5 misure per ciascun caso:

Tabella XXII.

Bottiglie 8 : cariche 30.

N. progressivo	Lunghezze congiuntive nel pallone		Calore totale		Medie $\frac{C+C_1}{2}$		Differenze da 33,60
	IV	V	I Serie C	II Serie C_1			
1	25	30	31,66(1)	32,90(2)	32,28		—0,03
2	25	25	34,28	32,86	33,57	media 33,60	—0,03
3	20	20	31,28	34,24	32,76		—0.08
4	15	15	32.16	34.74	33,45		—0.15
5	10	10	34,28	33,61	33,94		+0.34
6	5	5	33.18	31.78	32,48		—0.12
7	2	2	34.55	34,16	34,35		+0,75
8	1	1	34,86	34,44(3)	34,65		+1,05

Questa tabella è disposta come le precedenti; nel calcolo delle medie abbiamo escluso la misura 1, corrispondente ad una lunghezza somma delle congiuntive di 55^{mm}, giacchè in tali condizioni la scarica spesso non si verificava (4). La media degli altri valori tutti è 33,60 pel calore delle tre scintille: e se si considera l'ultima colonna delle differenze dei vari calori dalla detta

o 10 tubi ad U con cloruro di calce e pomice solforica. L'azoto così privato di umidità, di vapori fosforici e di acido carbonico si faceva entrare pel cannello di vetro *tt* (fig. 2) nei tre palloni, dai quali si faceva mercè cannelli di vetro, gorgogliare in soluzione acquosa di glicerina, e così poteva regolarsi e rendere eguale lo efflusso dello azoto in ciascuno dei tre palloni, e riempirli con gas in condizioni identiche.

(1) Lunghezza indice 230 mill.

(2) Idem 205.

(3) Idem 207.

(4) La scarica spesso mancava perchè gli estremi degli elettrodi dello eccitatore non si riusciva ad avvicinarli mai sufficientemente

media si vedrà esse essere assai piccole, sebbene le lunghezze delle congiuntive siano variate da 2^{mm} a 50, ossia nel rapporto di 1 a 25. Se inoltre si confronta la prima con l' ultima quantità di calore, svolto dalle tre scintille, corrispondente alle indicate lunghezze, si troverà che esso variò nel rapporto di 34,65: 33,57 ossia di 1 a 1,029: quale minima variazione deve attribuirsi ai piccoli errori inevitabili in simili indagini. Onde è che deve ritenersi anche costante il calore svolto dalla scarica per mezzo di tre scintille, ed indipendente dalle loro relative lunghezze (1).

Tuttavia non ancora contento di tai risultati volli riconfermarli con altre ricerche; e feci una doppia serie di misure alterne, con congiuntive, una volta di 1^{mm}, ed un' altra di 20^{mm} ciascuna; lunghezze le quali nelle precedenti misure avevano dato i valori termici i più disparati. Così misurai il calore delle tre scintille in tali circostanze ma alternamente, una volta cioè per lunghezza somma di congiuntive di 2^{mm}, ed un' altra di 40^{mm}. Le misure furono ripetute 5 volte per ciascun caso ed i risultati medii di esse sono i seguenti:

TABELLA XXIII.

Bottiglie 8: cariche 34.

Lunghezze congiuntive nei palloni		Num. d'ordine	Calore totale	Lunghezze congiuntive nei palloni		Num. d'ordine	Calore totale
IV	V		C	IV	V		C_1
1^{mm}	1^{mm}	1	51,64	20^{mm}	20^{mm}	2	52,60
		3	52,16			4	53,30
		5	51,22			6	53,52
		7	52,50			8	50,90
		9	51,08			10	52,42
		11	52,84			12	51,30
		13	49,97			14	51,48
		15	50,58			16	50,50
		17	48,70			18	49,84
		19	49,20			20	49,32
		media	50,95			media	51,52

(1) Sebbene in questo periodo del calore costante non mostrasi con grande evidenza il noto lieve *massimo*, pure esso fu dimostrato altrove con certezza sì pel caso di due, che di tre scintille.

Dai dati precedenti noi scorgiamo che la media generale delle 10 misure dei calori svolti (ultima linea) quando le congiuntive erano ciascuna di 1^{mm} fu di 50,95, e fu di 51,52 quando le dette lunghezze furono di 20^{mm} ciascuna: e le differenze di dette medie, corrispondenti ogni una a 50 misure alternate fu di 0,57, ossia di circa un centesimo del calor totale: differenza assolutamente inapprezzabile, e certamente minore non si sarebbe potuto sperare se si considerano le difficoltà che s' incontrano in questo genere di indagini. Laonde, e per queste e per tutte le altre molteplici ricerche analoghe noi possiamo ritenere come fatto sicuro:

« *Che la quantità di calorico prodotta da una data scarica,*
« *per mezzo di tre scintille è costante, qualunque sia la loro ri-*
« *spettiva lunghezza, purchè nessuna sia piccolissima.*

In quanto all' efficacia termica della scarica, anche qui notai che il calore prodotto dalla sola eccitatrice è minore di quello che si svolge da questa e da una o due congiuntive insieme. Così avendo coi soliti tre palloni grandi, alcune volte fatto produrre la sola eccitatrice, ed altre volte questa ed una o due congiuntive, ottenni i dati seguenti, medii di 5 misure per ciascun caso:

TABELLA XXIV.

Bottiglie 12: cariche 40.

Lunghezza congiuntiva nel termometro		Calore totale
IV	V	
0	0 (1)	21,38
1	0	29,10
1	1	32,14
2	2	32,78
5	5	31,15
10	10	31,68
15	15	30,88

Onde si scorge che il calore è minimo per una sola scintilla, cresce per due, e forse cresce ancora, sebbene un po' meno, per

(1) Gli elettrodi erano a contatto, pure nella scarica si produceva un piccolo sprazzo di luce.

tre scintille, prodotte da una medesima scarica; le quali piccole differenze sono, come già si disse, in intima relazione con una corrispondente variazione del calore della scarica interna.

Dopo questa lunga discussione, se noi facciamo astrazione dalle piccole oscillazioni notate nel calorico delle scintille, e se dall'altra parte, i risultati relativi o due o tre scintille li estendiamo ad un numero qualunque di esse, noi potremo enunciare la seguente legge:

La quantità di calore svolto dalla scarica di un condensatore, per mezzo delle scintille è indipendente dal loro numero e dalla lunghezza di ciascuna di esse, e non varia che con la quantità della carica e del suo potenziale.

Dalle esperienze del Riess si può stabilire, che il calore svolto dalla scarica è indipendente dalla resistenza del circuito; ma la differenza fra le mie esperienze e quelle del citato autore è bene evidente. Egli infatti misurava solo il calore svolto nei fili e trascurava quello generato dalla scintilla eccitatrice: io invece ho potuto con rigore, ridurre tutto il calore della scarica esterna, nelle scintille e misurarlo con esattezza.

Ed inoltre se noi consideriamo che la energia della scarica interna è in intima relazione con quella della esterna, come più volte ho fatto notare, noi potremo venire alla conclusione:

Che il calore svolto da una scarica di un dato condensatore dipende solo dalla quantità e dal potenziale della carica, e che esso calore si distribuisce fra l'interno e l'esterno del condensatore medesimo.

Riassunto. — Prima intanto che io metta termine a questa lunga Memoria è bene che io riassuma in breve le cose dette.

Le mie esperienze, sul calore svolto dalla scarica, per mezzo delle scintille elettriche furono eseguite con un termometro eccitatore, ed uno o due termometri a scintilla; i quali per mezzo di tubi di gomma perfettamente eguali, comunicavano fra loro e con un cannello di vetro ad indice di glicerina ed acqua, così da formare, come un solo termometro con un solo indice. Essi facevano parte di un unico circuito, il quale per mezzo di contatti a mercurio si univa, al momento della scarica, ad una batteria opportunamente caricata; quindi smuovendo la branca del termo-

metro eccitatore si promuoveva la scarica; le scintille balenavano nei palloni ed il calore totale da esse svolto si misurava dallo spostamento dell' indice.

Con questo apparecchio le esperienze furono ripetute moltissime volte, ed i risultati, tutti fra loro assai concordi, condussero a due serie principali di conclusioni: quelle cioè relative ad una o due scintille, e quelle risguardanti tre scintille. E siccome le conclusioni circa una o due scintille hanno analogia e dipendenze grandi con quelle, già altravolta investigate da me, intorno alla lunghezza loro, così ai risultati relativi al calore porrò a riscontro quelli risguardanti le dette lunghezze.

Calore somma di una o due scintille.

1° Quando nel circuito si produce la sola eccitatrice, il calore da essa svolto raggiunge un lieve minimo.

2° Quando, oltre l' eccitatrice si produce nel circuito una congiuntiva brevissima (frazione di millimetro) il calore totale delle due scintille raggiunge un lieve massimo.

3° Quando nel circuito, oltre l' eccitatrice, si produce una congiuntiva che non sia brevissima, e che può accrescersi fin quasi al limite della distanza esplosiva, il calore totale delle due scintille è, con grandissima approssimazione, costante, ed è compreso fra i valori minimo e massimo precedentemente indicati.

Lunghezza di una o due scintille.

1° Quando nel circuito si produce la sola eccitatrice, la sua lunghezza è un minimo.

2° Quando, oltre l'eccitatrice, si produce nel circuito una congiuntiva brevissima (generalmente frazione di millimetro) la lunghezza somma delle due scintille raggiunge un massimo.

3° Quando nel circuito, oltre l' eccitatrice, si produce una congiuntiva che non sia brevissima, e che può accrescersi fin quasi al limite della distanza esplosiva, la lunghezza somma delle due scintille è, con grandissima approssimazione, costante ed è compresa fra i valori minimo e massimo precedentemente indicati.

4° Il calore totale di due scintille congiuntive, di lunghezza somma costante è costante, pur variando comunque le loro rispettive lunghezze.

5° Laonde il calore svolto dalle scintille congiuntive è proporzionale alla loro lunghezza; e forse la temperatura ne è indipendente.

6° Nel periodo del calore somma quasi costante (N. 3) rilevasi un lieve *massimo*, quando la congiuntiva raggiunge una lunghezza presso a poco eguale alla eccitatrice.

6° Nel periodo delle lunghezze somme quasi costanti (N. 3) rilevasi un lieve *minimo*, quando la congiuntiva raggiunge una lunghezza presso a poco eguale alla eccitatrice.

E qui scorgesi che il lieve massimo del calore coincide col lieve minimo della lunghezza somma delle due scintille.

7° Questo lieve massimo di calore è esclusivamente dovuto alla eccitatrice, perchè due sole congiuntive non lo presentano (N. 4); e forse la eccitatrice, nell' accorciarsi in quei dati limiti, aumenta un po' di diametro.

8° Quando, oltre la congiuntiva, si produce nel circuito una eccitatrice brevissima, il calorico prodotto da ambedue raggiunge un lieve massimo.

7° Questo lieve minimo è naturalmente dovuto all' eccitatrice che in quelle date circostanze s' accorcia un po' più che l' accrescimento della congiuntiva non esigerebbe.

8° Quando, oltre la congiuntiva, si produce nel circuito una eccitatrice brevissima, la loro somma raggiunge un massimo.

9° Questi massimi di calore per effetto di scintilla brevissima coincidono con una diminuzione della scarica interna dei condensatori.

9° Questi massimi della lunghezza somma delle due scintille, per effetto di una di esse brevissima, coincidono con una diminuzione della scarica interna dei condensatori.

Le conclusioni relative al calore generato da tre scintille, una eccitatrice e due congiuntive, prodotte da una medesima scarica si riassumono nelle seguenti proposizioni:

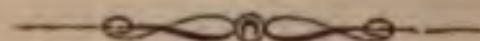
1° Il calore generato da una sola eccitatrice è un lieve minimo; quello generato da una eccitatrice ed una congiuntiva è un po' maggiore; ed è anche forse maggiore quello generato da una eccitatrice e da due congiuntive, quand' anche queste ultime non sieno piccolissime.

2° Il calore totale svolto da tre scintille è pressochè costante, pur variando in un modo qualunque le loro rispettive lunghezze.

3° In questo periodo del calore quasi costante, si manifesta un lieve massimo, quando le tre scintille sono presso a poco di eguali lunghezze.

Ed estendendo le proprietà trovate per due o tre scintille ad un maggior numero di esse, e facendo astrazione dalle lievi perturbazioni accennate, ed in intima relazione con le scariche interne, potremo anche dire che

4° La quantità di calorico svolto dalle scintille esterne di un condensatore è indipendente dal loro numero e dalle loro lunghezze relative, e non dipende che dal potenziale e dalla carica del condensatore.



SUL CONTEGNO DI ALCUNE CALAMITE PERMANENTI IN PRESENZA DELLE LORO ÀNCORE; RICERCHE SPERIMENTALI DI E. FOSSATI (1).

Si armarono di nuovo e si lasciò effluire l'acqua gocce a gocce sino ad ottenere una trazione tre quarti circa di quella voluta a strappar l'àncora nelle prove precedenti. L'efflusso durò così

(1) *Continuazione e fine.* Vedi pag. 158.

per 4 giorni, il rimanente pel distacco dell'àncora pochi minuti primi; il che deve sottintendersi per le successive prove.

I resultati sono:

	A″	B″
Cs.	66	?
Ps.	662	510
Ct.	117	90
Cp.	34	33.

Il magnetismo che scompare allo strappo è pressochè costante sia caricando l'àncora, durante tutto il tempo del contatto, sia solo alla fine. Anche il permanente non subì che leggerissime variazioni nella quantità e distribuzioni. Per conseguenza rimase all'incirca costante il peso per lo strappo in ogni caso.

Furono smagnetizzate di nuovo coll'azione del fuoco, temprate e calamitate a $^3/_4$ circa della saturazione, indi abbandonate a sè, la A″ per 7 giorni, la B″ per 25.

La A″ diede:

Ct. 126 Cp. 42.

Armata e strappando subito:

Cs. 66 Ps. 680 Ct. 126 Cp. 42.

Id. id. dopo 6 giorni

Cs. 66 Ps. 715 Ct. 129 Cp. 42.

Id. id. aumentando gradatamente il carico per 6 giorni fino a grammi 700:

Cs. 66 Ps. 736 Ct. 130 Cp. 42.

Risultati analoghi ai precedenti. È solo a notarsi un leggerissimo aumento nel magnetismo che rimane nella calamita dopo il contatto prolungato dell'àncora, sia caricandola in questo frattempo che no; ed in corrispondenza ad esso un debole aumento nel peso di strappo.

E la B″: Ct. 126 Cp. 44 e strappando subito dopo: Cs. 81 Ps. 850 Ct. 126 Cp. 45.

Armata di nuovo e strappando:

Cs. 81 Ps. 840 Ct. 126 Cp. 45.

Rimessovi l'àncora a contatto e disarmata dopo 12 giorni:

Cs. 81 Ps. 845 Ct. 126 Cp. 43.

Armando e ripetendo subito lo strappo:

Cs. 81 Ps. 835 Ct. 123 Cp. 43.

Idem, e dato all'àncora un peso crescente per 12 giorni fino a grammi 800:

Cs. 81 Ps. 835 Ct. 124 Cp. 45.

E ripetendo il distacco non appena di nuovo armata:

Cs. 81 Ps. 830 Ct. 123 Cp. 44.

I resultati sono concordi con quelli avuti poc'anzi colla A'. Nè si hanno sensibili variazioni operando due distacchi l'uno immediatamente dopo l'altro in ogni caso.

Le calamite A' B' già adoprate, furono arroventate, temprate e magnetizzate a saturazione; indi tenute senz'àncora per 7 giorni. Provate diedero:

La A': Ct. 150 Cp. 32 e la B' Ct. 195 Cp. 45.

Armata e levata l'àncora subito dopo, per la A': Cs. 82 Ps. 565 Ct. 150 Cp. 33.

per la B': Cs. 84 Ps. 905 Ct. 198 Cp. 45.

Ancorando ed immediatamente strappando:

per la A': Cs. 82 Ps. 570 Ct. 151 Cp. 31

per la B': Cs. 84 Ps. 1050 Ct. 156 Cp. 36.

La B' venne armata di nuovo indi strappando si ebbe:

Cs. 84 Ps. 990 Ct. 156 Cp. 36.

Armate ambedue e dato all'àncora un peso crescente per 12 giorni fino a grammi 490 per la A'; a gr. 720 per la B' indi strappando, si ebbe:

per la A': Cs. 82 Ps. 600 Ct. 150 Cp. 32
per la B': Cs. 84 Ps. 1060 Ct. 154 Cp. 37

Replicato per la B' il contatto e lo strappo:

B' : Cs. 84 Ps. 990 Ct. 156 Cp. 36.

Nella A' si mantennero in ogni caso all'incirca invariabili il suo magnetismo permanente, quello di reazione, e la portata. La B' subì un sensibile indebolimento allo strappo dell'àncora effettuato subito dopo il primo; nondimeno non scemò la sua portata, epperò è molto probabile che qui c' entri qualche errore d'osservazione. Mantenne in seguito inalterato il suo magnetismo permanente e quello di reazione. L'effetto del carico crescente per 12 giorni produsse un leggero aumento nella orientazione molecolare nella magnete, ed in corrispondenza ad esso un piccolo accrescimento nella forza per distaccare l'àncora; dopo di che conservò quasi inalterata la sua forza e portata.

Da queste ultime prove e dalle antecedenti ci par quindi di poter concludere che in generale il peso massimo di cui è capace una calamita rimane sensibilmente lo stesso, sia caricandola in pochi secondi, sia impiegandovi dei giorni; che in ambo i casi non verificasi nessun sensibile accrescimento nella orientazione delle sue molecole durante il tempo del contatto dell'àncora, sia poi questa o sola o gradatamente caricata. Che se talora qualche variazione si verifica in più od in meno nella attitudine della calamita a reggere pesi, essa fu in generale accompagnata da una rispettiva variazione nello stesso senso, nella sua polarità magnetica tanto ad àncora libera che caricata, e pel caso di aumenti in più, questi non differenziano tra loro nelle or dette due condizioni dell'àncora stessa. Ciò che può operare sulla calamita nel senso di determinare una modificazione nel suo stato magnetico è dunque la sola àncora, ed in corrispondenza a tali modificazioni variar deve proporzionalmente la sua portata. Inutile aggiungere che in tal modo non avrebbe ragione di essere anche una supposta condensazione magnetica ai poli.

Ci si potrebbe opporre che le conclusioni nostre derivino dal non aver tenute armate le calamite e progressivamente caricate per un tempo sufficientemente lungo. Ma sarebbe questa una semplice questione di tempo, la quale altro non implicando che variazioni puramente quantitative nei resultati, il periodo, che in

molte prove salì perfino a 12 giorni, avrebbe pur dovuto ugualmente bastare a rendere manifesta una spiccata tendenza delle calamite al rinforzo, quando un tal fatto fosse conforme a verità; il perchè siamo invece autorizzati a fondatamente sospettare che i pretesi rinvigorimenti e talora tali da triplicare perfino la forza traente della calamita, sieno molto problematici, per non dire affatto illusori. E con essi per conseguenza i notevoli indebolimenti per un brusco distacco dell'àncora operato di poi. Nè terrebbe l'altra obbiezione dell'aver noi bensì oprata una trazione lenta e progressiva, ma non come viene insegnato coll'aggiungere giorno per giorno un piccolo peso al secchio dell' àncora, cioè crescente a lunghi intervalli di tempo, e non continuata come l'abbiamo esercitata collo sgocciolio dell'acqua, nel modo sopradescritto, per poi continuarla prestamente onde avere il distacco. Ma ancor qui non sappiam vedere il perchè anche col caricare la magnete meno lentamente di quel che è prescritto, questa non abbia ciò non ostante a subire qualche rinforzo; è sempre una questione di quanto e non d'altro. Se la portata massima della magnete oggi è P e solo all' indomani è $P+p$, si dovrà ammettere che l'aumento p sia nato gradatamente, e che se in tal frattempo fosse stato gradatamente applicato all'àncora e continuamente, sarebbe pur stato ugualmente sostenuto. Si dirà che il peso che facemmo crescere nelle nostre prove gradatamente, non era il massimo che la magnete poteva sostenere: questo è vero, ma primieramente osserviamo che non è prescritto che il peso atto a nutrire la calamita sia il massimo di cui essa è capace per intraprenderne l' accrescimento graduale; secondariamente, che pur a cominciare da un peso minore del massimo, un qualche rinforzo avrebbe pur dovuto egualmente manifestarsi. Infatti: sia P la portata massima della calamita in un dato istante, e $P+p$ quella che giusta la teoria del rinforzo dovrebbe possedere subito dopo 24 ore. Trascorso il primo periodo di 12 ore la sua portata sarà $P+p/2$, ma essa è carica di solo P e nondimeno, dopo altre 12 ore la sua portata è di $P+p$. Dunque anche con un peso P minore della sua portata massima $(P+p/2)$ essa può raggiungerne una maggiore di questo $(P+p)$. In base a ciò se oggi caricheremo una magnete con un peso anche minore di quello che può portare, coll'andar del tempo essa dovrà trovarsi in grado

di reggerne uno maggiore. Invece abbiamo veduto che nulla di ciò si è in modo distinto verificato. Osserveremo infine che se la reazione magnetica dell'àncora aumentasse in ragione della forza di trazione esercitata su di essa, con un galvanometro così sensibile come quello da noi impiegato, tirando l'àncora senza distaccarla, avrebbesi pur dovuto avvertire un qualche movimento nell'ago, mentre invece esso rimane sempre e perfettamente immobile (1).

Le calamite A, B; A', B', già adoprate furono ridotte a metà lunghezza, indi nuovamente temprate, magnetizzate e lasciate senza àncora per tre giorni. Le chiameremo *a*, *b*; *a'*, *b'*. La stessa riduzione di lunghezza fu eseguita anche nelle rispettive àncore.

Valori ottenuti colle *a*, *b*.

a : Ct. 70 Cp. 35
b : Ct. 80 Cp. 30.

Armate togliendo l'àncora:

a : Cs. 75 Ct. 70 Cp. 35
b : Cs. 85 Ps. 442 Ct. 82 Cp. 30.

Id. id. e strappando dopo 6 giorni per la *a*, e dopo 8 per la *b*.

a : Cs. 80 Ct. 75 Cp. 30
b : Cs. 83 Ps. 431 Ct. 80 Cp. 30.

Id. id. per la sola *b* ma strappando subito:

b : Cs. 85 Ps. 430 Ct. 80 Cp. 30.

Id. id. per la sola *a*, e strappando dopo 10 giorni:

a : Cs. 80 Ct. 75 Cp. 30.

Alla *b* si diede durante 10 giorni un carico continuo crescente fino a 360 grammi, indi lasciata con questo peso ancora per un giorno e poi sperimentata:

b : Cs. 80 Ps. 419 Ct. 80 Cp. 30

(1) Per queste prove abbiamo messo l'istrumento in condizione di massima sensibilità, tenendo la calamita direttrice in modo che i suoi poli e quelli dell'ago volti da una stessa parte fossero gli omonimi, ed a conveniente distanza fra loro; inoltre il cannocchiale di lettura a 6 metri e più di distanza.

e rimessa l'àncora per strapparla subito:

b : Cs. 80 Ps. 420 Ct. 80 Cp. 30

Valori ottenuti colla *a'*, *b'*.

a' : Ct. 95 Cp. 35
b' : Ct. 110 Cp. 35.

Munite di àncora e di subito private:

a' : Cs. 80 Ct. 95 Cp. 35
b' : Cs. 130 Ps. 582 Ct. 110 Cp. 35.

Id. id. e strappando dopo 8 giorni dalla *a'* e dopo 10 dalla *b'*:

a' : Cs. 100 Ct. 95 Cp. 35
b' : Cs. 132 Ps. 600 Ct. 105 Cp. 35.

Rimessa l'àncora alla *b'* e tolta subito:

b' : Cs. 130 Ps. 580 Ct. 100 Cp. 30.

Id. id. strappando dopo 8 giorni, nel quale frattempo si caricò l'àncora con peso continuato e crescente fino a grammi 400:

b' : Cs. 135 Ps. 595 Ct. 110 Cp. 35.

Armando ed operando subito lo strappo:

b' : Cs. 135 Ps. 590 Ct. 110 Cp. 35 (1).

Ispezionando questi numeri non si vede nulla da aggiungere a quanto più sopra abbiamo notato.

Le stesse calamite colle rispettive àncore furono ridotte ancora a metà lunghezza. Si magnetizzarono di nuovo ed a saturazione indi si tennero disarmate per 48 ore. Attesa la scarsa lunghezza delle loro branche (17^{mm} per le *a*, *b*; di 25^{mm} per le *a'*, *b'*) per cui erano per la metà circa coperte dai rocchetti, e stante ancora la loro poca forza attrattiva, non si diede loro altro carico che quello della loro àncora: epperò non si valutò il peso dello strappo. Abbiamo veduto del resto la nessuna influenza del carico.

(1) Come si scorge dai quadri non si valutò il peso dello strappo per la *a* ed *a'*.

Per distinguerle le chiameremo: α, β; α', β'.
Risultati ottenuti colle α e β

α : Ct. 20 α' : Ct. 25.

Ancorate e strappando immediatamente:

α : Cs. 65 Ct. 20 α' : Cs. 75 Ct. 25.

Id. id. dopo 8 giorni e ripetendo lo strappo

α : Cs. 66 Ct. 19 α' : Cs. 82 Ct. 22
α : Cs. 65 Ct. 19 α' : Cs. 75 Ct. 22.

Smagnetizzate col calore, temprate e di nuovo magnetizzate, indi lasciate senz'àncora per un giorno e provate:

α : Ct. 22 α' : Ct. 30.

Armate e strappando subito:

α : Cs. 70 Ct. 22 α' : Cs. 80 Ct. 30.

Id. id. e tolta l'àncora dopo 8 giorni e rinnovando lo strappo:

α : Cs. 71 Ct. 21 α' : Cs. 87 Ct. 27
α : Cs. 70 Ct. 20 α' : Cs. 75 Ct. 28.

E colle β, β' :

β : Ct. 20 β' Ct. 25.

Ancorate e strappando subito e ripetendo lo strappo:

β : Cs. 55 Ct. 20 β'. Cs. 60 Ct. 25
β : Cs. 55 Ct. 20 β'. Cs. 60 Ct. 25.

Rimessa l'àncora e lasciatavela per 8 giorni indi strappando e ripetendo lo strappo due volte:

β : Cs. 65. Ct. 17 Cs. 55 Ct. 17 Cs. 55 Ct. 17.

La β' cadde al suolo, e per essa non si presero misure.

Distrutto di nuovo il magnetismo delle $\beta\beta'$ per opera del calore, rinnovatane la tempra e la magnetizzazione, e tenute senz'àncora per un giorno:

β : Ct. 25 β'. Ct. 25.

Munite di àncora e strappando subito dopo, due volte di seguito:

β : Cs. 60 Ct. 25	β' : Cs. 62 Ct. 26
β : Cs. 60 Ct. 25	β' : Cs. 60 Ct. 25.

Id. id. ed operando tre distacchi successivi dopo 10 giorni:

β : Cs. 62 Ct. 22	β' : Cs. 67 Ct. 23
β : Cs. 55 Ct. 20	β' : Cs. 60 Ct. 22
β : Cs. 55 Ct. 20	β' : Cs. 60 Ct. 23.

Di nuovo scalamitate, temprate e magnetizzate come prima, s' ebbero dopo che rimasero senz' àncora per 2 giorni, i seguenti resultati:

β : Ct. 20 β' : Ct. 25.

Ancorando, strappando e ripetendo lo strappo:

β : Cs. 60 Ct. 20	B' : Cs. 67 Ct. 25
β : Cs. 60 Ct. 20	B' : Cs. 67 Ct. 25.

Id. id. dopo 8 giorni, e ripetendo lo strappo due volte:

β : Cs. 65 Ct. 18	β' : Cs. 68 Ct. 25
β : Cs. 57 Ct. 17	β' : Cs. 66 Ct. 24
β : Cs. 57 Ct. 17	β' : Cs. 65 Ct. 24.

Prove analoghe si fecero con quattro altre calamite a'', b''; a''', b''' le prime due dell' acciaio Q delle $\alpha\beta$, e delle stesse dimensioni, le altre uguali per dimensioni e qualità (acciaio Q') delle $\alpha'\beta'$. Si esperimentarono dapprima le a'', a''', a cui diedesi la metà circa del magnetismo necessario alla saturazione, ed in seguito tenute senza àncore per 24 ore:

a'' : Ct. 12 a''' : Ct. 25.

Armate e strappando subito:

a'' : Cs. 55 Ct. 12 a''' Cs. 70 Ct. 25.

Id. id. dopo otto giorni e replicando:

a'' : Cs. 62 Ct. 10 a''' : Cs. 77 Ct. 22.
a'' : Cs. 55 Ct. 10 a''' : Cs. 70 Ct. 21.

Magnetizzate a saturazione e tenute disarmate un giorno:

a'' : Ct. 20 a''' : Ct. 40.

Ancorate e distaccando:

a'' : Cs. 75 Ct. 20 a''' : Cs. 125 Ct. 40

Id. id. strappando dopo 8 giorni e replicando:

a'' : Cs. 71 Ct. 20 a''' : Cs. 123 Ct. 38
a'' : Cs. 72 Ct. 20 a''' : Cs. 122 Ct. 37.

E le b'', b''' a cui venne dato il magnetismo a saturazione ed abbandonate a sè senz'àncora per 2 giorni:

b'' : Ct. 25 b''' : Ct. 35.

Armate e strappando subito:

b'' : Cs. 75 Ct. 25 b''' : Cs. 105 Ct. 35.

Id. id. strappando dopo 8 giorni e ripetendo una volta:

b'' : Cs. 77 Ct. 20 b''' : Cs. 107 Ct. 32
b'' : Cs. 67 Ct. 20 b''' : Cs. 97 Ct. 30.

Risulterebbe da queste prove che le calamite non soffrono indebolimento di sorta per lo strappo anche ripetuto delle loro àncore effettuato subito dopo la loro costruzione, e che all'incirca costante rimane il magnetismo che l'àncora vi induce col contatto. Tenute armate per giorni la corrente di strappo e quindi il magnetismo temporario subisce, meno pochissime eccezioni, un semplice aumento, mentre resta di poi quasi sempre indebolito quello permanente. Un successivo distacco dell'àncora dà una indotta minore di prima e generalmente anche inferiore a quella che si aveva per un primo ed anche replicato distacco avanti l'azione prolungata dell'àncora. Il loro magnetismo permanente diventa

quasi sempre minore di quello che possedevano avanti di risentire la or detta azione. Si comportano adunque in maniera un po' diversa da quelle più lunghe adoperate prima, potendosi dire che per esse (le corte) un prolungato contatto dell'àncora determina un sensibile aumento nella orientazione magnetica delle loro molecole.

Potrebbesi sospettare che il maggior valore che costantemente assume la corrente di strappo dopo che le magneti rimasero lungamente armate, dovesse ascriversi a quella parte di magnetismo permanente che si trova di poi mancante in esse dopo lo strappo, anzichè ad accresciuta e temporanea orientazione delle molecole loro; ma se ciò fosse, dovrebbe il notato indebolimento nel magnetismo permanente verificarsi ancora in una calamita quando la si priva bruscamente della propria àncora non appena effettuato il contatto; il che non succede come più sopra abbiamo veduto. In altre parole: se il magnetismo di reazione che nasce nella calamita nell'istante in cui viene armata rimane invariabile dopo un dato numero di giorni, dovrebbesi avere di poi una corrente di strappo uguale a quella che si ha togliendo l'àncora appena fatto il contatto, e come in questo caso nessuno svigorimento nella orientazione permanente della magnete. Il che non è. Dunque l'accrescimento nella suddetta corrente devesi necessariamente attribuire, oltrechè a quella parte di magnetismo permanente che scompare allo strappo, ancora ad un aumento in quello di reazione che svanisce insieme al primo. Possiamo dunque dire che tenendo armata una calamita a branche di piccola lunghezza, la reazione dell'àncora induce in essa un aumento nel suo magnetismo, quindi anche nella portata, che ne è come sappiamo una diretta conseguenza; e senza bisogno di caricarla. Ma ancor qui il rinforzo che si verifica, e per la sua grandezza e per quella del tempo che abbiamo concesso all'àncora perchè dispieghi la sua influenza è ben lontano dal farci credere che esso possa crescere quasi indefinitamente, come da molti si è voluto asserire.

Resta a spiegare il perchè delle differenze notate nel modo di comportarsi delle magneti, dipendenti dal grado di lunghezza delle loro branche.

Su ciò un po' di luce la potrebbe forse gettare il fatto, che un'azione magnetizzante che cominci rapidamente per cessare

lentamente, produce in un nucleo magnetico la massima possibile orientazione; la minima nel caso contrario [1], e che la differenza nei due casi riesce tanto più spiccata *ceteris paribus* quanto più grandi sono le dimensioni trasversali della sbarra rispetto alla sua lunghezza [2]. Che anzi, se la sbarra sarà molto corta, un'azione smagnetizzante rapida potrà comunicare tale una velocità iniziale alle sue molecole, da ricondurle non solo nella posizione corrispondente al loro stato neutro, ma fargliela oltrepassare, sicchè rimanga di poi invertita la loro orientazione [3]. Fatto codesto di inerzia molecolare, che trova riscontro in un altro analogo, manifestato in talune circostanze dalle molecole dei corpi coibenti elettrizzati [4].

Ora noi possiamo considerare l'àncora di una calamita come un'azione magnetizzante, nell'atto che vien posta in contatto con essa o tolta; lenta o rapida, secondo la velocità con cui l'àncora stessa vien mossa. Azione magnetizzante istantanea, debole sì ma pur sempre tale ancor quando essa essendo già attaccata ai poli della magnete, vien questa soggetta a scuotimenti meccanici od a variazioni nella sua temperatura. Laonde fino a che la magnete armata non risentirà di tali influenze, l'àncora altro effetto non spiegherà su di essa che quello di conservare il suo magnetismo, mentre potrà benissimo operare nel senso di aumentarlo un tal poco coll'intervento delle suddette circostanze. Le quali potranno anche non sensibilmente operare su calamite lunghe, ma molto probabilmente nel senso or dichiarato, su quelle a branche corte per le ragioni or dette. Stando così le cose, dovrassi verificare sempre un qualche aumento nel magnetismo temporario di una calamita a branche corte e grosse tenuta armata per lungo tempo, e ciò è appunto quanto abbiamo verificato più sopra. Un brusco distacco dell'àncora, effettuato di poi, sarà un'azione smagnetizzante rapida, percui sempre in relazione ai surricordati principi dovrà la magnete e più di un'altra a branche di maggior lunghezza ed ugualmente grosse, risentire l'effetto di tale operazione tendente

(1) Righi. *Contribuzioni alla teoria della magnetizzazione dell'acciaio.* Bologna 1880. G. Cantoni *R. I. Lombardo.* Luglio 1872. Villari *N. Cimento* 1864.

(2) Righi l. c.

(3) Righi e Waltenhofen, l. c.

(4) G. Cantoni. *Quistioni di elettrologia.* Pavia 1869.

a disorientare le sue molecole; onde non potrà esservi seria difficoltà ad ammettere, che queste abbiano per tal fatto ad assumere poscia una posizione di equilibrio stabile corrispondente ad una orientazione permanente, minore di quella che possedevano avanti di essere state lungamente armate. In tal modo anche il fatto più sopra constatato di uno svigorimento nel magnetismo permanente nelle calamite corte per lo strappo dell'àncora dopo un contatto prolungato, troverebbe plausibile spiegazione. Nè vi sarebbe di ostacolo il fatto che se da tali calamite si strappi l'àncora appena armata, non risente indebolimento di sorta il loro magnetismo permanente siccome risultò dalle esperienze sopra esposte, perchè l'efficacia di una azione smagnetizzante non solo dipende dalla rapidità con cui questa comincia, ma dalla sua grandezza (1). Or quando dopo alcuni giorni si toglie bruscamente l'àncora dalle dette calamite, trovandosi esse di possedere una quantità di magnetismo superiore a quella che avevano appena armate, l'operazione or detta costituendo per tal fatto un'azione smagnetizzante più intensa di prima, dovrà oprare più energicamente nel senso di indebolirle.

Le conclusioni sperimentali e teoretiche a cui siamo giunti, saranno applicabili a calamite d'acciaio a ferro di cavallo, diverse per figura e dimensioni da quelle adoperate, non escluse quelle a fascio?

Non vediamo ragioni perchè ciò non si possa asserire, epperò pur riconoscendo nella sola esperienza l'unico mezzo per rispondere categoricamente, crediamo non ostante di male non apporci nel riconoscere suscettibili della sopra questionata estensione le resultanze avute (2).

(1) G. Cantoni. *R. I. Lombardo*, ed A. Righi loc. cit.

(2) In una calamita, la massa dai poli alla curvatura, deve giusta le leggi dell'inerzia oprar per l'appunto nello scemare la velocità della smagnetizzazione delle sue parti più vicine all'àncora nell'atto in cui questa viene strappata, e conseguentemente ancor quella di tutte le altre. Perocchè, tutti gli elementi magnetici non potendo risentire contemporaneamente l'azione smagnetizzante del distacco dell'àncora, incominceranno a perdere della loro orientazione dopo un tempo finito tanto più grande, quanto più lontani dalle estremità polari. (Vedi i risultati avuti da Donati e Poloni sulla propagazione dello stato magnetico nel *N. Cimento* 1875), onde quelli a queste più vicini, non potranno assumere la posizione corrispondente al loro stato magnetico permanente, se prima non l'avranno acquistata tutti gli altri, i quali, venendo alla lor volta influenzati dalla rea-

zione dei primi, oscillanti, attorno alla loro posizione d'equilibrio, pur essi soffrire dovranno un analogo ritardo. Riescirà pertanto impossibile alle molecole di una calamita, specialmente quelle in vicinanza ai poli, e molto più se la lunghezza delle sue branche sarà eccessiva rispetto alle dimensioni trasversali, di assumere notevole velocità iniziale nel disorientarsi pur quando venga privata dell'àncora bruscamente allo scopo di ottenere un'azione smagnetizzante rapida; epperò il magnetismo permanente che resterà di poi in essa, sarà pressochè uguale a quello, che si avrà oprando il distacco con lentezza; mentre che vi sarà una differenza, e tanto più spiccata, quanto più corte saranno le sue branche. E ciò è quanto abbiamo per lo appunto rimarcato nelle sopra citate esperienze. La massa della calamita opererebbe in ogni caso, benchè più o meno efficacemente, in modo analogo al volante di una motrice a vapore: questo, coll'impedire i bruschi cambiamenti di velocità nelle diverse parti della macchina, quella nella velocità di disorientamento nelle sue molecole. E ciò deve dirsi per qualsiasi azione smagnetizzante, come p. es., benchè meno sentitamente, quella di un'elica voltaica in cui si interrompa la corrente eccitatrice dentro cui si trovi la massa magnetica che si considera o questa sia posta di fuori di fronte alla prima. „ La coppia magnetizzante che agisce sopra una molecola dopo che „ la forza esterna ha cessato di agire — la quale è dovuta all'azione delle altre mole- „ cole — prosegue in certo modo l'azione di questa, e tanto più quanto più la sbarra „ è di forma allungata — Vedi A. Righi, *Contribuzioni alla teoria della magnetizza-* „ *zione dell'acciaio,* Bologna 1880 „. Di qui la norma seguita dai costruttori di motori elettrici di ridurre alle più piccole dimensioni possibili i pezzi magnetici sottoposti a successive inversioni di polarità, perchè queste potendo allora effettuarsi in piccolo spazio di tempo, il rendimento del motore riesce d'assai aumentato. Di qui ancora l'uso di quelle masse magnetiche con cui si circondano le elettro-calamite nei cronografi che negli arsenali servono alla misura della velocità dei proiettili, e di altri fatti analoghi, quale ad esempio quello osservato dal Sinsteden (*Annalen der Physik und Chemie von J. Poggendorff* 1854), per cui il tempo impiegato dall'àncora di una calamita sia permanente che temporaria a risentire la massima induzione quando si opera il contatto, aumenta colla massa dell'àncora, sebbene sia valutabile in ogni caso a frazione di minuto secondo; e quello avvertito ancora dal Sandoz (*Comptes Rendus de l'Acad. des Sc.* vol. 80, 1875) che le calamite Jamin di qualunque dimensione non soffrono variazioni di sorta nella loro forza, sia tenuta armata che no, sia strappando l'àncora che togliendola dolcemente facendola scorrere sui poli, il che probabilmente succede per opera di quelle masse di ferro dolce da cui sono circondate le loro estremità polari ec. ec.

Ed a proposito del ritardo che dovrebbe verificarsi nella scomparsa del magnetismo da una sbarra magnetica rettilinea, allorchè essendo essa circondata da un'elica voltaica s'interrompa rapidamente la corrente che circola in questa, esso dovrebbe, in merito alle suddette considerazioni, manifestarsi più spiccato quando la sbarra anzichè trovarsi avvolta dal reoforo stesso per tutta la sua lunghezza, la sia per una parte sola, e tanto più quanto questa sarà piccola rispetto alla lunghezza totale. Il che è quanto ebbe per l'appunto a verificare il Beetz usando nuclei magnetici di ferro dolce (*Biblioteque Universelle de Geneve*, tom. 5. 1859) e noi pure non solo col ferro, ma ancora con acciaio dolce e temprato. Il perchè non crediamo inutile di qui brevemente esporne i resultati ottenuti, subito che avremo detto in succinto del metodo impiegato per la esecuzione delle relative esperienze.

La corrente di una pila a sei coppie di Daniell in tensione, passa per un reostato a soluzione satura di solfato di zinco con elettrodi amalgamati di questo metallo, ed in condizione di poter essere avvicinati od allontanati fra loro; indi per il filo grosso di un rocchettino ad induzione e per un interruttore speciale che ora descriveremo; finalmente per una bussola reometrica. Il filo grosso del rocchetto ha un millimetro di diametro e forma due strati su di un tubo di legno fesso e di piccolissimo spessore, quello sottile una ventina, ed è grosso 3 decimi di millimetro. Questo è in comunicazione coll' interruttore e con un galvanometro a riflessione, lo stesso delle esperienze precedenti, il cui cannocchiale di lettura è a tre metri circa dallo specchio. Il diametro interno del rocchetto è di due centimetri, la lunghezza coperta dai fili di otto. Nel suo vano si potevano introdurre volta a volta ed a seconda del bisogno, dei cilindri di ferro, di acciaio dolce, e di acciaio temprato, tre di ciascuna specie aventi tutti lo stesso diametro di millimetri 18, ma uno della lunghezza di 8 centim; uno di 14, l' altro di 23; i più corti rimanevano quindi totalmente coperti dalla lunghezza attiva del rocchetto, quelli di lunghezza media ne emergevano da un lato per 6 centim., i più lunghi di 15. Non potendo avere a disposizione il delicatissimo interruttore galvanico del Felici (Vedi per la descrizione di tale ingegnosissimo istrumento, e per le importantissime leggi di elettro-magnetismo scoperte dall' autore: *N. Cimento* 1874, fasc. di Settembre, Novembre, Dicembre, e 1875 fasc. di Giugno) dovetti improvvisarne uno alla meglio. Nei limiti delle mie ricerche esso funziona con sufficiente esattezza. Risulta esso costituito da una solida base di legno BB, (*Tav. IV*) saldamente fissata all' angolo di un grosso tavolo. Su di essa sorgono tre robuste colonne metalliche C, C', C'', separate dal legno in cui sono rigidamente innestate da un viluppo coibente. Attorno ad un asse O della prima può girare in una leva metallica rigida L a cui è saldato un serrafili V'''. Di simili serrafili V, V' vanno pure munite le colonne C, C'. Quest' ultima termina superiormente con un' appendice *r* platinizzata. La colonna C'' si piega in alto ad angolo retto fino in M, ed è attraversata nel pezzo orizzontale da una robusta vite di acciaio V^{IV} del passo di 1 mm. La sua punta *p* è di platino, la testa, di ottone, e graduata ai lembi è in contatto con un' asticina A che permette di valutare lo spostamento della vite. Su questa evvi pure un morsettino V'' da cui parte un reoforo R. Una spiralina metallica S' mette in comunicazione la colonna C colla leva L meglio che nol faccia il pernio O. L è una robusta leva metallica mobile attorno ad O' che può essere urtata da una massa pesante M' girante in O''. Essa cade da costante altezza, essendo la sua elongazione limitata dal rialzo C'''. La leva L è unita alla base di sostegno dell' istrumento per una grossa spirale S di ottone indurito, che comprime le estremità E di detta leva contro la L' in *u* colla forza di circa cinque cg. Anche la superficie in S della leva L è coperta di platino, e tanto fra *r* ed *s* quanto fra *p* e *q* (pure platinate) quando vi è contatto, può passare liberamente una corrente. Nè evvi il menomo rimbalzo fra *p* e *q* dopo il contatto che avviene fra esse quando l' estremità E della loro leva L viene abbandonata dall' estremità inclinata *u* della leva L per l' urto che questa riceve dalla massa M', non essendosi mai verificato che una corrente stabilitasi fra le dette due parti *p* e *q* all' atto del loro contatto si mostrasse oscillante: l' ago del galvanometro non avendo mai presentato moto irregolare di sorta. I reofori R,R' che partono dai serrafili V'', V''' sono, come sopra si disse in comunicazione col filo sottile del rocchetto e col galvanometro a specchio. Quelli R'', R''' uniti ai serrafili V, e V' vanno alla pila, e comprendono il reostato liquido, la bussolina

reometrica ed il filo grosso del rocchetto. Infine il filo R‴ comunica ancora mediante il morsetto V′ con un corto filo α avente l'estremità libera amalgamata e pescante in un vasetto B' di mercurio.

Così disposte le cose ecco come si esperimenta:

Stabilito il contatto fra *r* ed *s* si leva il reoforo R″ dal serrafili V, e si introduce il nucleo magnetico da sperimentare nel vano del rocchetto; indi si immerge il detto reoforo nel vasettino di mercurio B' con che si chiude nuovamente il circuito della pila. Lo si interrompe tre o quattro volte di seguito, indi chiusolo definitivamente, si nota il valore della corrente, e si libera lentamente colla mano la leva L, in modo che colla sua estremità E' vada in contatto colla vite Vɪᴠ; si rompe di nuovo il circuito estraendo il reoforo dal mercurio, e si nota la indotta al galvanometro. Questa diremo *indotta totale*. Si ripetono le medesime operazioni, ma senza nucleo, notando la indotta che chiameremo *indotta elettrica*, e dovuta alla sola corrente della pila. La differenza: *indotta magnetica*, quella prodotta dal solo magnetismo che scompare dal nucleo. Nessuna azione diretta esercitava quest' ultimo sull'ago del galvanometro, attesa la sensibile distanza tra essi; e per essere tale ancora quella fra galvanometro e cannocchiale e sempre relativamente piccoli, gli spostamenti della scala, si ritenevano le intensità delle indotte proporzionali alle deviazioni impulsive dell' ago. Rimessa la sbarretta nel vano del rocchetto, si impegna la leva L' sotto la L in modo da aver contatto fra *r* ed *s*, si abbassa la vite Vɪᴠ fino a produrre il contatto fra *p* e *q*, indi la si solleva per avere la distanza desiderata fra i detti due contatti, servendosi all'uopo dalla graduazione della vite e dell' asta A. Ciò fatto si fissa il reoforo R″ che dianzi era libero, al morsetto V della colonna C. Si alza la massa M' fino in C‴, per abbandonarla tosto contro la leva L′ rompendo il circuito in *r ed s*, e si osserva contemporaneamente il galvanometro. Si nota così una indotta minore della indotta magnetica che diremo *indotta magnetica residua*, evidentemente generata da quella quantità di magnetismo che ancor rimane nel nucleo alla fine del tempo trascorso dall'apertura del circuito principale in *r* ed *s* e la chiusura dell' indotto fra *p* e *q*. Facendo variare la distanza fra questi due contatti la corrente magnetica residua varia del pari in grandezza, ma in ogni caso sempre prodotta esclusivamente dal magnetismo temporario che ancor rimane a scomparire dal nucleo, a cominciare dall' istante in cui si chiude il circuito secondario, non verificandosi residui sensibili per la corrente indotta elettrica, come si è potuto confermare operando coll' interruttore, il rocchetto contenendo solamente un tubo di ottone del diametro dei noccioli, e tenendo di $^1/_4$ di passo della vite l'intervallo fra *p* e *q*; il minimo a cui si è operato. Con che non si vuol escludere che residui di indotta elettrica non ve ne sieno, ma solo che non si avvertono nelle condizioni di sperimento in cui ci troviamo, perchè l' intervallo di tempo fra l' apertura del circuito principale e la chiusura del secondario non è sufficientemente breve per sorprendere i detti residui. Per ogni cilindro la distanza fra *p* e *q* si fece variare da $^1/_4$ di passo della vite fino a 7, cioè da un $^1/_4$ fino a 7 mm.

Ammettendo con parecchi fisici che a richiamare verso la posizione, corrispondente allo stato neutro le molecole di un corpo magnetico allorquando sono sottratte alla forza magnetizzante, intervenga un' azione paragonabile a quella di una forza elastica, si comprende che le molecole quando nessun ostacolo si opponesse al loro movimento dovrebbero rimettersi in posto, a pari circostanze, sempre nello stesso tempo per qualsiasi loro spostamento angolare; ma vi è la forza coercitiva che sempre più o meno sentitamente entra

in giuoco, per cui è molto probabile che il tempo impiegato dal magnetismo a scomparire da un corpo magnetico al cessare dall'azione magnetizzante aumenti a condizioni pari colla intensità di questa; la maggior escursione che debbono compiere i magneti molecolari implicando maggior lavoro di disorientamento. Pertanto, se nelle nostre prove si fosse adottato per la intensità della corrente magnetizzante, uno stesso valore per ogni nucleo indistintamente, si sarebbe prodotto nella loro parte totalmente coperta dal rocchetto una orientazione crescente colla loro lunghezza, operando su di essa come forza magnetica ancor quella situata al di fuori; ed in corrispondenza a tale maggiore orientazione, ancor un' indotta magnetica più intensa al cessare della principale per cui, se un maggior ritardo si fosse di poi notato nella scomparsa del magnetismo dai noccioli di maggior lunghezza che nei corti, avrebbesi potuto sospettare che indipendentemente dalla inerzia magnetica delle loro parti, l'accresciuto ritardo fosse stato causato dal maggior spostamento angolare che le molecole, situate dentro il rocchetto hanno dovuto effettuare per rimettersi in posto. Fu per tal motivo che si cercò di mantenere costante per quanto possibile la indotta magnetica per nuclei della stessa sostanza col variare opportunamente la forza della corrente della pila mediante il sucitato reostato liquido. In tal modo anche col variare della lunghezza dei cilindri il magnetismo temporario della parte coperta dal rocchetto è all'incirca costante, quindi anche la indotta magnetica corrispondente che da essa è quasi esclusivamente prodotta del pari che i suoi residui. Diciamo quasi totalmente, e ciò perchè la parte scoperta della sbarra non può operare direttamente in modo sensibile sul filo sottile indotto. L'esperienza infatti ci ha dimostrato che una calamita rettilinea spiegante una forza attrattiva non meno intensa di quella di un nucleo corto sotto l'influenza della corrente, se vien posta ad un centim. dal rocchetto vuoto nella direzione del suo asse, poi, allontanata d'un tratto, si ha un'indotta appena sufficiente per far muovere l'ago del galvanometro di qualche millimetro, mentre come fra poco vedremo, le deviazioni ottenute colle correnti magnetiche residue furono sempre di gran lunga maggiori.

Ed ora, ecco i resultati delle prove fatte:

FERRO DOLCE.

		Nucleo di 8 Cm.	Id. di 14	Id. di 23
Corrente della pila		30	18	15
Indotta elettrica		6	4	2 abb.
" totale		48	45	45
" magnetica		42	41	42
" magnetica e residua coll'intervallo fra i contatti *p* e *q* di 1/4 di passo della vite		10	15	25
Id. id. di	1/2	6	12	16
"	1	4	7	14
"	1 1/2	3	5	9
"	2	3	5	8
"	2 1/2	2,5	4	8
"	3	1,5	4	8
"	3 1/2	1,5	3,5	11
"	4	1	3	6

Id. id. di	5	1	2	6
„	6	0,8	2	5
„	7	0,8	1	4

ACCIAIO DOLCE.

		Nucleo di 8 Cm.	Id. di 14	Id. di 28
Corrente della pila		35	22	16
Indotta elettrica		7	4	3
„ totale		45	45	42
„ magnetica		38	41	39
Indotta magnetica residua con interv. fra i contatti di 1/4 di passo della vite.		13	18	25
Id. id. di	1/2	11	16	22
„	1	7	10	15
„	1 1/2	6	9	12
„	2	3	6	9
„	2 1/2	2	4	6
„	3	2	3	7
„	3 1/2	2	3	6
„	4	2	3	6
„	4 1/2	2	3	6
„	5	2	3	6
„	6	2	3	6
„	7	2	3	6

ACCIAIO TEMPERATO.

		Nucleo di 8 cm.	Id. di 14	Id. di 28
Corrente della pila		37	31	25
Indotta elettrica		8	6	5
„ totale		45	45	43
„ magnetica		37	39	38
„ magnetica residua con interv. fra p e q di 1/4 di passo della vite .		12	15	21
Id id. di	1/2	10	12	16
„	1	4	6	10
„	1 1/2	4	5	7
„	2	3	4	6
„	2 1/2	2	4	5
„	3	1	4	5
„	3 1/2	1	3	5
„	4	1	2,5	5
„	4 1/2	1	2,5	„
„	5	1	2,5	4
„	6	1	2,5	4
„	7	1	2	4

Vediamo adunque che i momenti magnetici residui che vanno annullandosi nei diversi nuclei da un dato istante dell'apertura del circuito principale, aumentano colla loro lunghezza, ossia della parte loro non coperta dal rocchetto.

Ad analoghe conclusioni siamo giunti operando su di una stessa sbarra, col variare la parte di essa totalmente ravvolta dall'elica magnetizzante.

Ci si può osservare che a ritardare la scomparsa del magnetismo dalle diverse sbarre cilindriche adoperate intervengono le correnti di reazione che si stabiliscono alla loro superficie e per entro la loro massa, essendo dirette nello stesso verso della corrente principale che s'interrompe, ma è anche vero che il ritardo in parola si verifica e questo per noi basta. Del resto; perchè indipendentemente da queste correnti, non potrebbe concorrere a produrre il suddetto ritardo eziandio un'azione diretta e puramente magnetica della parte scoperta della sbarra su quella coperta giusta quelle considerazioni di inerzia molecolare che abbiamo più sopra esposte? La seguente esperienza ci autorizza ad ammetterlo definitivamente. Entro il rocchetto eravi un nucleo di ferro dei più corti; di fronte ad esso nella direzione del suo asse ed a contatto, un altro cilindretto delle stesse dimensioni, ma costituito da fili bene ossidati di mezzo millimetro di diametro. Misurando i residui magnetici nel modo sopra indicato, ora col semplice nucleo pieno, ora in presenza del fascio, i residui in questo secondo caso erano sensibilmente maggiori che nel primo. È dunque il magnetismo del fascio che qui opera, e non le correnti di reazione che in esso, come ben si sa, non si ponno stabilire. Ad analoghi risultamenti fummo condotti con fasci di fili d'acciaio dolce e temperato, posti di fronte a nuclei pieni di pari sostanza. Ed allora ci sembra ancora che mal non s'apponga il Felici (V. *N. Cimento* 1875, fasc. di Giugno) quando, dal vedere che la differenza nella velocità con cui si dissipa la orientazione magnetica, da un fascio di fili di ferro isolati fra loro, secondo che è avviluppato da un diaframma metallico fesso oppure chiuso, è molto maggiore di quella che si avverte fra un fascio ed un nucleo pieno, operando senza diaframmi di sorta, opina, che la differenza in questo secondo caso: *derivi solo dall'essere nel fascio, minore che nel nucleo massiccio il potenziale, della massa del ferro sopra se stesso*; e più avanti che: *forse la sola influenza della variazione del potenziale del ferro sopra i diversi luoghi della massa medesima, potrebbe bastare a dare un valore finito alla velocità della smagnetizzazione, ancor quando non agisse sul ferro nessuna forza esteriore.*

RIVISTA

Journal de Physique, 1883-1884.

R. Thalen. *Sopra gli spettri brillanti del didimo e del Samario.* — L'A. rammenta le sue ricerche, sulle strie spettrali dell'ittrio dell'erbio del didimo e del lantano, che diedero origine alla scoperta del Samario; e rammenta specialmente una sua nota pubblicata nei *Comptes Rendus*, del 1880. Il resultato delle sue ultime ricerche fu di poter distinguere esattamente l'uno dall'altro, quei due corpi, per mezzo di quelle strie e degli spet-

tri di assorbimento. A questo scopo l'A. presenta una tavola per le lunghezze d'onda delle strie principali.

A. Crova. *Sull' igrometria.* — Nei *Comptes Rendus* del 22 maggio 1882 l'A. descrisse il suo *nuovo igrometro a condensazione;* e per questo si può anche vedere il *N. Cimento.* t. XI, pag. 274. È un igrometro molto ingegnoso, costruito dal Golaz, nel quale la condensazione, si fa nell'*interno* di un vaso chiuso, in condizioni sempre identiche, qualunque sia l'agitazione dell'aria esterna. In quella prima Nota, e specialmente in questa l'A. fa un esame molto dettagliato e utile degl' inconvenienti che vi sono con l'igrometro di Regnault e con il psicrometro; ed ora presenta moltissime sue esperienze, dalle quali resulta che l'istrumento è esatto, e che può misurare lo stato igrometrico fino ad un millesimo.

A. Buguet. *Esperienza di elettrodinamica.* — È una delle esperienze d'Ampère, resa più facile. Son due canaletti circolari e concentrici pieni di mercurio, e nel centro vi è una punta sulla quale sta equilibrata orizzontalmente una leggiera asta di alluminio. Una delle estremità dell'asta, sostiene un filo di platino che con le sue estremità piegate orizzontalmente, posa sul mercurio, facendo così comunicare i canaletti fra loro, e dall'altra parte dell'asta vi è un contrappeso. Due serrafili fissi, fanno passar la corrente dall'un canaletto al filo e all'altro canaletto; e il filo ruota rapidamente senza divenir rosso.

I. Teissier. *Nuova applicazione della macchina pneumatica.* — L'A. insegna ad impiegar la macchina pneumatica, per far entrare il mercurio entro vasi che hanno un collo capillare.

A. Potier. *Esperienze di V. Wroblewski ed Olzewski, per la liquefazione dell' ossigeno, dell' azoto e dell' ossido di carbonio.* — È un sunto di un lavoro di que' due fisici, pubblicato negli *Ann. der Physik.* 1883. L'apparecchio, di cui il Potier presenta un disegno, è analogo a quello del Cailletet, ma per ottenere il freddo vi si fa evaporare un liquido nel vuoto. Con un termometro a idrogene si poterono determinare le temperature con esattezza, e si arrivò fino a — 136°. A 20 atm. ed a — 130° l'ossigeno si liquefà, incoloro, trasparente, mobilissimo. A — 136°, e diminuendo progressivamente la pressione, però mantenuta maggiore di 150 atm., l'azoto e l'ossido di carbonio si liquefanno, trasparenti ed

incolori; ma ci vorrebbe una temperatura più bassa per averli permanentemente liquidi. Il Potier termina con un esame critico di altri lavori, e conclude che nessun esperimentatore può avere realmente operato a temperature più basse.

B. Elie. *Dei potenziali elettrodinamici e magnetici nella elasticità.* — Lo scopo del lavoro è di far vedere come alcune leggi fondamentali della elettrodinamica, si deducono dalla teoria della elasticità; ma un sunto non sarebbe possibile.

A. Terquem. *Descrizione del nuovo catetometro di M. Dumoulin Froment.* — È un catetometro di nuovo modello. La scala sta sopra una solida colonna, separata affatto e indipendente da quella del cannocchiale, ed è munita di viti calanti, di una livella che gli gira attorno sopra un quadrante, e di altri pezzi indicati sopra tavola incisa, senza la quale non si potrebber descrivere. L'altra colonna è più grossa, ma è montata come la prima. Il cursore che porta il cannocchiale vi scorre verticalmente, guidato da due scanalature verticali, diametralmente opposte, scavate nella colonna; porta una grossa vite micrometrica, con tamburo diviso in 100 parti, e sembra molto più sicuro e semplice che nei soliti catetometri. Si fa la misura disponendo il cannocchiale in modo da veder ben netti i due livelli, o punti di cui si vuol misurar la distanza verticale, e poi vi si pone vicina la detta scala per veder bene anch' essa col cannocchiale. La scala va esattamente verticale, mentre per la colonna del cannocchiale non vi è bisogno di tanta esattezza. L' A. afferma la superiorità di questo nuovo catetometro.

E. Bichat ed R. Blondlot. *Influenza della pressione, sopra la differenza elettrica fra un liquido ed un metallo in contatto.* — Gli autori son giunti a metter in evidenza quella influenza; abbenchè le variazioni ottenute in quella differenza elettrica siano state, al più di un millesimo di *volt* per 100 atm.

Nel Dicembre del *Journal de Physique* 1883 gli stessi autori hanno un lavoro esteso, sulla *Misura della differenza di potenziale degli strati elettrici che ricoprono due liquidi a contatto.* Di quest' ultimo lavoro abbiamo fatte nel *N. Cimento* di quest'anno, nei sunti dei *Comptes rendus*, un cenno, ove abbiamo dovuto limitarci ad indicare il resultato principale, perchè non era possibile entrare in dettagli di metodi, e di descrizione di apparec-

chi impossibile senza figure; ma ora l' abbiamo voluto indicare al lettore.

J. BORGMANN. *Sopra le dimensioni delle grandezze elettriche e magnetiche.* — MM. Mercadier e Vaschy fecero delle esperienze, per studiare la influenza del mezzo ambiente sull'induzione elettrodinamica (*Comptes Rendus* 1883. *N. Cimento.* t. 13. 1883. pag. 251) e conclusero per la non esistenza di quell' influenza. L'A. si occupò già di tal ricerca (*Beiblätter .. der Physik.* t. III) e ora descrive di nuovo il suo apparecchio. Esso concluse che un mezzo dielettrico nò, ma un mezzo magnetico possiede una tale influenza sulla forza elettromotrice di induzione. Come mezzo dielettrico fu adoperata l' essenza di terebentina, e come mezzo magnetico, delle soluzioni di sesquicloruro e di protosolfato di ferro. Secondo il Maxwell la forza elettromotrice di induzione è proporzionale al coefficiente μ di *permeabilità magnetica,*

$$\mu = 1 + 4\pi K$$

ove K è il coefficiente magnetico del mezzo. Per una soluzione di sesquicloruro di ferro di densità 1,52, l' A. ebbe

$$K = 0{,}00004.$$

Dunque, come il coefficiente costante della formula che esprime la legge di Coulomb dipende dalla costante dielettrica del mezzo, così i coefficienti delle formule elettrodinamiche ed elettromagnetiche dipendono dal coefficiente di permeabilità magnetica.

H. RIGOLLOT ed A. CHAVANON. *Proiezione dei fenomeni acustici.* — Una specie di scatola, di cui la superficie interna è un paraboloide di rivoluzione, è chiusa da una membrana, p. es. di collodione, tesa al suo bordo. Nel centro della membrana è fisso un prismino di caucciò, sul quale non fa che toccare un piccolo specchietto. Questo specchietto è sostenuto da un filo metallico sottile teso diametralmente alla membrana. Si può regolare col filo la posizione dello specchietto. L' asse del paraboloide passa pel centro e normalmente alla membrana; e dove esso incontrerebbe la superficie della scatola, questa ha un foro grande tanto che nel mezzo della sua area cade il foco del paraboloide. A questo foro è aggiustato un tubo, che termina con un tubo di caucciò.

Si mette l' apparecchio, col filo verticale, dietro al foro di un

diaframma opaco, e sopra allo specchio si fanno convergere i raggi luminosi, per mezzo di una lente, posta dall' altra parte del diaframma, ma con piccola incidenza. I raggi riflessi cadono sopra un' altra lente che forma sopra uno scherma la immagine di quel foro, dopo esser stati di nuovo riflessi, da un altro specchio che può ruotare intorno ad un asse verticale. Ponendo quel tubo di cauccio in comunicazione con una massa di aria vibrante, e facendo in pari tempo ruotare quell' ultimo specchio, si ottengono sullo scherma le desiderate curve.

Gli autori chiamano quella scatola *capsula palmottica*, derivandola da una parola greca.

M. Ducretet. *Galvanometro universale.* — È un cerchio verticale simile a quello della bussola dei seni attorno al quale è avvolto il filo, e che può con una cremagliera correre lungo un regolo metallico ed orizzontale, diviso in centimetri e millimetri e che posando sopra una platina retta da viti calanti, può orientarsi a piacere. In una delle due estremità del regolo sta una specie di bussola di declinazione, ove l' ago, che posa sopra una punta fina e non ossidabile, sta immerso in un liquido che gli estingue le oscillazioni. Una forte calamita d'acciaio sta sotto l'ago della bussola, per formare, dice l' A., un campo magnetico assai intenso, che renda poco sensibili le variazioni esterne. Il filo ha una resistenza di 5490 ohm, per cui nelle misure delle forze elettromotrici delle pile le intensità delle correnti sono allora sensibilmente proporzionali a quelle forze, e si può fare su quel regolo una graduazione in *volt.*

V. Karavodine. *Nuova modificazione della pompa di Toepler.* — Nelle pompe a mercurio, il tubo adduttore capillare che ha la sua origine nella parte superiore del globo di vetro, si curva in basso; il che è male, perchè il mercurio non scaccia bene l'aria che quando l' angolo di incontro fra il vetro e il mercurio è quasi retto. L' A. vi rimedia facendo terminare la parte superiore di quel globo di vetro, con un tubicino capillare corto e verticale, a grosse pareti, che rimane masticato e termina dentro un piccolo globetto di vetro e si prolunga con il tubo capillare aduttore, che ripiegandosi due volte scende verticalmente. Quando si innalza il serbatoio di mercurio che è in comunicazione con l' aria libera, il mercurio empie tutto il grosso globo, e poi, escendo superior-

mente da quel tubetto capillare, empie il globetto piccolo e scende verticalmente nel tubo aduttore. Siccome con questa disposizione quell'angolo rimane quasi retto, l'aria se ne va facilmente. Questa è la principale modificazione; e ci rincresce di non potere descrivere il rimanente, perchè allora una figura sarebbe indispensabile e mancherebbe lo spazio.

M. Thollon. *Monografia del Gruppo* D. — Anticamente non si riconobbe in D che una sola stria: poi si decompose in due, e poi fra le due se ne vidde una terza, quella del nichelio, e poi altre ancora, e si ammise, erroneamente, che appartenessero tutte al sodio, e, che ogni stria metallica fosse formata da un numero indefinito di altre strie, separabili quando si avesse una sufficiente dispersione. Grave errore: perchè le radiazioni semplici che producono una data stria formano un fascietto senza interruzione, per cui non possono separarsi in altre strie.

É però difficile il disegnare esattamente le strie comprese fra D_1 e D_2. I gruppi tellurici A e B, e il gruppo *b* esclusivamente metallico, hanno una costanza di aspetto che li rende facili a disegnarsi, ma il gruppo D, formato in parte da strie metalliche, ed in parte da strie di assorbimento dovute al vapor di acqua, varia di aspetto secondo lo stato igrometrico dell'aria e la altezza oraria del sole; e l'A. accenna ancora altre cause di errore che si incontrano durante le misure. Inoltre il moto rotatorio del sole sposta le strie. L'A. aggiunge alla sua monografia una tavola ove sono rappresentate esattamente le posizioni delle strie del gruppo D, e presenta i valori delle lunghezze d'onda; il tutto come risulta dalle sue numerose ed accurate osservazioni; e poi si estende in un esame critico dei lavori degli altri spettroscopisti fatti allo stesso scopo. Nel trattato di fisica del Daguin, 4ª edizione, è descritto il suo spettroscopio che è il più potente fra quelli per ora conosciuti.

Macé de Lépinay. *Applicazione del metodo grafico del Cornu, allo studio delle frange di diffrazione prodotte da una bacchetta opaca.* — Il metodo del Cornu fu descritto nel *Journal de Physique*. t. 3° 1874. L'A. mediante alcune applicazioni, dimostra che quel metodo si presta con la maggior facilità a discutere i fenomeni di diffrazione dovuti all'ombra di una bacchetta o sottil cilindro opaco; e tutto questo mediante una curva ausiliaria che è la stessa in tutti i casi, perchè è la spirale pri-

mitiva spostata di una quantità fissa paralellamente all'asse. Di quel metodo si può vedere un breve sunto nel t. 13° serie 2ª 1875 del *N. Cimento*

F.-M. Raoult. *Ricerche sulla temperatura del massimo di congelazione.* — Dobbiamo limitarci a riferire i resultati.

L'abbassamento del punto di congelazione prodotto da differenti corpi, mescolati in una stessa soluzione, e che non esercitano fra loro alcuna azione chimica, è la somma degli abbassamenti che sarebbero prodotti isolatamente da quei corpi, se esistessero soli nella stessa quantità di acqua.

Ogni corpo, dissolvendosi in un composto definito e capace di solidificarsi, abbassa il punto di congelazione. Da questa legge ne segue, che fra i diversi miscugli ottenibili reciprocamente solubili e inegualmente fusibili, necessariamente uno ve ne ha più fusibile degl' altri miscugli, e più fusibile di ognuno dei due costituenti il miscuglio.

Esiste in ogni dissolvente un abbassamento molecolare massimo di congelazione. L'A. chiama *abbassamento molecolare di congelazione*, il prodotto del *coefficiente di abbassamento* pel peso molecolare della sostanza sciolta; e il coefficiente di abbassamento, è l'abbassamento del punto di congelazione relativo ad un grammo di materia sciolta in cento del dissolvente.

In tutti i liquidi gli abbassamenti molecolari di congelazione dovuti ai diversi composti, si approssimano a due valori invariabili per ogni liquido, i quali valori l'uno è sensibilmente doppio dell'altro. L'A. porta degl'esempi per mostrare come tutto ciò si può utilizzare nella ricerca dei pesi molecolari.

Sembra all'A. che il modo più semplice per spiegare quei fatti, sia l'ammettere che in un peso costante di un determinato dissolvente, tutte le molecole fisiche producano lo stesso abbassamento molecolare di congelazione. L'acqua però non sarebbe compresa nella regola generale, che aumentando le sue molecole fisiche formata da quattro molecole chimiche.

Per ultimo l'A. propone la seguente legge. Una molecola di un composto qualunque, dissolvendosi in 100 molecole di altro liquido qualunque di natura diversa, abbassa il punto di congelazione di una quantità costante, vicina a 0°,63. Convien ricordarsi che si tratta di molecole fisiche, che in certi casi possono esser formate da più molecole fisiche.

M. Diakonoff. *Nuovo barometro a sifone.* — Le modificazioni dell'A. a questo genere di barometri, hanno lo scopo di renderlo più semplice e portatile, e anche più facile il riempirlo; ma anche in questo caso dobbiamo rinunziare ad una descrizione, impossibile senza un disegno.

W. Voigt. *Sopra le esperienze di M. Guébhard.* — L'A. confuta delle critiche che M. Guébhard fece sulla sua teoria, in proposito del Guébhard del genere stesso di quelle dei *colori del Nobili*, e delle quali il lettore certamente si ricorda.

Archives des Sciences physiques et naturelles, 1884.

M. J.-L. Soret. *Ricerche sopra l'assorbimento dei raggi ultravioletti, per diverse sostanze.* — Delle precedenti ricerche dell'A. abbiamo detto nei tomi 14°, 1883, 15°, 1884 del *N. Cimento*; ed ora ne occorre parlare della quarta memoria su quel soggetto medesimo, nella quale egli descrive i suoi apparecchi.

Il *Revolver porta scintilla*, serve per cangiar rapidamente la natura degli elettrodi, quando si osserva lo spettro della scintilla. Il suo principio consiste nel far scoccare la scintilla fra le circonferenze di due ruote di cui la parte centrale è di ottone, e la circonferenza è formata di archi di metalli diversi. Sono in piani normali fra loro, ed un opportuno meccanismo fa a piacere rimaner di fronte e vicini gli archi di uno stesso metallo.

L'apparecchio che varia la grossezza dello strato liquido assorbente *(calorimetro)* ha il suo asse di figura verticale. La scintilla scocca in basso, normalmente a quell'asse, e superiormente ad essa sta una lente di quarzo a corto foco, che concentra la luce in un fascio verticale lungo all'asse medesimo. Il liquido è dentro un recipiente, che può essere un cilindro verticale il di cui asse sia quello anzidetto, ed ha il fondo orizzontale, chiuso da una lamina di quarzo. In questo medesimo vaso sta immerso un tubo di vetro verticale, centrato sullo stesso asse e chiuso sopra e sotto da lamine di quarzo orizzontali. Questo tubo, mobile per mezzo di una cremagliera, serve per variare la grossezza dello strato liquido, che sta fra la base inferiore del tubo di vetro e quella del vaso che contiene il liquido. Lo spettroscopio sta verticalmente, al di sopra del tubo di vetro, per analiz-

zare il raggio che percorre dal basso in alto l'apparecchio. Ben si intende che vi è tutto quello che occorre per la misura esatta di quello strato, e per modificarlo prontamente di quantità conosciute. Dobbiamo tralasciare molte avvertenze relative a quelle lamine, e al modo di farle aderire al fondo del vaso e del tubo di vetro.

Per analizzare i resultati, l'A. traccia una curva che ha per ordinate le grossezze dello strato liquido, che estinguono una data stria, e per ascisse le deviazioni minime subite dai raggi attraversando un prisma di quarzo di 60°. Così i diversi raggi rimangono distribuiti come nello spettro a refrazione. Ma una tal curva non può dare il valore assoluto del coefficiente di assorbimento, per cause che qui ci limiteremo ad accennare. In primo luogo, perchè la luce della scintilla è variabile; in secondo luogo, perchè la intensità della fluorescenza prodotta (nel noto oculare fluorescente dell'A.) da una data radiazione, non può esser considerata costante; in terzo luogo, perchè è variabile la sensibilità dell'occhio; in quarto luogo, perchè le diverse strie sono diversamente intense; e finalmente, perchè la intensità della fluorescenza è variabile con la refrangibilità. La sola lettura, anzi il solo studio, della memoria originale può far conoscere come l'A. abbia superate tutte quelle difficoltà facendo più serie di esperienze, ora con la scintilla di un solo metallo, talora con quella che esplode fra due metalli di varia natura, e mediante alcune considerazioni teoriche.

Nella sua quinta memoria l'A. ha riunite tutte le sue osservazioni sui raggi ultravioletti, per diverse sostanze dell'organismo animale. L'A. riassume come segue i suoi resultati.

1.° L'umore acquoso e l'umor vitreo sono identici relativamente all'assorbimento. Trasparentissimi pei raggi meno refrangibili della stria S dello spettro solare, sono molto assorbenti per le radiazioni più refrangibili. Il loro spettro è distinto da una striscia di assorbimento pronunciata, che coincide con la 16 alla 18 del cadmio, seguita da una striscia di trasparenza relativa, sulla stria 22. A che sostanza si deve tale assorbimento non si sa; ma deve esser cristalloide.

2.° La cornea intercetta le radiazioni più refrangibili della U dello spettro solare.

3.° Il cristallino assorbe molto i raggi estremi ultravioletti. Pel cristallino di bove la stria L è il limite di trasparenza, la O per quella del vitello, la Q per quella del montone e dell'uomo — Ma vi sono delle differenze sensibili, anche per occhi della stessa qualità.

Stemprando il cristallino nell'acqua si ha una soluzione, che per il suo assorbimento rassomiglia all'albumina.

4.° L'assorbimento totale dell'occhio intero, non sembra possa lasciar passare fino alla retina delle radiazioni più refrangibili dei raggi ultravioletti.

5.° Il limite di sensibilità della retina per raggi ultravioletti ricevuti direttamente, è minore di quella che si ottiene con l'oculare fluorescente.

6.° È possibile che la fluorescenza abbia avuta una influenza, nei casi eccezionali ove si ebbe la sensazione di raggi più refrangibili di quelli del Sole.

7.° Tutte le sostanze albuminoidi esaminate, sono distinte da una striscia di assorbimento nella stria 17, seguìta da un'altra di trasparenza sulla 18. Esse son molto assorbenti a partire dalla stria 22. É dunque probabile che esse devono tal proprietà ad uno stesso principio che entri nella loro formazione.

8.° L'azione degli alcali sulle sostanze albuminoidi modifica le loro proprietà di assorbimento, e fa sparire la striscia di trasparenza 18.

9.° La gelatina è molto meno assorbente delle sostanze albuminoidi, e non ha striscie di assorbimento.

10.° L'azione degl'alcali sull'umore acquoso è molto complessa, e diversa da quella che hanno sulle sostanze albuminoidi.

11.° Nel gran numero di corpi studiati, dell'organismo animale, nessuno ha le proprietà di assorbimento, che distinguono l'umore acquoso e il vitreo.

12.° Fra quei corpi ve ne sono molto distinti da due striscie di assorbimento, e son tali l'acido urico, l'acido ossalico, il cianato di potassa, la sarcina, la santina e la tirosina. Lo spettro di quest'ultimo rassomiglia a quello dell'albumina, e un alcali vi ha la stessa azione.

13.° L'idroquina che, come la tirosina, contiene un gruppo di paraossifenile, ha uno spettro poco diverso.

14.° Il sangue, oltre una striscia di assorbimento nel violetto, ne ha due nell'ultravioletto; l'una sulla 12 del cadmio, e l'altra sulla 17; e quest'ultima è della serina — La striscia di assorbimento degli albuminoidi, è ancora per la saliva, nelle serosità patologiche, e qualche volta nel liquido dall'*amnios*.

Il liquido cefalo-rachidiaco, che è molto assorbente, non ha quel carattere; ma fra le strie 20 e 22 del cadmio, la sua curva di assorbimento accusa una debole striscia di assorbimento, od almeno una inflessione.

M. J.-L. Soret. *Sul calore dell' acqua.* — É una questione interessante ma molto complessa. Sia un tubo di vetro annerito dentro, lungo circa due metri, chiuso con due lamine di vetro, e pieno di acqua pura e senza particelle in sospensione. Se vi si guarda attraverso un oggetto bianco, si vede che l'acqua è azzurra. È questa una esperienza del Bunsen, ripetuta da Tyndall, dal Beetz e da altri, e recentemente dallo Spring (*Arch.* ec. 1882). Se l'acqua pare azzurra, vuol dire che assorbe i raggi meno refrangibili più degl'altri; ma le esperienze dell'A. già menzionate, provano che nulladimeno quella specie di trasparenza ha un limite, giacchè pei raggi ultravioletti estremi l'acqua è relativamente assorbente. In ogni modo, per la parte visibile dello spettro, essendo l'assorbimento diverso secondo la lunghezza d'onda un fascio di luce bianca che attraversa uno strato di acqua, acquisterà un colore variabile secondo la grossezza dello strato.

Così p. es. una soluzione di solfato di rame veduta per trasparenza sembra verde-azzurra, se la grossezza è piccola o se la concentrazione è debole, e sembra azzurro-indaco, se la grossezza è grande. Una cosa analoga avverrà per l'acqua; solamente per questa converrà esperimentare con grossezze incomparabilmente maggiori. Ma se l'acqua non è pura le sostanze disciolte influiranno sul colore. Molte sostanze organiche son gialle o brune, e perciò assorbono i raggi azzurri e violetti, e l'acqua può sembrar verde o gialla; ed è inoltre immensamente difficile che non abbia sostanze solide in sospensione. Per averla almeno quasi assolutamente priva di tutto ciò, il miglior mezzo è distillarla per evaporazione senza farla bollire, con permanganato di potassa che distrugga le sostanze organiche, o averla fondendo ghiacchio purissimo.

L'acqua che tiene in sospensione numerose particelle solide intercetta uniformemente i raggi, e con una grossezza sufficiente dello strato diventa opaca; ma contemporaneamente si avrà luce diffusa, proveniente da riflessioni e refrazioni multiple. Se le particelle in sospensione sono estremamente piccole, essa esercita un assorbimento tanto maggiore quanto più i raggi sono refrangibili, e la luce trasmessa è gialla, aranciata o rossa, a seconda dell'assorbimento dei raggi.

Da che dipende tale azione elettiva sopra la luce trasmessa? É forse, come nell'acustica e nell'ottica, che le vibrazioni a corto periodo sono più facilmente estinte quando si propagano in un mezzo non omogeneo? Questo è probabile, ma non basta per la spiegazione del fenomeno; perchè non spiega la riflessione per diffusione di una più forte proporzione di raggi azzurri. Qualunque sia la causa il fatto è esperimentalmente provato: in un tubo un poco lungo, l'acqua pura assorbe più fortemente i raggi meno refrangibili, ma se vi si aggiungono delle tenuissime particelle in sospensione, essa assorbe più energicamente i raggi più refrangibili. Così per due cause, fra loro diverse, le due estremità dello spettro sono le più energicamente intercette, ed i raggi medii predominano nella luce trasmessa; e il colore azzurro dell'acqua volgerà al verde, al giallo, al bruno, a seconda de' casi.

Sono noti i caratteri della colorazione azzurra, e della polarizzazione della luce diffusa dalle particelle tenuissime sospese in un liquido; e ordinariamente la grossezza dello strato di acqua attraversato dai raggi incidenti o diffusi è troppo piccola perchè vi abbia influenza l'assorbimento. Ma se p. es., si interpone sul passaggio dei raggi solari incidenti un tubo pieno di acqua, lungo uno o due metri, allora la influenza della colorazione per assorbimento diventa manifesta, pel colore azzurro verdastro. Così si ottiene la sovrapposizione dei due effetti di colorazione, l'uno per assorbimento e l'altro per diffusione.

Supponiamo di essere in mezzo ad un lago di acqua purissima, dove l'acqua è molto profonda, calma ed a tempo coperto. Guardando quasi verticalmente l'acqua pare azzurra-indaco; e qui la riflessione superficiale ha una debolissima influenza. Se, come dice il Tyndall, l'acqua fosse assolutamente omogenea parrebbe nera, e non azzurra; perchè assorbe più o meno tutti i raggi, e

il fondo non è illuminato; dunque quel colore viene per luce riflessa, se la densità è variabile, o per luce diffusa dalle particelle in sospensione. Ma l'A. in un suo precedente lavoro, (*Archiv.* 1870) ha dimostrato che di quelle due cause la seconda è molto più importante della prima. Il colore azzurro si spiega facilmente; perchè i raggi più refrangibili sono diffusi in maggior proporzione degli altri, ed i raggi assorbiti dall'acqua durante il loro cammino, per arrivare alle particelle anzidette e per ritornare indietro, rimangono colorati in virtù dell'assorbimento proprio dell'acqua.

Se il tempo è sereno ma una nube cela il sole, l'acqua appare ancor più azzurra, perchè colorata anche dalla luce azzurra della volta celeste: ma se il sole splende alto sull'orizzonte, la maggior parte della luce che penetra negli strati interni dell'acqua emana direttamente dal sole, per cui il tragitto che essa percorre nell'interno della massa liquida, è relativamente più corto che nei casi ove i raggi incidenti arrivano da tutte le direzioni, il colore azzurro è mescolato a maggior quantità di luce bianca, e l'acqua ha un'apparenza alcun poco lattosa. Se l'acqua del lago è agitata, e la si osserva in una direzione più orizzontale, la riflessione superficiale non predomina più, e invece predominano i raggi che escono dall'interno, e il colore azzurro è più pronunciato.

Se il fondo è nero oscuro, l'acqua sembra azzurra anche quando è poco profonda; ma se il fondo è bianco, se l'acqua è poco profonda e calma, sembrerà, per quel che si disse, verde azzurra guardata verticalmente. Ma se la superficie è agitata, i raggi emergenti non provengono più dal fondo avendo percorso il cammino più corto, e il colore sarà decisamente azzurro. Per es. stando sul ponte della macchina idraulica di Ginevra, guardando in su, verso il lago, ove l'acqua è ancora calma, la si vede verde azzurra; e guardando dall'altra parte del ponte ove l'acqua è agitata, essa pare azzurra.

L'A. finisce la sua Nota spiegando come le sostanze d'origine minerale od organica, sciolte nell'acqua, o sospese, colorino differentemente altri laghi.

M. J.-L. Soret. *Nota sulla grande trasparenza alcune volte presentata dall'atmosfera durante la pioggia.* — La causa prin-

cipale delle variazioni della trasparenza dell'aria è la quantità più o meno grande di corpuscoli o di polvere natanti nell'atmosfera. Dopo la pioggia l'aria è più limpida, perchè la pioggia portò via con sè le polveri. Ma perchè l'aria è spesso così trasparente prima della pioggia? A. De La Rive, opinava che nell'aria umida i corpuscoli assorbissero l'acqua e divenendo più pesanti cadessero al suolo. Il maresciallo Vaillant diceva che i venti caldi apportatori della pioggia rendono la temperatura dell'aria più uguale a quella del suolo, e perciò meno agitata, più omogenea in densità, e quindi più trasparente. L'A. invece crede che l'aria, che circonda il luogo dove si fa la osservazione, sia più trasparente prima della pioggia in quel luogo stesso, perchè essa vi arriva già lavata dalla pioggia caduta in altra località lontana. L'aria muovendosi sotto la influenza dei venti, non segue mica sempre, ma spesso, il medesimo cammino delle nubi procellose onde il pronostico può spesso avverarsi.

Se questa spiegazione è esatta o no lo dovranno decidere le osservazioni nelle diverse stazioni meteorologiche.

MM. J.-L. Soret ed Ed. Sarasin. *Sullo spettro di assorbimento dell' acqua.* — La Società di fisica e di storia naturale di Ginevra incaricò una Commissione di far delle ricerche sul colore e sulla trasparenza dell'acqua del lago di Ginevra; e quella Commissione incaricò gli Autori di far certi studi preparatori, per l'analisi spettrale delle radiazioni trasmesse da uno strato di acqua più o meno grosso. Tal lavoro preliminare condusse ad un resultato nuovo, e degno di essere segnalato.

Fra lo spettroscopio e la sorgente luminosa, che era la luce del gas, oppure un raggio solare riflesso da un eliostato, furon disposti uno o molti tubi, chiusi alle loro estremità da lamine piane di vetro, e pieni di acqua di varie provenienze. Furono dapprima adoperati quattro tubi di $1^m,10$ e di $0^m,05$ in diametro.

La interposizione di un sol tubo produceva sullo spettro soltanto un indebolimento generale della luce; ma con due tubi, cioè con una grossezza d'acqua di $2^m,0$, apparve nell'aranciato una striscia oscura, debole e stretta, un poco meno refrangibile della stria D, nel quinto dell'intervallo fra D e C, più prossimamente a D, e corrispondente a circa 600 di lunghezza d'onda.

Con tre tubi l'effetto rimase lo stesso, la striscia oscura fu

più distinta, e la estremità rossa più assorbita. Con quattro tubi la striscia di assorbimento si oscurò maggiormente, rimanendo però un poco grigia, e il limite dello spettro verso il rosso, vi si approssimò.

Tutto questo si riprodusse ugualmente, qualunque fosse quell'acqua, ed anche con acqua distillata purissima. Mostra dunque quella striscia di assorbimento, una proprietà elettiva dell'acqua. Tutto ancora rimase lo stesso evitando con lenti ogni riflessione interna nei tubi, o impiegando tubi di ottone invece che di vetro. E finalmente sol quando si adoperavano i soli tubi senza acqua, il fenomeno spariva.

Se il padre Secchi e il Vogel, che si occuparono dello spettro dell'acqua, non viddero quella striscia, fu probabilmente perchè, nelle loro condizioni, il rosso e l'aranciato eran troppo indeboliti, o per la grande lunghezza d'acqua attraversata, o perchè la sorgente luminosa non era sufficientemente intensa.

Attraverso 4^m ed anche 8^m di acqua, non viddero la striscia di assorbimento fra E e *b*, che fu vista dal Vogel nella luce della grotta di Capri. Par dunque che quella striscia sia dovuta a sostanze sciolte nell'acqua del mare. X.

SUNTI di ANNIBALE STEFANINI

Philos. Magazine. (5), Vol. 17, 1884.

106. — G. KAMEMSKY. *Nota sulla conducibilità elettrica ed altre proprietà della lega rame-antimonio.* — La conducibilità elettrica di questa lega è stata studiata dall'A. mediante la bilancia d'induzione col metodo del prof. C. Roberts, servendosi di dischi fusi opportunamente, perchè tal lega non si può tirare in fili. I resultati delle esperienze sono rappresentati da una curva, la quale mostra che la conducibilità ha un massimo per la lega la cui formula è $SbCu_2$, e un minimo per quella di formula $SbCu_4$. Altre ricerche furon fatte sulla densità, sulla superficie di frattura e sul colore di vari esemplari di tal lega, mutando le proporzioni di tal lega come nelle esperienze sulla conducibilità elettrica. Il peso specifico cresce gradatamente e continuamente da quello dell'antimonio puro che è 6,700, fino a quello della lega Cu_4Sb che è 8,871, diminuisce quindi fino a 8,63 per la lega formata da 90

parti di Cu per 10 di Sb, per risalir poi ad 8,72 per quella formata da 95 di Cu per 5 di Sb.

J. Croll. *Sulla replica del prof. Newcomb.* — L'A. in questo e nel n.° 107 del *Phil. Mag.* osserva nuovamente che le obiezioni fattegli derivano semplicemente da malintesi.

C. R. A. Wright e C. Thompson. *Sulla determinazione dell' affinità chimica in funzione della forza elettromotrice.* — Gli A. continuano ad esporre i resultati delle loro ricerche, delle quali molte furon pubblicate per l'innanzi. — Saranno riassunte nel prossimo numero, insieme alla fine della Memoria, che è stata pubblicata nel n.° 107 del *Phil. Mag.*

Liveing e Dewar. *La temperatura delle macchie solari.* — È una replica alla Nota del prof. Wiedemann (v. sopra), e nella quale gli A. osservano che il ragionamento del Wiedemann non è applicabile al caso delle macchie solari, perchè in questo fenomeno non si ha a che fare con un corpo incandescente di natura costante, ma con un insieme di sostanze che cambiano di stato. In seguito anche ad altre considerazioni concludono che non è irrefragabile l'argomento della temperatura comparativamente minore delle macchie solari, basato sulla radiazione totale.

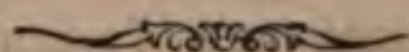
W. E. Ayrton e J. Perry. *Istrumenti per misure elettriche a lettura diretta, e interruttore senza scintille.* — Sono accennate alcune modificazioni introdotte dagli A. nei loro amperometri, voltametri e ohmmetri già noti, e le quali consistono principalmente nell'averli ridotti ad indicare direttamente, senza l'uso di costanti, le quantità misurate. — L'eliminazione della scintilla nell'interruttore descritto, è stata ottenuta col fare in modo che il circuito non venga rotto ad un tratto, ma che invece la resistenza si cresca gradatamente e automaticamente. Questo strumento può esser di uso conveniente, per es., per le correnti che alimentano lampade elettriche.

F. Himstedt e prof. Larmor. *Induzione elettromagnetica nelle sfere.* — A proposito della memoria del Larmor (*Phil. Mag.* [5] n° 103) l'Himstedt osserva di aver trattato lo stesso soggetto fin dal 1875 (*Gott. Nachr.* 1875), e nel 1880 (*Wied. Ann.* XI), e di aver sottoposto alla riprova dell'esperienza le sue formule che coincidono con quelle del Larmor.

Il Larmor da parte sua protesta di non aver avuto conoscen-

za dei lavori suddetti, dal metodo dei quali differisce in ogni modo quello da esso seguito, avendo cercato principalmente di dedurre le sue formule da concetti fisici.

A. Kundt. *Metodo semplice per investigare la termoelettricità e la piezoelettricità nei cristalli.* — Anzichè esplorare con l'elettrometro, come faceva Hankel, ciascun punto del cristallo sottoposto all'esperienza, il Kundt osserva la distribuzione della elettricità sul cristallo col metodo stesso adoperato per le figure del Lichtenberg, e riferisce di aver ottenuto figure ben nette col quarzo, colla tormalina, con l'arragonite, con la boracite, con lo zucchero e con l'acido tartarico.



INFORMAZIONI CIRCA AGLI APPARECCHI CHE FURONO ESPOSTI DA ANTONIO PACINOTTI.

Cagliari 8 Agosto 1881.

Ill.mi Sigg. Giurati dell'Esposizione Internazionale d'Elettricita in Parigi.

Avendo inviato a cotesta esposizione 1° un modelletto di macchina elettro-magnetica e magneto-elettrica, 2° una macchina magneto-elettrica da moversi a braccia, 3° una macchina magneto-elettrica per motore meccanico, 4° quattro dischi, e varie coppie per l'elettricità data dall'attrito molecolare; cerco ora nelle seguenti pagine di esporre alle SS. Loro Ill.me il più possibile brevemente quelle notizie che desidererei volesser tener presenti nel giudicare di tali apparecchi.

1.° *Il modelletto di macchina elettro-magnetica e magneto-elettrica con elettro-calamita trasversale ad anello* fu dallo scrivente costruito nel 1860 con l'aiuto del meccanico G. Poggiali ed a spese del Gabinetto di Fisica Tecnologica della R. Università di Pisa. Sebbene già alquanto vecchio tal modelletto è stato inviato alla esposizione per mettere in evidenza la anteriorità del Pacinotti rispetto al sig. Gramme nella costruzione delle elettro-calamite trasversali ad anello, e nel loro uso tanto per ottenere un

lavoro meccanico dalla corrente, quanto per ottenere una corrente indotta continua dal lavoro meccanico. Nel fascicolo del *Nuovo Cimento* pel Giugno 1864 fu dal Pacinotti pubblicato il disegno di tal macchinetta insieme con la descrizione, con le considerazioni teoriche ed i ragguagli degli esperimenti eseguiti sia ottenendo lavoro, sia ottenendo la corrente indotta continua. Unisco alla presente una copia di tal pubblicazione pregando i sigg. Giurati a volerla esaminare giacchè è per essa che resulta la mia anteriorità sia nell'uso che nella teoria delle elettro-calamite trasversali. Nell'estate del 1865 essendo rimasto diversi giorni in Parigi diedi copie di tal memorietta sulla elettro-calamita trasversale ad alcuni professori e costruttori di costì. Aggiungo come secondo allegato un opuscoletto relativo alle elettro-calamite trasversali il quale oltre a contenere una copia della prima memorietta contiene anche alcune altre considerazioni sull'origine l'uso e la teoria delle elettro-calamite trasversali delle quali pure i sigg. Giurati potrebbero informarsi.

Nel modelletto ho lasciato al posto sul commutatore le comunicazioni a rotelle accennate nel disegno e sul primo accettate dal Gramme anche nel caso di raccoglier la corrente indotta; esse son preferibili per diminuir l'attrito in un piccolo motore, ma anche nelle prime prove del 1860 nel caso di voler raccogliere la corrente indotta adoprai sul commutatore sfregatori a mollette. Ho inviato annessa alla macchinetta una delle disposizioni di tali mollette di comunicazione.

2.° *Della macchina magneto-elettrica con elettro-calamita trasversale a gomitolo.* Il gomitolo elettro-magnetico girevole venne costruito dal Pacinotti nel settembre e ottobre 1873 ed adoprato in alcuni esperimenti con una montatura provvisoria; poi con la elettro-calamita fissa la macchina fu sistemata nell'estate del 1874, e fu pubblicato nel *Nuovo Cimento* fascicolo pel settembre e ottobre 1874 un ragguaglio della costruzione e degli esperimenti eseguiti. Unisco una copia di tal ragguaglio come 3° allegato alle attuali indicazioni. La costruzione del Gomitolo elettro-magnetico fu fatta senza aver nozione di costruzioni simili e più grandiose del Siemens e ne differisce in diverse disposizioni, sopra alcune delle quali mi occorre richiamar l'attenzione dei sigg. Giurati.

Il nucleo di ferro del gomitolo elettro-magnetico è diviso normalmente all'asse in dischi assai isolati per impedire le correnti indotte sul nucleo stesso; di più è provvisto di sporgenze fra una matassa e l'altra le quali non solo migliorano le condizioni di influenza magnetica ma anche rendono la costruzione molto più durevole perchè difendono dagli urti e attriti eventuali le spire del filo indotto. In grazia di tali sporgenze del nucleo ho potuto talora far rotare il gomitolo elettro-magnetico fra i poli di sbarre d'acciaio appoggiate fino in contatto con esso, senza che il filo abbia sofferto.

Un' altra particolarità della quale nella memorietta del 1874 indicai qualche vantaggio è quella di avere posto sul commutatore dell'unico filo indotto quattro sfregatori invece di soli due. Se come era nella macchina magneto-elettrica a bordo della Vedetta quando venne nel porto di Cagliari, con un sol filo indotto e due soli sfregatori tutta la corrente prodotta oltrechè per la lampada elettrica passa per le eliche magnetizzanti della calamita fissa inducente, un aumento di resistenza nell'arco voltaico della lampada produce una diminuzione di magnetizzazione e di forza elettromotrice seguita dallo spengimento della luce, se il regolatore della lampada non giunge in tempo nel riaccostare i carboni. Allora cessando affatto la corrente cesserebbe anche la magnetizzazione e la macchina si accelererebbe senza perciò funzionare, finchè i carboni della lampada non fosser venuti in contatto. Alla perdita di magnetismo ed alla accelerazione della macchina può in parte rimediare una seconda piccola lampada di soccorso che ristabilisca una comunicazione assai prontamente senza però stabilire un buon regime. Invece con quattro sfregatori come io ho adoprato fino dal 1874 due dei quali comunicano con le eliche magnetizzanti della calamita fissa, e due con l'apparecchio per l'utilizzazione della corrente esterna, il regime della macchina si forma in condizioni di equilibrio stabile; perchè un aumento di resistenza ed una diminuzione d'intensità nella corrente esterna porta un aumento nella intensità della corrente delle eliche ed un aumento nelle forze elettromotrici indotte.

Per far la macchina raccolta in poco volume ho lasciato un solo manubrio sul quale posson far forza al più due persone, ma la puleggia del gomitolo porta altre due gole con le quali si può

trasmettere il lavoro di diverse persone applicate ad un volano verticale fissato davanti alla macchina se si vogliono ottenere correnti più intense. Suppongo che le due macchine fin ora descritte verranno messe fra loro in comunicazione in modo che facendo ruotar questa seconda si veda trasmettersi il movimento alla prima per mezzo della corrente.

3.° *La macchina magneto-elettrica con volano elettro-magnetico trasversale* esposta in Parigi. Fu costruita dal Pacinotti in Cagliari con l'aiuto della officina Doglio e del meccanico G. Dessi nella primavera del 1878; ma i primi tentativi di costruzione di volani elettro-magnetici furon fatti dal Pacinotti in Pisa nella primavera del 1875. Unisco come allegato un foglio manoscritto il 29 maggio 1875 contenente la spiegazione del modo di funzionare della elettro-calamita trasversale chiamata volano elettromagnetico (1). Tal foglio potrà facilitare l'apprezzamento del modo col quale son disposte le 20 matasse del filo indotto sul pezzo girevole o volano della macchina; le altre parti della macchina sono del tutto visibili. I venti ponticelli di ferro che sorreggono le venti matasse del filo indotto comunicano ciascuno con la fine del filo di una matassa e col principio del filo della matassa successiva, ed oltre a servire ad aumentare l'influenza magnetica delle due elettro-calamite fisse servono anche come pezzi di contatto del commutatore. Sul largo commutatore costituito da tali ponticelli di ferro appoggiano quattro sfregatori muniti ciascuno di un piccolo serbatoio d'acqua destinata ad impedire riscaldamenti dannosi. La rotazione deve farsi nel verso che gli sfregatori permettono più facilmente.

Una delle coppie degli sfregatori invia la corrente nei quattro rocchetti delle calamite fisse nel verso che fa aumentare il magnetismo; l'altra coppia degli sfregatori somministra la corrente d'uso esterno. Circa agli esperimenti fatti con tal macchina riferirò soltanto il più recente eseguito nell' officina Doglio il 12 Giugno 1881. La macchina era stata avvitata su due travi fortemente fissati davanti ad una locomobile della forza nominale di quattro cavalli e poteva ricever movimento dalla grande puleggia della locomobile per mezzo di una buona cigna. Per far fun-

(1) Vedi *N. Cimento*, 1881.

zionare la macchina il rubinetto di ammissione del vapore dovette essere aperto assai poco in modo che il meccanico Gioda giudicava che venisse impiegato effettivamente circa un cavallo di forza. Un contatore di giri appoggiato all' albero del volano elettro-magnetico della macchina indicò circa 600 giri al minuto primo. La corrente esterna data dalla macchina mantenne accesa una discreta luce elettrica fra punte di carbone di storta; mantenne rovente al rosso chiaro un filo di ferro del diametro di sei decimi di millimetro e della lunghezza di 25 centimetri, e lo fece bruciare allorchè la lunghezza fu ridotta a circa un decimetro. Bisogna tener conto che il peso totale del ferro della macchina non è che 100 chilogrammi e quello del rame una ventina, ma nel filo indotto poco più di un solo chilogrammo. Il filo di rame è anche piuttosto grosso in modo che su ciascuno dei quattro rocchetti delle calamite fisse ha la lunghezza di circa 180 metri ed in ciascuna delle 20 matasse il filo indotto non ha che 12 metri di lunghezza. Potrebbe desiderarsi nel filo indotto una lunghezza maggiore, cosa che non presenta serie difficoltà.

4.° *Dei dischi e delle coppie per l' elettricità data dall' attrito molecolare* e del loro uso posson dar ragguagli le due memorie estratte dal *Nuovo Cimento* pel 1875 che unisco come allegati 5° e 6°. Proporrei di considerare l' attrito fra le molecole elementari tenute in agitazione dai movimenti termici come la cagione delle forze elettromotrici così dette di contatto, di azione chimica, di termoelettricità. In tali memorie ho incominciato ad avvertire analogie fra gli sviluppi d' elettricità per le azioni molecolari, e gli sviluppi d' elettricità per lo sfregamento fra corpi estesi. Per adoprare una delle piccole coppie di due metalli per attrito sopra lastre di solfo o d' altro coibente, si puliscono bene le piccole superfici metalliche che sporgono dalla gomma lacca del manico isolante, si appoggiano e si fanno scorrere con debole pressione sulla lastra ben pulita e scarica; e tosto rialzata verticalmente la lastra si sparge con la polvere elettroscopica di minio e solfo. Dalla polvere che aderisce sopra i segni d' elettricità lasciati dai due metalli della coppia si vede quali dei due metalli durante lo sfregamento diviene più elettropositivo.

I dischi provvisti di manico isolante, di viti d' appoggio e di mollette di comunicazione, servono a studiare in condizioni più

definite l'esperimento pel quale il Volta ed altri hanno supposto piuttosto grande la forza elettromotrice di contatto fra rame e zinco. Io invece ho dovuto considerare l'apparecchio dei due dischi che si avvicinano, si fanno comunicare, si isolano, e si discostano, non come un semplice condensatore, ma come un vero elettroforo i cui strati coibenti o di gomma lacca o d'aria o d'altro vengon tenuti continuamente carichi dagli attriti molecolari. La paraffina sembra che col zinco abbia tanto poca affinità che alla lunga, cioè dopo diversi mesi, lo strato di paraffina che ricopre il disco di zinco perdute le cariche iniziali possa rimanere scarico se non viene sfregato.

Ho inviato un disco di zinco ed un disco di rame coperti di paraffina che più non prendevano alcuna riconoscibile elettrizzazione malgrado l'avvicinamento e la comunicazione. Ho inviato ancora un disco di zinco coperto di gomma lacca, ed uno scoperto nell'aria che usati nello stesso esperimento seguitano a dare le cariche elettriche per gli attriti molecolari.

Nel paragrafo 47 della memoria allegata è indicato un caso nel quale l'aumento di temperatura arreca aumento nella produzione della elettricità data dall'attrito molecolare. Le correnti termoelettriche fra metalli mostrano che anche per gli attriti molecolari fra metalli si hanno piccole forze elettromotrici le quali variano con la temperatura.

Del pari al cangiamento che col cambiar della temperatura o della illuminazione subiscono le forze elettromotrici chimiche prodotte dagli attriti molecolari attribuirei le *correnti elettriche generate dalla azione del calore e della luce* circa alle quali pubblicai due memoriette nel *Nuovo Cimento* pel 1863 e 1864. In tali vecchie memoriette si ritrova l'origine del piccolo attinometro a solfato di rame che ho inviato considerandolo come una delle tante coppie producenti elettricità per attrito molecolare.

A costituire tale attinometro, nella soluzione di solfato di rame chiusa nella piccola provetta di cristallo, dinanzi alla finestrella per l'ammissione dei raggi, si trova una laminetta di rame che viene all'esterno e deve comunicare con un capo del filo di un galvanometro sensibile; la faccia posteriore di tal laminetta che resterebbe in ombra è verniciata di gomma lacca; di più comunicanti con l'altro capo del galvanometro, nella soluzione stessa

di solfato di rame dall'uno e dall'altro fianco della laminetta pescano fili di rame che restano costantemente in ombra attesa la carta annerita che attaccata sulla provetta limita la finestrella, ed attesa la concentrazione dei raggi sulla laminetta.

Quando l'apparecchio è in ombra e comunica da tempo col galvanometro l'ago del galvanometro suol restare a zero: ma se radiazioni si presentano alla finestrella di ammissione e specialmente se la laminetta viene illuminata con i raggi solari, il galvanometro devia anche fortemente. La comparabilità fra le deviazioni non può sperarsi che quando già il rame è rimasto nel solfato parecchi giorni, perchè il velo di sottosale che viene a rivestirlo influenza le deviazioni. Se con un prisma si fanno giungere alla laminetta le varie colorazioni dello spettro solare, si ottengono dal violetto deviazioni al galvanometro più forti che non dal rosso.

Ed ora che sebbene in breve ho accennato le notizie che mi interessa abbian presenti i sigg. Giurati, mi resterebbe a far la perorazione; ma naturalmente del tutto mi rimetto alla sicura imparzialità e saggezza dei loro giudizi.

Col massimo della stima e dell'ossequio mi pregio di sottoscrivermi

Delle Signorie Loro Illustrissime

Devotissimo servo
ANTONIO PACINOTTI.

Dalla Giuria delle ricompense della Esposizione internazionale d'elettricità in Parigi nel 1881, venne decretato ad Antonio Pacinotti un diploma d'onore.

SUL RISCALDAMENTO DEGLI ELETTRODI PRODOTTO DALLA SCINTILLA D'INDUZIONE NELL'ARIA MOLTO RAREFATTA; NOTA DI A. NACCARI E G. GUGLIELMO.

In una nota sui fenomeni termici prodotti dalla scintilla di induzione (1) vennero descritte da uno di noi alcune esperienze

(1) *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, vol. XVII, p. 343, (1882).

dirette allo studio del riscaldamento degli elettrodi nell'aria rarefatta, ma la massima rarefazione raggiunta in quelle esperienze fu di 9 mm. per la insufficienza della macchina pneumatica adoperata.

Nella nota presente descriviamo una serie di esperienze fatte nell'aria la cui pressione da 10 mm. circa fu ridotta ad una piccolissima frazione di mill. usando a tal uopo una macchina pneumatica a mercurio di Töpler modificata da Bessel-Hagen, costruita dal Müller di Berlino.

Il rocchetto adoperato fu quello con cui si fecero le citate esperienze: esso fu costruito da Carpentier di Parigi ed è atto a dare una scintilla di 45 cm. da punta a disco quando la corrente induttrice sia data da 8 grandi coppie Bunsen. Per avere una sola delle due correnti indotte abbiamo interposto nel circuito un intervallo d'aria di 2 mm. fra sfere d'ottone di 10,8 mm. di diametro, essendo stato osservato nella Nota citata che l'intervallo d'aria rarefatta non basta ad impedire il passaggio della corrente inversa, anzi in qualche caso fa sì ch'essa prevalga sulla diretta. Una bussola reometrica di Wiedemann con le spirali rivestite di guttaperca era inserita nel circuito.

Ciascun elettrodo era costituito da un cilindro cavo d'ottone lungo 50 mm. che terminava da una parte con un emisfero, dall'altra con una base piana; la sezione aveva il diametro di mill. 26,5. Gli elettrodi vennero disposti in modo che i loro assi si trovassero sopra la stessa retta orizzontale, e la scintilla scoccasse fra i due emisferi che si trovavano posti l'uno di fronte all'altro. Presso alla base piana del cilindro era saldato un breve tubo di ottone perpendicolare all'asse del cilindro stesso, volto all'insù ed aperto superiormente. Così i due elettrodi costituivano due serbatoi, ai quali mediante un tappo di gomma elastica si applicavano due tubi capillari. Introdotto in essi un liquido adatto, essi facevano l'ufficio di due termometri o piuttosto di due piccoli calorimetri. In queste esperienze abbiamo adoperato alcool come liquido termometrico.

I due elettrodi vennero introdotti per gran parte della loro lunghezza in un tubo di vetro il cui diametro interno era poco maggiore di quello degli elettrodi, e si usò ceralacca per empire l'intervallo in modo che fosse tolto assolutamente il passaggio

all' aria. Restavano fuori del tubo di vetro le parti degli elettrodi alle quali era applicato il tubo capillare. La distanza delle due superficie curve poste così l' una di fronte all' altra era di 47 mm. Nel punto di mezzo del tubo di vetro e propriamente nella parte superiore di esso era saldato un tubo pure di vetro e verticale nel quale era introdotto un cilindro massiccio di ottone destinato a far l' ufficio di elettrodo accessorio, come si vedrà più innanzi, e si usò ceralacca per chiudere gl' interstizi. A questo tubo e al disotto dell' estremità dell' elettrodo accessorio era saldato un tubo orizzontale che comunicava colla macchina, con un manometro e con un serbatoio d' acido solforico concentrato, destinato a disseccare l' aria rarefatta. L' apparecchio così costruito portava un tubo verticale lungo 85 cm., aperto superiormente, il quale serviva alla congiunzione dell' apparecchio colla macchina. Per fare questa congiunzione non ci siamo serviti del tubo ad U capovolto che accompagna la macchina stessa, ma ne abbiamo usato un altro, uno dei bracci del quale circondava il tubo principale ascendente della macchina e l' altro braccio rivestiva il tubo verticale congiunto all' apparecchio descritto. Per separare lo spazio interno dall' esterno nei punti di congiunzione del tubo ad U colla macchina da una parte e con l' apparecchio degli elettrodi dall' altra si adottò l' espediente della vaschetta anulare piena di mercurio già adottato nella macchina per la prima di queste congiunzioni. Abbiamo seguìto questo sistema per evitare la rigidità che presentano le congiunzioni mediante superficie smerigliate e le saldature di tubi di vetro. Fino alla pressione di tre o quattro millimetri ci siamo serviti del manometro, ed abbiamo dedotto il valore delle pressioni inferiori dagli spostamenti del mercurio nel tubo d' efflusso col metodo descritto nella memoria di Bessel-Hagen, non tenendo conto della tensione del vapore di mercurio. Siccome la macchina ci fu fornita senza alcuna scala, nè indicazione alcuna intorno al volume delle varie parti, così gli elementi necessari per il calcolo anzidetto furono determinati mediante apposite esperienze a pressioni non molto piccole, valendoci del manometro che avevamo congiunto alla macchina.

In queste esperienze come nelle precedenti si ebbe sempre cura di fare doppie determinazioni, vale a dire dopo aver fatto passare la corrente in un dato senso nell' intervallo fra i due elet-

trodi, si scambiavano i reofori applicati ad essi per eliminare l'influenza di piccole differenze fra un elettrodo e l'altro. Il senso della polarità del rocchetto si mantenne sempre inalterato. Nella seguente tabella sono indicati i risultati di più serie d'esperienze, parecchie delle quali furono raggruppate per avere una media di maggior precisione. Nella colonna segnata H sono indicate le pressioni dell'aria rarefatta espresse in millimetri di mercurio, nella colonna segnata i trovansi le intensità della corrente prendendo per unità la corrente che produce una deviazione uguale ad una particella della scala; questa corrente ha il valore di 0,0000104 Ampère.

Nelle colonne n e p sono indicati gli spostamenti della colonna d'alcool rispettivamente spettanti all'elettrodo negativo ed al positivo, divisi per il valore di i e per la durata del passaggio della corrente. Nel dedurre questi valori si seguirono le solite norme relative ai calcoli calorimetrici tenendo conto delle perdite di calore mediante opportune osservazioni fatte prima del passaggio della corrente e dopo di esso. Nella colonna $\frac{n}{p}$ stanno i rapporti dei due riscaldamenti anzidetti; e nella colonna N è indicato il numero delle esperienze da cui ciascun valore della linea corrispondente è dedotto.

La corrente induttrice fu in generale prodotta da 3 coppie Bunsen di media grandezza, ma nel caso di grandi rarefazioni si dovette aumentare il numero delle coppie fino a 9 affinchè la corrente indotta attraversasse l'intervallo, e si avesse un riscaldamento abbastanza grande da poter venir facilmente misurato. In tali casi si osservò che il passaggio della corrente produceva un aumento di pressione relativamente grande, e si dovette limitare la durata del passaggio, il che veniva in parte compensato dall'uso di pila induttrice più forte. La pressione fu osservata in ciascheduna esperienza prima e dopo il passaggio della corrente e si prese la media dei due valori così ottenuti. La durata si adattò nei singoli casi all'intensità del riscaldamento e variò in generale fra 1 e 2 minuti: nel caso di grandissime rarefazioni, per evitare le variazioni di pressione sopra notate, essa fu ridotta anche fino a 5". In questo caso non si potè osservare l'intensità

della corrente e perciò i valori corrispondenti di n e p dati nella tabella non sono ridotti ad unità di corrente.

N	H	i	n	p	$n:p$
2	12,7	—	113,0	34,8	3,25
2	7,5	—	99,4	22,0	4,52
2	5	—	101,5	20,8	4,88
2	2,87	110	0,355	0,055	6.46
5	2,15	130	0,368	0,050	7,40
4	1,2	113	0,389	0,0456	8,55
2	0,65	116	0,474	0.0399	11.9
2	0,53	100	0,486	0,0382	12,7
2	0,45	110	0,530	0,0285	18,6
2	0,274	95	0,615	0,0223	27,5
4	0,21	90	0,645	0,024	26.9
8	0,13	74	0,884	0,087	10,2
2	0,053	37,5	1,55	0,4215	3,68
4	0,03	39,5	1,87	0,657	2,85
2	0,0245	25,5	2,66	0,946	2,49
1	0,022	24	2,65	1,54	1,72
2	0,0095	22,5	2,63	2.01	1,31
2	0,0025	—	21,8	36,9	0,59
2	0,0017	—	8,0	21,4	0,374

Da queste esperienze risulta il fatto notevole che il rapporto $n:p$, il quale, come è detto nella Nota citata, fra le pressioni di 760 mm. e 10 mm. varia solamente entro limiti ristretti e propriamente fra 2 e 4, per pressioni minori di 9 mm. ed in condizioni non molto diverse varia grandemente e raggiunge un massimo per una pressione prossima a 0,25 mm. Per rendere più chiaro l' andamento di questa variazione abbiamo tracciato la curva segnata A nella tavola, prendendo come ascisse le pressioni e come ordinate i valori corrispondenti del rapporto $n:p$; i millimetri di mercurio sono rappresentati da 1 cm. e le unità del rapporto da 0,5 cm.

Da questa curva appare che il rapporto $n:p$ aumenta lentamente fino a 5 mm., da questa pressione fino a quella di 1,2 cresce con maggiore rapidità, e cresce rapidissimo da 1,2 fino a 0,27 circa: di poi scende con grandissima rapidità, per piccolissime pressioni raggiunge il valore 1 e per le estreme rarefazioni a cui si potè sperimentare assume dei valori inferiori all' unità, cioè il

riscaldamento dell' elettrodo positivo prevalse su quello del negativo.

Le curve B e C rappresentano l'andamento dei riscaldamenti dell' elettrodo negativo e del positivo rispettivamente, e sono state tracciate prendendo a partire da 0' le pressioni come ascisse, ed i valori corrispondenti di n e p come ordinate. Ogni millimetro di mercurio di pressione è rappresentato da 10 mm., ogni unità di n e p da 50 mm. Appare da queste curve che per l'elettrodo positivo il riscaldamento a partire dalla pressione di 2,87 mm. decresce lentamente fino alla pressione di circa 0,02, indi cresce rapidamente. Il riscaldamento del negativo invece cresce già, sebbene lentamente, al diminuire della pressione dalla pressione di 2,87 e fin verso 0,2, di poi cresce anch'esso rapidissimamente. Per le pressioni superiori a 2,87 non s'è potuto avere il riscaldamento per unità di corrente, non essendo nota l'intensità di questa. Altre esperienze eseguite con elettrodi posti a distanza minore e che furono interrotte per un accidente sopravvenuto ci hanno mostrato che i riscaldamenti di entrambi gli elettrodi vanno decrescendo al diminuir della pressione da 750 a 9 mm., e che il riscaldamento dell'elettrodo negativo comincia a crescere a partire dalla pressione di 9 mm. Ciò è conforme a quanto risulta dalla Nota citata.

Avendo osservato il riscaldamento maggiore dell'elettrodo positivo nel caso di grandi rarefazioni, mentre in generale, fatta eccezione per l'arco voltaico, si riscalda sempre di più l'elettrodo negativo, e tenendo conto dei noti fenomeni della materia radiante, abbiamo voluto esaminare se l'elettrodo positivo si riscaldasse almeno in parte per effetto della radiazione proveniente dall'elettrodo negativo. Ci siamo serviti dell'elettrodo accessorio di cui abbiamo fatto cenno più sopra applicando, ad esso uno dei reofori ed applicando l'altro reoforo ad uno dei soliti elettrodi, mentre l'altro di questi rimaneva isolato. Così la corrente doveva percorrere due tratti rettilinei ad angolo retto. Se l'elettrodo accessorio era negativo, dalla parte della superficie del tubo di vetro, che era direttamente opposta al tubo in cui si trovava quell'elettrodo, si vedeva la solita macchia verde dovuta alla fosforescenza del vetro e questa riusciva più o meno brillante a seconda che la rarefazione era più o meno avanzata. Se l'elettrodo

accessorio era positivo, quella radiazione andava a colpire l'elettrodo opposto che era isolato. Anche in questo caso per evitare l'influenza di cause accessorie speciali ai singoli elettrodi, abbiamo fatto sì che ora l'uno ora l'altro dei due elettrodi calorimetrici rimanesse isolato. Nella seguente tabella stanno indicati i risultati ottenuti in queste esperienze. Per le quattro prime colonne e per la sesta valgono le indicazioni date di sopra. Nella colonna I stanno i riscaldamenti dell'elettrodo isolato e nell'ultima colonna i valori del rapporto n/p quali si sono trovati in condizioni simili mediante esperienze fatte con i soliti elettrodi calorimetrici.

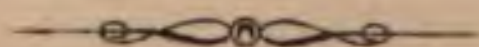
H	i	n_1	p_1	I	$n_1 : p_1$	$n : p$
2,87	105	0,374	—	0	—	—
»	100	—	0,055	0.0025	6,8	6,46
0,54	105	0,539	—	0,003	—	—
»	65	—	0,0508	0.0123	10,6	12,7
0,12	62	1,07	—	0.124	—	—
»	26	—	0,236	0,0423	4,53	10,2
0,034	39	1,71	—	0.695	—	—
»	19	—	0,505	0.142	3,39	2,85
0,025	36	2,06	—	0.813	—	—
»	21	—	0,53	0,081	3,89	2,49

Altre esperienze vennero eseguite in condizioni alquanto diverse, mantenendo un reoforo (ordinariamente il positivo) sempre applicato ad uno degli elettrodi calorimetrici ed applicando l'altro ora al secondo di questi elettrodi, ora all'accessorio. Nella seguente tabella sono esposti i risultati relativi.

H	i	n_1	p_1	I	n	p
0,0227	37,5	2,51	—	2,16	—	—
»	44	—	—	—	2,45	1,61
0,0185	19,5	—	1,28	0,143	—	—
»	31	—	—	—	2,88	2,65
0,008	19	—	2,14	0,10	—	—
»	25	—	—	—	2,99	3,38

Dalle esperienze, contenute nelle due ultime tabelle, sebbene eseguite in condizioni meno buone, ed in minor numero di quelle della prima tabella, risulta che quando uno dei reofori è applicato all'elettrodo accessorio, l'elettrodo isolato a pressioni non troppo piccole si riscalda sempre pochissimo e che a partire dalla pressione di 0,12 circa, esso si riscalda maggiormente allorchè è opposto all'elettrodo negativo anzichè al positivo, e tanto più quanto minore è la pressione; il rapporto del riscaldamento che avviene nel primo caso a quello del secondo cresce anch'esso al diminuire della pressione e diventa circa 15 per la pressione di 0,02 mm. Tale effetto pare dovuto alla radiazione proveniente dall'elettrodo opposto. Questo elettrodo se è negativo si riscalda un po' più di quel che si riscaldava nelle condizioni ordinarie, ma con uguale andamento rispetto alla pressione; se è positivo e specialmente per rarefazioni un po' grandi, si riscalda di meno. Il valore del rapporto $n:p$ risulta dunque in questo caso maggiore che nel caso ordinario; esso diminuisce avvicinandosi all'unità quando la rarefazione aumenta notevolmente, ed in alcune esperienze parve discendere anche in queste condizioni al disotto dell'unità, ma in causa della irregolarità della corrente nel breve tempo in cui essa passava essendo difficile di apprezzarne con sufficiente esattezza il valor medio, non abbiamo potuto chiarire con sicurezza la questione, il che forse ci riescirà con ulteriori esperienze.

Dal Laboratorio di Fisica della R. Università, Torino 10 Gennaio 1884.



UNA RELAZIONE TRA L'ELASTICITÀ DI ALCUNI FILI METALLICI E LA LORO CONDUCIBILITÀ ELETTRO-CALORIFICA; NOTA DI G. POLONI.

1. In questi ultimi tempi vennero fatte parecchie ricerche intese a stabilire qualche analogia tra la misteriosa proprietà della resistenza elettrica ed altre meno oscure proprietà della materia.

Basti citare gli studj di Bouty (¹), sulla conducibilità elettrica delle dissoluzioni di sali neutri, onde risulta sussistere una

(1) *Comptes Rendus*, 1884.

semplice relazione tra essa conducibilità, la quantità e l' equivalente chimico del sale disciolto; gli studi di Stephen [1] sulla conducibilità delle soluzioni acquose ed alcooliche e la loro fluidità relativa; infine gli studj del dott. Gerosa fatti nel laboratorio dell' università di Pavia: *Sulla variazione nella resistenza elettrica di un filo metallico in relazione ad alcuni disturbi provocati ne' suoi sistemi molecolari* [2].

Da questi egli conclude che « la trazione esercitata su un filo non determina una rotazione delle particelle, ma sì bene una resistenza maggiore alla rotazione loro per la accresciuta tensione, quando vengono orientate elettricamente ». Per altro riferendo gli studj di Mousson, Wartmann, Edlung, Matthiessen, Siemens e De Marchi, il dottor Gerosa osserva come non vi sia per anco nessuna regola, la quale permetta di stabilire a priori la grandezza ed il senso della variazione di resistenza in un filo, allorchè esso venga sottoposto ad una determinata azione esterna perturbatrice: ove non si voglia eccettuare la legge di Mousson sulla proporzionalità fra i pesi tensori e gli aumenti di resistenza, la quale però si verifica soltanto approssimativamente entro i limiti della perfetta elasticità dei fili.

Al contrario è noto essere molto ben definite già da tempo le variazioni di resistenza indotte in un filo metallico dagli aumenti di temperatura. Però pensai che per avventura non fosse del tutto fuori di proposito il ricercare se esistano relazioni tra coteste variazioni prodotte dal calore e le alterazioni prodotte in un filo da azioni esterne perturbatrici, quali sarebbero le trazioni e le torsioni.

2. Non vediamo sussistere veruna analogia tra le formule che danno la conducibilità elettrica di un filo metallico e quelle che si riferiscono al modulo di elasticità.

Inoltre queste due quantità k_e ed E non hanno le medesime dimensioni e non presentano tampoco veruna analogia per l'ordine di grandezza con cui si succedono nei differenti metalli. Infatti secondo i dati sperimentali di Becquerel, Arndtsen, Mous-

(1) Ibid., 1883, p. 187.
(2) *Nuovo Cimento*, S. 3, Vol. XIV-XV, 1883-84.

son, Matthiessen ([1]), essi metalli per la loro conducibilità specifica decrescente si possono ordinare come segue:

argento, rame, aluminio, zinco, stagno, ferro, platino, piombo.

Invece dai numeri di Wertheim sulla elasticità alla trazione e da quelli di Pisati sulla elasticità alla torsione risulta che i metalli rispetto al modulo di elasticità sarebbero, ancora in ordine decrescente, disposti come segue:

ferro, platino, rame, zinco (?), *argento, oro, aluminio, stagno, piombo.*

3. Tanto la conducibilità specifica k_e quanto i moduli di elasticità E decrescono in tutti i metalli ([2]) coll'aumento della

(1) Vedi ad es. Wiedemann, *Die Lehre von der Elektricität.* Vol. I, pag. 502-509. Braunschweig, 1882.

(2) Per verità Wertheim (vedi i trattati di Jamin, Wülner, ecc.) sperimentando sul ferro, acciaio fuso, acciaio inglese, argento, rame, platino, oro e piombo trovò che i moduli, al crescere della temperatura, scemano costantemente pei fili ricotti di piombo, rame, platino e acciaio fuso; crescono fino a 100° e diminuiscono al di là pei fili di argento, ferro e acciaio inglese; mentre per l'oro diminuiscono fino a 100° e aumentano da 100° a 200°. All'incontro il prof. Pisati (Memoria *Sulla elasticità dei metalli a diverse temperature*, Gazzetta chimica italiana degli anni 1876-77, tomo VI e VII), studiando la trazione nel ferro e nell'acciaio da 20° a 300° trovò che i moduli di elasticità *diminuiscono continuamente* col crescere della temperatura. Parimenti cimentando l'elasticità di torsione nel ferro e nell'acciaio ricotti; nell'oro e nell'aluminio crudi; nell'argento, nel rame, nell'ottone e nel platino crudi e ricotti, trovò che i moduli di torsione pure *costantemente diminuiscono* col crescere della temperatura. Per altro è da notare che i resultati del prof. Pisati si riferiscono a fili che erano stati ridotti allo *stato normale*, cioè erano stati ripetutamente scaldati e raffreddati sempre entro i medesimi limiti di temperatura, esercitando continuamente la loro elasticità; aveano cioè subìto quella che chiamerei *ginnastica molecolare*, la quale sembra omai necessaria, affinchè un corpo portato in determinate condizioni fisiche presenti sempre i medesimi fenomeni. Pare che una cosa simile dovrà verificarsi anche per la resistenza elettrica dei fili metallici, ancorchè in proposito non si abbiano per anco esperienze precise: scompariranno, io credo, le discrepanze sui dati almeno dei metalli puri, quand'essi saranno stati per lungo tempo attraversati da correnti elettriche mentre si vanno ripetutamente scaldando e raffreddando. Forse, chi sa? in tali condizioni potrebbe anche dimostrarsi esatta l'idea messa fuori da Clausius che la resistenza dei metalli puri sia proporzionale alla loro temperatura assoluta. (Il prof. Roiti in una recente comunicazione fatta all'Accademia delle scienze di Torino *Sulla determinazione della resistenza elettrica di un filo in misura assoluta*, è portato a credere che affinchè i fili di rame offrano costantemente la medesima resistenza *hanno bisogno d'abituarsi a condurre una successione rapida di correnti indotte*).

temperatura. Ma i decrementi della prima sono sensibilmente proporzionali agli aumenti della temperatura; i moduli invece diminuiscono con una ragione più rapida. E neppure qui si trova veruna analogia nell'ordine con cui i decrementi si succedono rispetto alla grandezza pei differenti metalli.

Difatti scrivendo:

$$k = k_0 (1 - \alpha t).$$

ove k_0 e k denotano la conducibilità del filo a 0° e a $t°$, i metalli rispetto al coefficiente α (tenuto conto delle discrepanze tra i dati dei diversi sperimentatori, dovute certamente alla varietà di stato fisico dei fili cimentati) si potrebbero press' a poco ordinare come segue:

platino, oro, aluminio (?), argento, rame, zinco, piombo, stagno, ferro.

Rispetto poi alla diminuzione effettiva αk_0 della conducibilità specifica per 1°, l'ordine sarebbe il seguente:

argento, rame, oro, aluminio, zinco, platino, stagno, ferro, piombo.

Ed ora se scriviamo:

$$E = E_0 (1 - \varepsilon t)$$

ed assumiamo per E ed E_0 i moduli di elasticità a t e a 0°, quali si trovano nella Memoria del prof. Pisati citata nella precedente nota, il numero ε rappresenterà il coefficiente medio di decremento nel modulo per ogni grado di aumento nella temperatura del filo. Rispetto a questo coefficiente i metalli si ordinano come segue:

platino, ferro, oro, rame, argento, aluminio.

E ancora rispetto alla diminuzione media εE_0 effettiva del modulo per ogni grado di temperatura l'ordine è questo:

platino, ferro, rame, oro, argento, aluminio.

(Continua).

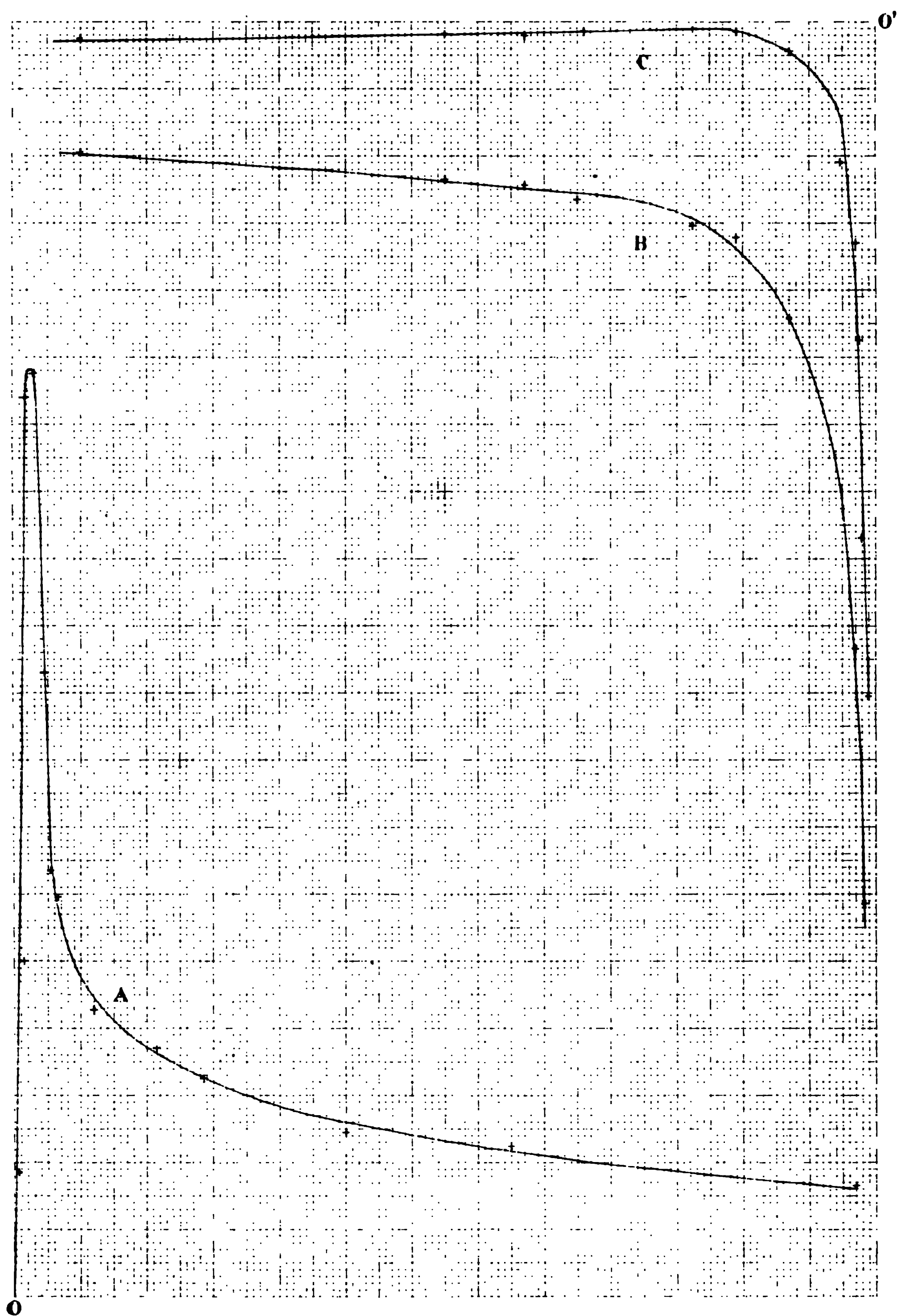
FINE DEL VOLUME XV. SERIE TERZA.

INDICE

RIVISTA



$\frac{1}{2}$ della grandezza naturale.



Lit. Salussolia Torino

